ఓపెన్ స్కూల్ సొసైటీ

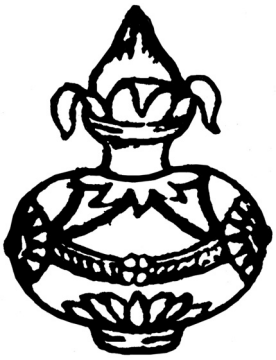
తెలంగాణ, హైదరాబాద్.

211 - గణితశాస్త్రం

(తెలుగు మీడియం)

యస్.యస్.సి. (TOSS) కోర్సు

స్టడీ మెటీరియల్



తెలంగాణ ఓపెన్ స్కూల్ సొసైటీ (TOSS), హైదరాబాద్

తెలంగాణ ఓపెన్ స్కూల్ సొసైటీ, యస్.సి.ఇ.ఆర్.టి. క్యాంపస్, ఎల్.బి. స్టేడియం ఎదురుగా,
బషీర్‌బాగ్, హైదరాబాద్-500 001.

ఫోన్: 040-23299568, వెబ్‌సైట్: telanganaopenschool.org. E-mail: dirtoshyd@gmail.com

© TELANGANA OPEN SCHOOL SOCIETY
GOVERNMENT OF TELANGANA, HYDERABAD

First Published : 2011
Reprint : 2013
Reprint : 2015
Reprint : 2016
Reprint : 2017
Reprint : 2018
No. of Copies : 10371

All Rights Reserved

No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system or transmitted, in any form or by any means without the prior permission, in writing of the publisher, nor be otherwise circulated in any form of binding or cover.

This Study Material is Prepared on the basis of Original Mathematics (211) (Telugu Version) of TOSS, Hyderabad

Published by:
Telangana Open School Society (TOSS) Hyderabad

ముందుమాట

ఆధునిక సమాజంలో చదువుకు ప్రత్యేక స్థానం ఉంది. చదువుతో ఎన్నో అద్భుతాలను సాధించగల్గుతున్నాం, సృష్టించగల్గుతున్నాం. అందుకే విద్యాశాఖ నియతవిద్యతోపాటు ఓపెన్ స్కూల్ దూరవిద్యా విధానానికి కూడా ప్రాధాన్యతనిస్తూ ఉంది. భారతదేశంలోనే మొదటి రాష్ట్ర సార్వత్రిక విద్యాపీఠంగా 1991లో మన ఓపెన్ స్కూల్ రాష్ట్ర ప్రభుత్వంచే ఏర్పాటు చేయబడి 2008 వరకు ప్రాథమికోన్నత స్థాయి తరగతులను నిర్వహించింది. ఆ తరువాత 2008-09లో పదవ తరగతి, 2010-11లో ఇంటర్మీడియట్‌ను ప్రారంభించి విజయవంతంగా కోర్సులను నిర్వహిస్తూ ఉంది. ఈ సత్ఫలితాలను అందుకున్న అభ్యాసకులెందరో ఉన్నతోన్నత స్థానాలను పొందడం ముదావహం. ఇప్పటివరకు ఓపెన్‌స్కూల్‌లో 7,67,190 మంది అభ్యాసకులు నమోదుకాగా, 4,50,024 మంది ఉత్తీర్ణత పొందారు.

అంతేకాదు మన తెలంగాణ - మన స్వరాష్ట్రంలో మన అభివృద్ధి కోసం ప్రభుత్వం తీసుకుంటున్న ఎన్నో చర్యల్లో భాగంగా, నేడు తెలంగాణ నూతన జిల్లాలతో కలిసి, 31 జిల్లాల రాష్ట్రంగా ఏర్పడింది. ఈ ప్రక్రియ వల్ల ముమ్ముందు ఉద్యోగ, వాణిజ్య వ్యాపార మరియు స్వయం వృత్తుల ప్రాధాన్యతతోపాటు అవకాశాలు పెరుగనున్నాయి. ఈ సందర్భంలో చదువుకు దూరమై, చదువుకోవాలన్న తపన ఉన్న వారికి ఓపెన్ స్కూల్ ఓ సదవకాశం.

తెలంగాణ స్టేట్ ఓపెన్ స్కూల్ అభ్యాసకుల అభివృద్ధికోసం ప్రత్యేక శ్రద్ధ వహిస్తూ ఉంది. ఈ సొసైటీ ద్వారా నమోదు పొందిన అభ్యాసకులకు ఉచితంగా అందజేసే స్వయం అభ్యసన సామగ్రి మరియు వాచకాలు గుణాత్మక విద్యనందించడంతోపాటు, సరళమైన పద్ధతిలో వారిని పరీక్షకు సిద్ధం చేస్తాయి. వీటి రూపకల్పనలో అనుభవజ్ఞులైన అధ్యాపకులు, ఉపాధ్యాయులు పాల్గొన్నారు. గత సంవత్సరం రీతిలోనే 2018-19 అకడమిక్ సంవత్సరం కోసం ఈ అభ్యసన సామగ్రిని ముద్రించి అభ్యాసకులకు అందుబాటులోకి తెస్తున్నాం.

సబ్జెక్టుల వారీగా, బ్లూప్రింట్‌ల ఆధారంగా రూపొందించబడిన ఈ స్వయం అభ్యసన సామగ్రిని ఉపయోగించుకొని, అభ్యాసకులు వారి భవిష్యత్తును తీర్చిదిద్దుకుంటూ బంగారు తెలంగాణ పునర్నిర్మాణంలో భాగస్వాములు కావాలని ఆకాంక్షిస్తూ ...

ఎస్. వెంకటేశ్వరశర్మ
సంచాలకులు
తెలంగాణ ఓపెన్ స్కూల్ సొసైటీ
హైదరాబాద్.

తెలంగాణ ఓపెన్ స్కూల్ సొసైటి-హైదరాబాద్

పదవ తరగతి

211 - గణిత శాస్త్రము

స్వయం అభ్యసన అనుపూరక సామగ్రిని తయారు చేసినవారు

Sri P. Ramesh
M.Sc., M.Ed., Ph.D.,
Lecturer
IASE, Nellore

Sri D.S.N. Sastri
M.Sc., M.Ed., Ph.D.,
Retd. Principal,
Machilipatnam

Sri T.S.V.S. Suryanarayana Murthy
M.Sc., M.Ed., M.Phil,
School Assistant
ZPHS, Mukteswaram,
Ainavilli (M), E.G. Dist.

Sri G. Anantha Reddy
B.Sc., B.Ed.
Retd Head Master,
ZPHS, Uppal,
Ranga Reddy Dist.

Sri Venugopal Rao
B.Sc., B.Ed.
School Assistant,
ZPHS, Madala, Guntur,

Sri S. Rama Krishna
B.Sc., B.Ed.,
School Assistant,
Municipal Coorporation,
UPS, Maruthi Nagar, Guntur.

Sri N. Sridhar
M.Sc., M.Ed.
School Assistant,
G.H.S., Bagayath, Bhongir,
Nalgonda Dist.

Sri B. Madhu
M.Sc., M.Ed.,
School Assistant,
Govt. High School, Yousufguda,
Hyderabad.

Sri A. Srisailam
M.Sc., B.Ed.
Retd. H.M.
ZPHS, R.C. Puram

Sri B. Rambabu
M.Sc., B.Ed.
School Assistant,
G.H.S., Chanchalguda,
Hyderabad.

Dr. P. Venkata chary
M.Sc.(Maths), M.Sc., (Psy), M.Ed., Ph.D.
PGHM
RVM, Hyderabad.

Sri M. Ravinder
B.Sc., B.Ed.
School Assistant,
Govt. Model High School,
Aliya.

Sri P. Subash
M.Sc., M.Ed., Ph.D.
School Assistant,
Mahaboobnagar Dist.

Artist:
Sri K. Srinivas
B.F.A.,
Open School Society,
Hyderabad.

211 - గణిత శాస్త్రము
విషయసూచిక

1.	బీజగణితము	1–108
2.	వ్యాపారగణితము	109–154
3.	రేఖా గణితము	155–251
4.	క్షేత్రగణితము	252–289
5.	త్రికోణమితి	290–342
6.	సాంఖ్యక శాస్త్రము	343–392
7.	మాదిరి ప్రశ్నాపత్రం	393–399

1 యూనిట్

బీజ గణితం

లక్ష్యాలు :

ఈ పాఠము చదివిన పిమ్మట, అధ్యయనపరుడు

1. సహజ సంఖ్యల నుండి వాస్తవ సంఖ్యల వరకు సంఖ్యా వ్యవస్థను విస్తరింపగలుగుతాడు.
2. పూర్ణసంఖ్యను అకరణీయముగా వ్యక్తపరచును.
3. అకరణీయ సంఖ్యను అంతమయ్యే దశాంశంగా గాని అంతం కాకుండ ఆవర్తమయ్యే దశాంశంగా గాని వ్యక్తీకరించును.
4. అకరణీయ సంఖ్యను సంఖ్యారేఖ మీద ప్రదర్శించును.
5. సంఖ్యారేఖపై $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ లను ప్రదర్శించును.

ముఖ్యాంశాలు :

1. వాస్తవ సంఖ్య వ్యవస్థలో అకరణీయ సంఖ్యలు, కరణీయ సంఖ్యలు ఉంటాయి.
2. వాస్తవ సంఖ్యల సహాయంతో ఇవ్వబడిన కొలమానం ప్రకారం ఏ పొడవునైనా కొలవగలం.
3. అకరణీయ సంఖ్యా రేఖలో ఖాళీ స్థానాలు ఉంటాయి.
4. వాస్తవ సంఖ్యారేఖ సంపూర్ణము. అనగా అందులో ఖాళీ స్థానాలు ఉండవు.
5. ఒక అరణీయ సంఖ్యను దశాంశముగా వ్యక్తపరచిన అది అంతమయ్యేదిగా నైనను అంతం కాకుండా ఆవర్తనమయ్యేదిగా నైనను ఉండును.
6. కరణీయ సంఖ్య అంతము కాని ఆవర్తనం కాని దశాంశము.
7. రెండు దత్త సంఖ్యల మధ్య అనంత సంఖ్యాకములైన అకరణీయ సంఖ్యలు మరియు కరణీయ సంఖ్యలు ఉండును.
8. p, q లు పూర్ణ సంఖ్యలు; $q \neq 0$ అయితే $\frac{p}{q}$ రూపంలో వ్రాయగల సంఖ్యలను అకరణీయ సంఖ్యలంటాము.

3 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. పూర్ణ సంఖ్యలు, అకరణీయ సంఖ్యలను నిర్వచించండి, ఉదాహరణలు ఇవ్వండి.

2. $0.\overline{3}$ ను $\frac{p}{q}$ రూపంలో వ్రాయండి ?

3. సంఖ్యారేఖపై 1.2 ను గుర్తింపుము.

4. సంఖ్యారేఖపై -2.5 ను గుర్తించండి.

5 మార్కులు ప్రశ్నలు

1. సంఖ్యారేఖపై ఈ క్రింది బిందువులను గుర్తించండి.

ఎ) $-\frac{3}{2}$ బి) 1.33 సి) $2+\sqrt{5}$ డి) 3.5

3 మార్కుల ప్రశ్నల జవాబులు

1. (ఎ) **పూర్ణసంఖ్యలు :-** పూర్ణాంకాల సంఖ్యా సమితికి '0' కలుపగా ఏర్పడే సంఖ్యా సమితిని పూర్ణసంఖ్యల సమితి అంటారు.

$$Z = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

(బి) **అకరణీయ సంఖ్యలు :-** ఒక సంఖ్య $\frac{p}{q}$ రూపములో ఉండి $p, q \in z;\ q \neq 0$ అయితే ఆ సంఖ్యలను అకరణీయ సంఖ్యలు అంటారు.

ఉదాహరణ : $Q = \{1, 0, \sqrt{2}, \frac{1}{2}, -5\}$

2. Let $x = 0.33$ .....

ఇరువైపులా 10చేత గుణకారం చేయగా

$10x = 100 \times 0.33$ ....

$10x = 3.33$ ....

$x = 3.33$ ....

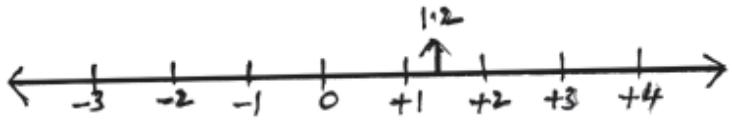
(–) (–)

తీసివేయగా $9x = 3$

$$x = \frac{3}{9}$$

$$x = \frac{1}{3}$$

3. సంఖ్యారేఖపై 1.2 బిందువును చూపండి.

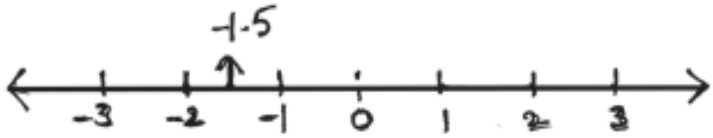


4. సంఖ్యారేఖపై −2.5 బిందువును చూపండి.

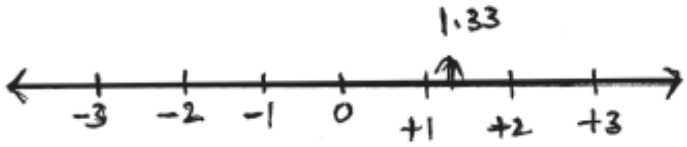
5 మార్కుల ప్రశ్నల జవాబులు

1. సంఖ్యారేఖపై ఈ క్రింది బిందువు చూపండి.

(ఎ) $\frac{-3}{2} = -1.5$



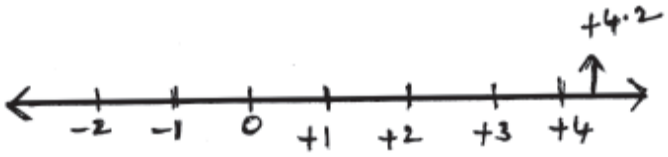
(బి) 1.33



(సి) $2+\sqrt{5}$

= 2 + 2.23

= 4.2



(డి) 3.5

1 మార్కు

ఖాళీలను పూరింపుము

1. 1, 2, 3, 4, 5, ... సంఖ్యల సమితిని ..... పేరుతో పిలుస్తారు.

2. $\sqrt{2}$ ను .....సంఖ్య అంటారు.

3. $\frac{p}{q}$ రూపములో వుండి $q \neq 0$, $p, q \in Z$ అయితే ఆసంఖ్యను..... అంటారు.

4 0.3 ను $\frac{p}{q}$ రూపములో .....

5. సహజసంఖ్యల సమితికి '0' కలుపగా వచ్చు సమితి పేరు .....

6. $\frac{3}{4}$ = ...(దశాంశ విలువ)

7. 0.72 = ... (భిన్నరూపములో)

8. $\frac{6}{7}$ = ... (5 అంకెల దశాంశ స్థానముల వరకు)

9. కరణీయ మరియు అకరణీయ సంఖ్యలు గల సంఖ్యా వ్యవస్థ .....

10. $\sqrt{3}$ ..... సంఖ్య.

బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు

1. పూర్ణాంకాల వ్యవస్థలో రుణసంఖ్యలను కూడ ప్రవేశపడితే వాటిని ఏ సంఖ్యలు అంటారు. [ ]

   (ఎ) సహజసంఖ్యలు (బి) పూర్ణాంకాలు (సి) పూర్ణసంఖ్యలు (డి) భిన్నాలు

2. సహజసంఖ్యలకు '0' ప్రవేశపెట్టినట్లయితే ఆ సంఖ్యాలను ఏమంటారు. [ ]

   (ఎ) పూర్ణసంఖ్యలు (బి) పూర్ణాంకాలు (సి) భిన్నాలు (డి) సరిసంఖ్యలు

3. $\frac{p}{q}$ రూపములో వుండి $q \neq 0$, $p, q \in Z$ అయితే దీనిని ఏమంటారు. [ ]

   (ఎ) సహజసంఖ్యలు (బి) కరణీయసంఖ్యలు (సి) అకరణీయసంఖ్యలు (డి) పూర్ణాంకాలు

4. ఈ క్రింది వానిలో కరణీయసంఖ్య కానిది [ ]

   (ఎ) $\sqrt{2}$ (బి) $\sqrt{4}$ (సి) $\sqrt{5}$ (డి) $\sqrt{8}$

5. $\frac{2}{3}$ యొక్క దగ్గర విలువ ఎంత ? [ ]

   (ఎ) 0.5 (బి) 0.4 (సి) 0.6 (డి) 0.7

6. 0.72 దశాంశమును $\frac{p}{q}$ రూపములో వ్రాయండి. [ ]

(ఎ) $\frac{72}{10}$ (బి) $\frac{72}{100}$ (సి) $\frac{72}{1000}$ (డి) $\frac{72}{10000}$

7. రెండు అకరణీయ సంఖ్యల మధ్య ఎన్ని అకరణీయ సంఖ్యలుంటాయి. [ ]

(ఎ) 1 (బి) 2 (సి) 0 (డి) అనంతము

8. అకరణీయ మరియు కరణీయ సంఖ్యలతో ఏర్పడు సంఖ్యా వ్యవస్థను ఏమంటారు. [ ]

(ఎ) సహజసంఖ్యలు (బి) పూర్ణాంకాలు (సి) పూర్ణసంఖ్యలు (డి) వాస్తవసంఖ్యలు

9. 0.7875ను రెండు దశాంశస్థానాల వరకు సవరించగా [ ]

(ఎ) 0.79 (బి) 0.8 (సి) 0.78 (డి) 0.787

10. సరి ప్రధాన సంఖ్య [ ]

(ఎ) 3 (బి) 8 (సి) 2 (డి) 7

జతపరుచుము.

A		**B**	
1. సరి ప్రధాన సంఖ్య	[ ]	a)	2
2. $0.\overline{3}$	[ ]	b)	$\frac{1}{3}$
3. పూర్ణాంకాల సమితి	[ ]	c)	= {0, 1, 2, 3, ...}
4. సహజ సంఖ్యల సమితి	[ ]	d)	= {1, 2, 3, 4, ...}
5. కరణీయ సంఖ్యల సమితి	[ ]	e)	$=\left\{\frac{p}{q},\ p, q \in z, q \neq 0, ...\right\}$
6. వాస్తవ సంఖ్యల సమితి	[ ]	e)	$=\left\{0, 1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \frac{1}{2}, ...\right\}$
7. పూర్ణ సంఖ్యల సమితి	[ ]	g)	= {−3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, ...}
8. $\frac{6}{7}$ విలువ	[ ]	h)	= {0.85714}
9. $\frac{2}{3}$ విలువ	[ ]	i)	$= \{0.\overline{6}\}$
10. $0.\overline{234}$	[ ]	j)	$= \frac{234}{999}$

జవాబులు

ఖాళీలు

1. సహజసంఖ్యల సమితి (లేదా) సహజ సంఖ్యలు
2. కరణీయ సంఖ్య
3. అకరణీయ సంఖ్య
4. $\frac{3}{9}$ లేదా $\frac{1}{3}$
5. పూర్ణాంకాలు
6. 0.75
7. $\frac{72}{100}$
8. 0.85714
9. వాస్తవసంఖ్యల
10. కరణీయ

బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు

1. సి
2. బి
3. సి
4. బి
5. సి
6. బి
7. డి
8. డి
9. ఎ
10. సి

జతపరచుట.

1. 2
2. $\frac{1}{3}$
3. $= \{0, 1, 2, 3\}$
4. $= \{1, 2, 3, 4\}$
5. $= \left\{\frac{p}{q},\ p, q \in z, q \neq 0\right\}$
6. $= \left\{0, 1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \frac{1}{2}\right\}$
7. $= \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
8. $= \{0.85714\}$
9. $= 0.\overline{6}$
10. $= \frac{234}{999}$

1.2 ఘాతాంకాలు

లక్ష్యాలు :

ఈ పాఠము చదివిన పిమ్మట, అధ్యయనపరుడు

1. ఒక సహజ సంఖ్యను ప్రధానాంకాల ఘాతాల లబ్ధంగా ఉండే ఏకైక రీతిలో వ్యక్తపరచును.
2. ఘాతాంకాల న్యాయాలను తెలుపును.
3. a^0, a^{-m} మరియు $a^{\frac{p}{q}}$ ల అర్థాలను విశదపరచుట
4. అతి పెద్ద మరియు అతి చిన్న సంఖ్యలను శాస్త్రీయ రూపంలో వ్యక్త పరచును.

ముఖ్యాంశాలు :

1. ఒక సంఖ్య తనద్వారానే చాలా సార్లు గుణింపబడితే ఏర్పడే లబ్ధాన్ని సూచించేటట్లుగ వ్రాయడాన్ని ఘాతరూపము అంటారు.
2. సర్వసాధారణంగా 'a' ఏదైనా ఒక అకరణీయ సంఖ్య అయితే $a \times a \times a \times \ldots$. n సార్లు = a^n, a ను భూమి (ఆధారము) మరియు n దాని ఘాతాంకము.
3. $\frac{p}{q}$ ఒక శూన్యేతర అకరణీయ సంఖ్యయు, m ఒక ధన పూర్ణాంకము అయినచో $(p/q)^m$ యొక్క విలోమము $(q/p)^m$ అగును.
4. ఘాతాంకాల న్యాయాలు :

   $a^m \times a^n = a^{m+n}$

   $a^m \div a^n = a^{m-n}$

   $$\frac{a^m}{(a^m)^n} \div a^n = \frac{1}{a^{n-m}}$$

   $a^0 = 1$ (a ఒక శూన్యేతర అకరణీయ సంఖ్య అయితే)

   $$\frac{1}{a^m} = a^{-m}$$

   $$\left(\frac{p}{q}\right)^{-m} = \frac{q^m}{p^m} = \left(\frac{q}{p}\right)^m$$

   $(a \times b)^m = a^m \times b^m$
5. a ఒక ధన వాస్తవ సంఖ్య అయి, p ఒక పూర్ణ సంఖ్యయు మరియు q ఒక సహజ సంఖ్యయు అయినచో $a^{p/q} = \sqrt[q]{a^p}$.

6. శాస్త్రీయ రూపం : ఒక సంఖ్య 1కి 10కి మధ్యగల ఒక సంఖ్యను 10 యొక్క ఒక పూర్ణ సంఖ్య ఘాతంతో గుణించగా వచ్చే లబ్ధంగా వ్యక్తపరచబడినప్పుడు అది శాస్త్రీయ రూపంలో ఉన్నదని అంటాము. దీనినే స్టాండర్డు రూపం అని కూడా అంటారు.

   సంఖ్యాత్మకంగా, A సంఖ్య 1కి 10కి మధ్య నుండే ఒక అంతమయ్యే దశాంశ సంఖ్య అయి ఉండి, అనగా $1 < A, 10$ గా ఉండి, ఒక పూర్ణ సంఖ్య అయితే $A \times 10^n$ అనేది శాస్త్రీయ రూపంలో ఉన్న సంఖ్య అవుతుంది.

3 మార్కులు ప్రశ్నలు

1. 24ను ఘాతాంక రూపములో రాయండి.
2. సూక్ష్మీకరింపుము. $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2$
3. $(-5)^3$ విలువ ఎంత ?
4. $(2^2)^3$ విలువ ఎంత ?
5. $(16)^{\frac{1}{4}}$ విలువ ఎంత ?
6. భూమి యొక్క వ్యాసం 13000 కి.మీ అంటాం. దానిని శాస్త్రీయ రూపంలో రాయుము ?
7. సూక్ష్మీకరించుము. $12^7 \times 12^{-4}$
8. సూక్ష్మీకరించుము $(3)^3 \times (3)^4$
9. $\left[\left\{\frac{1}{3}\right\}^3\right]^2$ విలువ ఎంత ?
10. సూక్ష్మీకరించుము $\left(\frac{7}{5}\right)^2 \times \left(\frac{7}{5}\right)^{-2}$.

5 మార్కులు ప్రశ్నలు

1. 16200 ను ఘాతరూపములో వ్రాయండి ?
2. $\left(\frac{7}{5}\right)^{11} \div \left(\frac{7}{5}\right)^8$ విలువ ఎంత ?
3. సూక్ష్మీకరించుము. $\left[\left(\frac{4}{3}\right)^2\right]^3$.

4. సూక్ష్మీకరించుము $\left(\frac{-3}{4}\right)^{-3} \div \left(\frac{-3}{4}\right)^{-7}$.

5. $\left(\frac{-3}{13}\right)^{-2} \times \left(\frac{3}{13}\right)^{-9} = \left(\frac{3}{13}\right)^{2x+1}$ అయితే 'x' విలువ ఎంత ?

3 మార్కులు ప్రశ్నలు

1. $24 = 2 \times 12$

$= 2 \times 2 \times 6$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$

ఘాతాంక రూపములో రాయగా

$= 2^3 \times 3^1$

2. $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2$

$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2}$ సూత్రము ప్రకారము

$= \frac{2^2}{3^2} \times \frac{3^2}{4^2}$

$= \frac{4}{\cancel{9}} \times \frac{\cancel{9}}{16}$

$= \frac{4}{16}$

$= \frac{1}{4}$

3. $(-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5)$

$= -(5 \times 5 \times 5)$

$= -125$

4. $\left(2^2\right)^3$

$\left(a^m\right)^n = a^{mn}$ సూత్రము ప్రకారము

$\left(2^2\right)^3 = 2^{2\times3}$

$= 2^6$

$= 64$

5. $(16)^{\frac{1}{4}}$ విలువ

$= \sqrt[4]{16}$

$= \sqrt[4]{2\times2\times2\times2}$

$= 2$

6. భూమి యొక్క వ్యాసం 13000 కి.మీ.

శాస్త్రీయ రూపములో భూమి యొక్క వ్యాసం = 13×10^3 కి.మీ.

7. సూక్ష్మీకరించుము. $12^7 \times 12^{-4}$

$a^m \times a^n = a^{m+n}$

$12^7 \times 12^{-4} = 12^{7+(-4)}$

$= 12^{7-4}$

$= 12^3$

8. సూక్ష్మీకరించుము $(3)^{03} \times (3)^{04}$

$a^m \times a^n = a^{m+n}$

$(3)^3 \times (3)^4 = (3)^{3+4}$

$= (3)^7$

$= 2187$

9. $\left[\left\{\frac{1}{3}\right\}^3\right]^2$

$\left((a)^m\right)^n = a^{m\times n} = a^{mn}$ సూత్రము ప్రకారము

$= \left(\left(\frac{1}{3}\right)^3\right)^2$

$= \left(\frac{1}{3}\right)^6$

$= \frac{1}{3^6}$

$= \frac{1}{729}$.

10. సూక్ష్మీకరించుము.

$\left(\frac{7}{5}\right)^2 \times \left(\frac{7}{5}\right)^{-2}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$ సూత్రము ప్రకారము

$= \frac{7^2}{5^5} \times \frac{1}{\left(\frac{7}{5}\right)^2}$ 1 మార్కు $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ సూత్రము ప్రకారము

$= \frac{7^2}{5^2} \times \left(\frac{5}{7}\right)^2$

$= \frac{7^2}{5^2} \times \frac{5^2}{7^2}$

$= \frac{49}{25} \times \frac{25}{49}$

$= 1.$

5మార్కుల ప్రశ్నలు

1. 16200 ఘాతరూపములో

16200 = 2 × 8100 (కారణాంకాలు)

= 2 × 2 × 2 × 4050

= 2 × 2 × 2 × 3 × 2025

= 2 × 2 × 2 × 3 × 3 × 675

= 2 × 2 × 2 × 3 × 3 × 3 × 75

= 2 × 2 × 2 × 3 × 3 × 3 × 3 × 25

= 2 × 2 × 2 × 3 × 3 × 3 × 3 × 5 × 5

16200 = $2^3 \times 3^4 \times 5^2$

2. $\left(\frac{7}{5}\right)^{11} \div \left(\frac{7}{5}\right)^{8}$ విలువ ఎంత ?

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ సూత్రం ప్రకారం

$$= \frac{\left(\frac{7}{5}\right)^{11}}{\left(\frac{7}{5}\right)^{8}}$$

$$= \left(\frac{7}{5}\right)^{11-8}$$

$$= \left(\frac{7}{5}\right)^{3}$$

$$= \frac{7^3}{5^3} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

$$= \frac{343}{125}.$$

3. $\left[\left(\frac{4}{2}\right)^2\right]^3$

$\left(a^m\right)^n = a^{mn}$ సూత్రం ప్రకారము

$\left[\left(\frac{4}{2}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{4}{3}\right)^6$

$= \frac{4\times4\times4\times4\times4\times4}{3\times3\times3\times3\times3\times3}$

$= \frac{16\times16\times16}{9\times9\times9}$

$= \frac{4096}{729}$

4. $\left(\frac{-3}{4}\right)^{-3} \div \left(\frac{-3}{4}\right)^{-7}$

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ సూత్రము మరియు $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$

$= \left(\frac{-3}{4}\right)^{-3} \div \left(\frac{-3}{4}\right)^{-7}$

$= \frac{1}{\left(-\frac{3}{4}\right)^3} \div \frac{1}{\left(-\frac{3}{4}\right)^7}$

$= \left(-\frac{4}{3}\right)^3 \div \left(\frac{4}{3}\right)^7$

$= -\frac{4^3}{3^3} \times \frac{3^7}{4^7}$

$= -\frac{4^3}{4^7} \times \frac{3^7}{3^3}$

$= -4^{-7+3} \times 3^{7-3}$

$= -\frac{1}{4^4} \times 3^4$

$= -\frac{81}{256}.$

5. $\left(\frac{3}{13}\right)^{-2} \times \left(\frac{3}{13}\right)^{-9} = \left(\frac{3}{13}\right)^{2x+1}$

$a^m \times a^n = a^{m+n}$ ప్రకారము

ఎడమవైపు

$$= \left(\frac{3}{13}\right)^{-2+(-9)}$$

$$= \left(\frac{3}{13}\right)^{-2-9}$$

$$= \left(\frac{3}{13}\right)^{-11}$$

$$\therefore \left(\frac{3}{13}\right)^{-11} = \left(\frac{3}{13}\right)^{2x+1}$$

భూములు సమానమైతే ఘాతాంకాలు కూడా సమానము.

$\therefore \quad -11 = 2x + 1$

$2x + 1 = -11$

$2x = -11 - 1$

$x = -12$

$x = \frac{-12}{2}$

$x = -6$

$\therefore x$ విలువ $= -6$.

1. ఈ క్రింది ఖాళీలను పూరించండి.

1. 5^3 లో 5ని ఆధారమనియు 3ని ..... అనియు అంటారు.

2. 3^7 విలువ .....

3. 1024ను ఘాత రూపములో వ్రాయగా .....

4. $a^m \times a^n$ = ...

5. $\left(\frac{7}{2}\right)^0$ విలువ = ...

6. 1.7×10^{-4} విలువ .....

7. $3^2 \times 3^4$ విలువ = ... (ఘాతరూపంలో)

8. $(8)^{\frac{2}{3}}$ విలువ = ...

9. $\frac{1}{3}$ యొక్క గుణకారవిలోమము .....

10. 3×3×3×5×5×7×7×7 ఘాతరూపములో .....

ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సరియైన సమాధానమును ఎన్నుకొని దానికి ఎదురుగా ఉన్న బ్రాకెట్లలో రాయుము

1. $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ విలువ ఎంత ? [ ]

(ఎ) $\frac{2}{3}$ (బి) $\frac{4}{9}$ (సి) $\frac{9}{4}$ (డి) $\frac{8}{27}$

2. $\frac{25}{81}$ ఘాతరూపములో వ్రాయగా [ ]

(ఎ) $\left(\frac{5}{9}\right)^2$ (బి) $\left(\frac{4}{6}\right)^2$ (సి) $\left(\frac{9}{5}\right)^2$ (డి) $\left(\frac{3}{6}\right)^2$

3. $2^3 \times 2^5$ విలువ [ ]

(ఎ) 2^4 (బి) 2^6 (సి) 2^8 (డి) 2^{10}

4 $(16)^{\frac{1}{4}}$ విలువ [ ]

(ఎ) 2 (బి) 4 (సి) 16 (డి) 32

5. ఏడువేలును శాస్త్రీయ రూపములో వ్రాయగా [ ]

(ఎ) 7.0×10^3 (బి) 7.0×10^2 (సి) 7.0×10^4 (డి) 7.0×10^5

6. $\frac{a^m}{a^n} =$ [ ]

(ఎ) a^{mn} (బి) a^{m-n} (సి) $(a^m)^n$ (డి) a^{m+n}

7. $\left(\frac{2}{9}\right)^{-3}$ = [ ]

(ఎ) $\frac{1}{\left(\frac{2}{9}\right)^3}$ = (బి) $\left(\frac{2}{9}\right)^3$ (సి) $\frac{1}{\left(\frac{9}{2}\right)^3}$ (డి) 27

8. $\left(\frac{2}{5}\right)^2$ = ... [ ]

(ఎ) $\frac{25}{4}$ (బి) $\frac{4}{25}$ (సి) $\frac{16}{25}$ (డి) $\frac{4}{5}$

9. $\left(\frac{2}{3}\right)^a \times \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \left(\frac{2}{3}\right)^3$ అయితే a విలువ ఎంత ? [ ]

(ఎ) 4 (బి) -1 (సి) 3 (డి) 9

10. x^y లో x ని ఏమంటారు. [ ]

(ఎ) భూమి (బి) ఘాతము (సి) వర్గము (డి) సమాసము కాదు

జతపరుచుము.

GROUP A		**GROUP B**	
1. $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ =	[ ]	a)	$\frac{4}{9}$
2. $\left(\frac{25}{81}\right)$ ఘాత రూపంలో	[ ]	b)	$\left(\frac{5}{9}\right)^2$
3. $\left(\frac{5}{9}\right)^2$ యొక్క గుణకార విలోమము	[ ]	c)	$\left(\frac{9}{5}\right)^2$
4. $a^m \times a^n$ =	[ ]	d)	a^{m+n}
5. $\frac{a^m}{a^n}$ =	[ ]	e)	a^{m-n}
6. $a^m \times b^m$ =	[ ]	f)	$(ab)^m$
7. $a^{\frac{p}{q}}$ మరొక రూపం	[ ]	g)	$\sqrt[q]{a^p}$
8. 15 లక్షలు శాస్త్రీయ రూపంలో	[ ]	h)	15×10^5
9. 1 లక్ష 50 వేలు శాస్త్రీయ రూపంలో	[ ]	i)	15×10^4
10. $a^{\frac{q}{p}}$ మరొక రూపం	[ ]	j)	$\sqrt[p]{a^q}$

ఖాళీలను పూరించుము.

1. ఘాతము
2. 2187
3. 2^{10}
4. a^{m+n}
5. 1
6. $\frac{1.7}{10000}$ లేదా $\frac{17}{1000}$
7. 3^{2+4} (లేదా) 3^6
8. 4
9. 3
10. $3^3 \times 5^2 \times 7^3$

బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు

1. బి
2. ఎ
3. సి
4. ఎ
5. ఎ
6. బి
7. ఎ
8. బి
9. బి
10. ఎ

జతపరుచుట

1. $\frac{4}{9}$
2. $\left(\frac{5}{9}\right)^2$
3. $\left(\frac{9}{5}\right)^2$
4. a^{m+n}
5. a^{m-n}
6. $(ab)^m$
7. $\sqrt[q]{a^p}$
8. 15×10^5

1.3 కరణులు

లక్ష్యాలు :

ఈ పాఠమును అభ్యసించిన తరువాత, అధ్యయనపరుడు

1. ఒక కరణి యొక్క పరిమాణమును, రాడికెండ్‌ను గుర్తించగలుగును.
2. సరూప, విరూప కరణులను వర్గీకరించగలుగును.
3. కరణులపై నాలుగు ప్రాథమిక క్రియలు చేయగలుగును.
4. దత్త కరణి యొక్క హారమును అకరణీయం చేయగలుగును.

ముఖ్యాంశాలు :

1. కరణి : x ఒక ధన అకరణీయ సంఖ్యకాగా, దాని n వ మూలమును సరిగా కనుగొనలేనప్పుడు, రూపంలో $\sqrt[n]{x}$ రూపంలో ఉండే ధనకరణీయ సంఖ్యను కరణి అంటాము.
2. $\sqrt[n]{x}$ లో 'n' ను పరిమాణం అనియు 'x' ని రాడికెండ్ అనియు అంటారు.
3. n ఒక ధన పూర్ణాంకమును, a ఒక వాస్తవ సంఖ్యయు అయినట్లయితే $\sqrt[n]{a}$ అకరణీయ సంఖ్య అయినా కూడా $\sqrt[n]{a}$ కరణి కాదు.
4. శుద్ధకరణి : ఒక కరణి యొక్క అకరణీయ కారణాంకము 10 రెండవ కారణాంకము కరణీయమునైతే, దానిని శుద్ధ కరణి అంటాము.
5. మిశ్రమకరణి : ఒక కరణి యొక్క అకరణీయ కారణాంకము 1 గాక ఇతరమైనచో దానిని మిశ్రమ కరణి అంటాము.
6. ఒక కరణి యొక్క మూలమును సూచించే సంఖ్య దాని క్రమము.
7. $\sqrt[n]{x}$ యొక్క క్రమము n
8. కరణుల న్యాయాలు $(a > 0, b > 0)$

$$\left[\sqrt[n]{a}\right]^n = a$$

$$\sqrt[n]{a}\ \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

9. కరణులపై క్రియలు

$$x^{1/n} \times y^{1/n} = (xy)^{1/n}$$

$$\frac{x^{1/n}}{y^{1/n}} = \left(\frac{x}{y}\right)^{1/n}$$

$(x^{1/n})^{1/m} = x^{1/mn} = (x^{1/m})^{1/n}$

$(x^m)^{1/n} = x^{m/n}$

$\sqrt[m]{x^a} = \sqrt[mn]{x^{an}}$

$(x^a)^{1/m} = x^{a/m} = x^{an/mn} = (x^{an})^{1/mn}$

10. ఒకే కరణీయ కారణాంకమును గల కరణులు సరూపాలు.

11. ఒక కరణి సూక్ష్మ రూపంలో ఉన్నప్పుడు దాని పరిమాణం కాగలిగిన చిన్నదిగాను, కరణీయ చిహ్నంలో భిన్నాలు లేకుండగను, a^n వంటి కరణాంకాలు లేకుండగను ఉండును.

12. సరూప కరణులను జోడింపవచ్చును, గుణించవచ్చును.

13. ఒక కరణి యొక్క క్రమాన్ని దాని పరిమాణమును మరియు రాడికెండ్ యొక్క ఘాతాంకాన్ని ఒకే సంఖ్యతో గుణించడం ద్వారా మార్చవచ్చును.

14. ఒకే క్రమముగల కరణులను గుణించవచ్చును. భాగించవచ్చును.

15. కరణులను పోల్చుటకొరకు వానిని ఒకే క్రమము గల కరణులుగా మారుస్తాము. తర్వాత వాని రాడికెండ్స్ ద్వారా వానిని పోల్చవచ్చును.

16. $x+\sqrt{y}$ మరియు $x-\sqrt{y}$ లు పరస్పరము అకరణీయ కారణాంకాలు.

17. రెండు కరణుల లబ్ధము అకరణమైతే, అవి పరస్పరము అకరణీయ కారణాంకాలు.

3 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. కరణిని నిర్వచించుము. ఒక ఉదాహరణ ఇవ్వండి?

2. మిశ్రమ కరణిని నిర్వచించుము. ఒక ఉదాహరణ ఇవ్వండి?

3. శుద్ధ కరణిని నిర్వచించుము? ఒక ఉదాహరణ ఇవ్వండి ?

4. $\sqrt[3]{72}$ అతి సూక్ష్మరూపంలో మిశ్రమ కరణిగా వ్రాయండి.

5. $\sqrt[3]{3}$ లేదా $\sqrt[4]{5}$ లలో ఏది పెద్దది ?

6. $4\sqrt{3}+6\sqrt{27}$ లను సూక్ష్మీకరింపుము.

7. $3\sqrt{2}$, $4\sqrt{3}$, $3\sqrt{4}$ లను ఆరోహణ క్రమంలో రాయండి.

8. $\sqrt{175}+\sqrt{28}$ ను సూక్ష్మీకరింపుము.

9. $\sqrt[3]{81}$ ను మిశ్రమ కరణిగా మార్చండి ?

10. $\sqrt{20}$, $\sqrt{125}$ లు సరూప కరణులు అవునా ? కాదా ?

11. సరూపకరణులు, విరూపకరణులను నిర్వచించండి.

12. కరణులకు సంబంధించిన 3 న్యాయాలు రాయండి. ఉదాహరణలను ఇవ్వండి ?

5 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. నిరూపించుము $8\sqrt{45}-8\sqrt{20}+\sqrt{245}-3\sqrt{125}=0$

2. సూక్ష్మీకరించుము. $2\sqrt{50}\times 3\sqrt{32}\times 4\sqrt{18}$

3. $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$ యొక్క హారమును అకరణీయము చేయండి ?

4. $a=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}, b=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ అయితే $a+b=10$ అని చూపుము.

5. $a=3+2\sqrt{2}$ అయిన $a+\frac{1}{a}$ యొక్క విలువ కనుగొనుము.

6. $\frac{1}{2+\sqrt{3}-\sqrt[4]{2}}$ హారమును అకరణీయం చేసి సూక్ష్మీకరించుము.

7. సూక్ష్మీకరించుము. $4\sqrt[3]{81}+5\sqrt[3]{375}-3\sqrt[3]{192}$

8. $\frac{1}{2\sqrt{3}-\sqrt{5}}$ యొక్క హారమును అకరణీయం చేయండి.

3 మార్కులు ప్రశ్నలు – జవాబులు

1. కరణి అనగా నిర్వచించుము? ఒక ఉదాహరణ ఇవ్వండి.

జ. అకరణీయ సంఖ్య యొక్క కరణీయ వాస్తవ మూలమును కరణి అంటారు.

ఉదాహరణ : $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}$ మొదలగునవి.

2. మిశ్రమ కరణి అనగా నిర్వచించుము? ఉదాహరణ ఇవ్వండి?

జ. 'a' ఒక అకరణీయ సంఖ్య. $\sqrt{b}$ కరణి అయితే ($\sqrt{a}+\sqrt{b}$), ($\sqrt{a}-\sqrt{b}$) లను మిశ్రమ కరణులు అంటారు.

లేదా

ఒక కరణి యొక్క అకరణీయ కారణాంకము 1 గాక ఇతరమైనచో దానిని మిశ్రమ కరణి అంటాము.

ఉదాహరణ : $2\sqrt{3}$, $3\sqrt[3]{5}$ మరియు $\frac{4}{5}$, $\sqrt[4]{7}$ మిశ్రమ కరణులు

3. శుద్ధ కరణి :-

ఒక కరణి యొక్క అకరణీయ కారణాంకము 1యు, రెండవ కారణాంకము కరణీయమునైతే దానిని శుద్ధ కరణి అంటారు.

ఉదాహరణ :- $\sqrt[4]{27}, \sqrt[5]{112}, \sqrt[3]{50}$ శుద్ధ కరణులు.

4. $\sqrt[3]{72}$ అతి సూక్ష్మరూపంలో మిశ్రమ కరణిగా రాయుట

$\sqrt[3]{72} = (72)^{\frac{1}{3}}$

$= (8\times9)^{\frac{1}{3}}$

$= 8^{\frac{1}{3}}\times9^{\frac{1}{3}}$

$= \left(2^3\right)^{\frac{1}{3}}\times(9)^{\frac{1}{3}}$

$= 2 \times 9^{\frac{1}{3}}$

$= 2\sqrt[3]{9}.$

5. $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[4]{5}$ లలో ఏది పెద్దది ?

$\sqrt[3]{3} = (3)^{\frac{1}{3}}$

$\sqrt[4]{5} = (5)^{\frac{1}{4}}$

3, 4 ల క.సా.గు 12

$\therefore \sqrt[3]{3} = 3^{\frac{1}{3}\times\frac{4}{4}} = 3^{\frac{4}{12}} = \sqrt[12]{3^4} = \sqrt[12]{81}.$

$\therefore \sqrt[4]{5} = 5^{\frac{1}{4}\times\frac{3}{3}} = 5^{\frac{3}{12}} = \sqrt[12]{5^3} = \sqrt[12]{125}$

$\therefore \sqrt[12]{125} > \sqrt[12]{81}$ కనుక $\sqrt[4]{5} > \sqrt[3]{3}$ కనుక $\sqrt[4]{5}$ పెద్దది.

6. సూక్ష్మీకరింపుము. $4\sqrt{3}+6\sqrt{27}$

$= 4\sqrt{3}+6\sqrt{3\times3\times3}$

$= 4\sqrt{3}+6\times3\sqrt{3}$

$= 4\sqrt{3}+18\sqrt{3}$

$= 22\sqrt{3}$

7. $3\sqrt{2}, 4\sqrt{3}, 3\sqrt{4}$ అవరోహణ క్రమంలో రాయండి ?

$= \quad 2^{\frac{1}{3}}, 3^{\frac{1}{4}}, 4^{\frac{1}{3}}$

క.సా.గు. 3, 4 లకు 12

$(2)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}\times\frac{4}{4}} = \ 2^{\frac{4}{12}} \ = \sqrt[12]{2^4} = \sqrt[12]{16}$

$(3)^{\frac{1}{4}} = 3^{\frac{1}{4}\times\frac{3}{3}} = \ 3^{\frac{3}{12}} \ = \sqrt[12]{3^3} = \sqrt[12]{27}$

$(4)^{\frac{1}{3}} = 4^{\frac{1}{3}\times\frac{4}{4}} = \ 4^{\frac{4}{12}} \ = \sqrt[12]{4^4} = \sqrt[12]{256}$

$\therefore \ \sqrt[12]{16} < \sqrt[12]{27} < \sqrt[12]{256}$ కనుక ఆరోహణ క్రమము

$\sqrt[3]{2}, \ \sqrt[4]{3}, \ \sqrt[3]{4}$ అవరోహణ క్రమం

$\sqrt[3]{4}, \ \sqrt[4]{3}, \ \sqrt[3]{2}$.

8. సూక్ష్మీకరించుము. $\sqrt{175} + \sqrt{28}$

$= \quad \sqrt{7\times25} + \sqrt{2\times14}$

$= \quad \sqrt{7\times5\times5} + \sqrt{2\times7\times7}$

$= \quad 5\sqrt{7} + 2\sqrt{7}$

$= \quad 9\sqrt{7}$.

9. $\sqrt[3]{81}$ మిశ్రమ కరణిగా మార్చండి?

$\sqrt[3]{81} \ = \quad \sqrt[3]{3\times3\times3\times3}$

$= \quad \sqrt[3]{3\times3\times3} \times \sqrt[3]{3}$

$= \quad (3\times3\times3)^{\frac{1}{3}} \times (3)^{\frac{1}{3}}$

$= \quad 3\times\sqrt[3]{3}$

$= \quad 3\sqrt[3]{3}$.

10. $\sqrt{20}, \sqrt{125}$ కరణులు సరూపకరణులు అవునా ? లేదా ?

$\sqrt{20} = \sqrt{2\times2\times5} = 2\sqrt{5}$

$\sqrt{125} = \sqrt{5\times5\times5} = 5\sqrt{5}$

$\therefore$ ఈ $\sqrt{20}, \sqrt{125}$ సరూపకరణులు.

11. **విరూప కరణులు :** రెండు కరణులు ఒకే కరణి గుణిజాలు కావు వీటిని విరూప కరణులు అంటారు.

సరూప కరణులు : రెండు కరణులు ఒకే కరణి గుణిజాలైన అట్టి కరణులను సరూప కరణులు అంటారు.

12. కరణులకు సంబంధించిన 3 న్యాయాలు రాయండి. ఉదాహరణలు ఇవ్వండి.

అయితే

(1) $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$

(2) $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$

(3) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$

5 మార్కులు

1. నిరూపించుము $\sqrt[8]{45} - \sqrt[8]{20} + \sqrt{245} - \sqrt[3]{125} = 0$

జ. $\sqrt[8]{45} - \sqrt[8]{20} + \sqrt{245} - \sqrt[3]{125}$

$= \sqrt[8]{3\times3\times5} - \sqrt[8]{2\times2\times5} + \sqrt{5\times7\times7} - \sqrt[3]{5\times5\times5}$

$= 8\times3\times\sqrt{5} - 8\times2\times\sqrt{5} + 7\times\sqrt{5} - 3\times5\times\sqrt{5}$

$= 24\sqrt{5} - 16\sqrt{5} + 7\sqrt{5} - 15\sqrt{5}$

$= 31\sqrt{5} - 31\sqrt{5}$

$= 0$

2. సూక్ష్మీకరించుము. $2\sqrt{50} \times 3\sqrt{32} \times 4\sqrt{18}$

$= 2\times\sqrt{2\times5\times5}\times3\times\sqrt{4\times4\times2}\times4\times\sqrt{2\times3\times3}$

$= 2\times5\sqrt{2}\times3\times4\sqrt{2}\times4\times3\sqrt{2}$

$= 10\sqrt{2}\times12\sqrt{2}\times12\sqrt{2}$

$= 1440\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}$

$= 1440\times2\times\sqrt{2}$

$= 2880\sqrt{2}$

3. $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$ హారమును అకరణీయం చేయండి ?

$= \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$ ($\sqrt{3}-\sqrt{5}$ అకరణీయ కారణాంకము $\sqrt{3}+\sqrt{5}$ చేత భాగించడం.)

$= \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{5})^2}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{5})^2}$

$= \frac{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{5})^2+2.\sqrt{3}+\sqrt{5}}{3-5}$

$= \frac{3+5+2.\sqrt{3}.\sqrt{5}}{-2}$

$= \frac{8+2\sqrt{15}}{-2}$ (−2 చేత భాగించగా)

$= -4-1\sqrt{15}$

5. $a = 2\sqrt{6}+5$ అయిన $a+\frac{1}{a}$ యొక్క విలువ కనుగొనుము.

$\frac{1}{a} = \frac{1}{2\sqrt{6}+5}$

లవ హారములను $2\sqrt{6}-5$ చే గుణించగా

$\frac{1}{a} = \frac{1(2\sqrt{6}-5)}{(2\sqrt{6}+5)(2\sqrt{6}-5)}$

$= \frac{2\sqrt{6}-5}{4\times6-25}$

$= \frac{2\sqrt{6}-5}{24-25}$

$= \frac{2\sqrt{6}-5}{-1}$

$= -2\sqrt{6}+5$

$\therefore \frac{1}{a} = 5-2\sqrt{6}.$

$\therefore \quad a+\frac{1}{a} = 2\sqrt{6}+5+5-2\sqrt{6}$

$= 10 + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{6}$

$= 10$

6. $\frac{1}{2+\sqrt{3}-4\sqrt{2}}$ హారమును అకరణీయం చేసి సూక్ష్మీకరించుము.

లవహారములను $(2+\sqrt{3})+4\sqrt{2}$ చేత గుణింపగా

$$\frac{1}{2+\sqrt{3}-4\sqrt{2}} = \frac{(2+\sqrt{3})+4\sqrt{2}}{(2+\sqrt{3}-4\sqrt{2})\left((2+\sqrt{3})+4\sqrt{2}\right)}$$

$$= \frac{2+\sqrt{3}+4\sqrt{2}}{(2+\sqrt{3})^2-(4\sqrt{2})^2}$$

$$= \frac{2+\sqrt{3}+4\sqrt{2}}{4+3+4\sqrt{3}-16\times 2}$$

$$= \frac{2+\sqrt{3}+4\sqrt{2}}{4\sqrt{3}+7-32}$$

$$= \frac{2+\sqrt{3}+4\sqrt{2}}{4\sqrt{3}-25}$$

$4\sqrt{3}-25$ అకరణీయ కారణరాశి $4\sqrt{3}+25$ చేత లవహారములను గుణించగా

$$= \frac{2+\sqrt{3}+4\sqrt{2}}{(4\sqrt{3}-25)} \times \frac{(4\sqrt{3}+25)}{(4\sqrt{3}+25)}$$

$$= \frac{8\sqrt{3}+50+4\times 3+25\sqrt{3}+16\sqrt{6}+100\sqrt{2}}{16\times 3-625}$$

$$= \frac{8\sqrt{3}+50+12+25\sqrt{3}+16\sqrt{6}+100\sqrt{2}}{48-625}$$

$$= \frac{33\sqrt{3}+62+16\sqrt{6}+100\sqrt{2}}{-577}$$

$$= -\frac{1}{577}\left[33\sqrt{3}+62+16\sqrt{6}+100\sqrt{2}\right]$$

7. సూక్ష్మీకరించుము. $4\sqrt[3]{81} + 5\sqrt[3]{375} - 3\sqrt[3]{192}$

$= 4\sqrt[3]{3\times3\times3\times3} + 5\sqrt[3]{5\times5\times5\times3} - 3.\sqrt[3]{4\times4\times4\times3}$

$= 4\times3\,.\sqrt[3]{3} + 5\times5\,.\sqrt[3]{3} - 3\times4.\sqrt[3]{3}$

$= 12\sqrt[3]{3} + 25\sqrt[3]{3} - 12\sqrt[3]{3}$

$= \sqrt[3]{3}\,(12 + 25 - 12)$

$= \sqrt[3]{3}\,(25)$

$= 25\,.\sqrt[3]{3}$

8. $\frac{1}{2\sqrt{3}-\sqrt{5}}$ హారమును అకరణీయము చేయుట.

లవహారములను $2\sqrt{3}+\sqrt{5}$ చేత గుణింపగా

$$= \frac{1}{2\sqrt{3}-\sqrt{5}} \times \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{5}}{2\sqrt{3}+\sqrt{5}}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{5}}{4\times3-5}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{5}}{12-5}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{5}}{7}$$

$$= \frac{1}{7}\left[2\sqrt{3}+\sqrt{5}\right].$$

ఖాళీలను పూరింపుము.

1. $\sqrt[n]{x}$ లో 'n' ను పరిమాణం అనియు 'x' ని ..... అంటారు.

2. $\sqrt[n]{x}$ యొక్క క్రమము .....

3. సూక్ష్మీకరించుము $\left[\sqrt[n]{a}\right]^n$ = ...

4. ఒకే కరణీయ కారణాంకము గల కరణులు .....

5. $x+\sqrt{y}$ మరియు $x-\sqrt{y}$ లు పరస్పరము అకరణీయ .....

6. సూక్ష్మీకరించుము $\sqrt[3]{27} \times \sqrt{25}$ = ...

7. సూక్ష్మీకరించుము $(256)^{\frac{3}{4}}$ = ...

8. $\sqrt[3]{125}$ ను 5 ఘాతంగా రాయగా .....

9. $a^{\frac{p}{q}}$ కు మరొక రూపం .....

10. $(a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}})\ (a^{\frac{2}{3}}-a^{\frac{1}{3}}\times b^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{2}{3}})$ = ...

11. $(16)^{0.5}$ = ...

12. $(27)^{\frac{2}{3}}$ = ...

13. $x^3=\frac{27}{125}$ అయిన x^2 = ...

14. $\sqrt[3]{x^2}$ యొక్క అకరణీయ కారణరాశి .....

15. $\sqrt{3^x}=81$ అయిన x విలువ = ...

16. $\sqrt{a^{-1}.b}\ .\sqrt{b^{-1}.c}\ .\sqrt{e^{-1}.a}$ = ...

ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సరియైన సమాధానమును ఎన్నుకొని దానికి ఎదురుగా ఉన్న బ్రాకెట్లలో రాయుము

1. ఈ క్రింది వానిలో కరణిని గుర్తించండి. [ ]

   (ఎ) $\sqrt{3}$ (బి) $\sqrt{25}$ (సి) $\sqrt{9}$ (డి) $\sqrt{100}$

2. $\left(2\sqrt{2}\right)^3$ విలువ = [ ]

   (ఎ) $8\sqrt{2}$ (బి) $16\sqrt{2}$ (సి) $4\sqrt{2}$ (డి) $2\sqrt{2}$

3. $\sqrt{5}+\sqrt{3}$ యొక్క అకరణీయ కారణాంకము [ ]

   (ఎ) $\sqrt{5}-\sqrt{3}$ (బి) $\sqrt{5}+\sqrt{3}$ (సి) $\sqrt{5}$ (డి) $\sqrt{3}$

4 ఈ క్రింది వానిలో కరణి [ ]

   (ఎ) 4 (బి) $\frac{3}{7}$ (సి) $\sqrt{4}$ (డి) $\sqrt{2}$

5. వర్గకరణికి ఉదాహరణ [ ]

   (ఎ) $\sqrt[4]{7}$ (బి) $\sqrt[3]{7}$ (సి) $\sqrt{5}$ (డి) 5

6. $\sqrt[n]{a}$ అనేది [ ]

   (ఎ) ద్విపదకరణి (బి) సంయుక్తకరణి (సి) మిశ్రమకరణి (డి) సరళకరణి

7. సూక్ష్మీకరించుము. $\sqrt[3]{2}-\sqrt[4]{2}+\sqrt[5]{2}$ [ ]

   (ఎ) $\sqrt[4]{2}$ (బి) $\sqrt[3]{2}$ (సి) $\sqrt[5]{2}$ (డి) $\sqrt{2}$

8. ఒక కరణికి వున్న కారణాంకములలో ఒకటి అకరణీయ సంఖ్య రెండవది కరణి అయితే ఆ సంఖ్యను ఏమంటారు [ ]

   (ఎ) ద్విపదకరణి (బి) మిశ్రమకరణి (సి) సరూపకరణి (డి) సరళకరణి

9. $\sqrt[4]{5}, \sqrt[3]{4}$ లలో పెద్దది. [ ]

   (ఎ) $\sqrt[3]{4}$ (బి) $\sqrt[4]{5}$ (సి) చెప్పలేము (డి) రెండూసమానము

10. a^3-b^3 కు ఒక కారణాంకము $a-b$, రెండవ కారణాంకము [ ]

    (ఎ) a^2-ab+b^2 (బి) c^2+ab+b^2 (సి) a^2-ab-b^2 (డి) a^2-b^2

11. $\sqrt[6]{729}$ విలువ = [ ]

    (ఎ) 6 (బి) 5 (సి) 4 (డి) 3

12. $\frac{2}{3\sqrt{3}}$ యొక్క హారాన్ని అకరణీయం చేయగా [ ]

    (ఎ) $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ (బి) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (సి) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ (డి) $2\sqrt{3}$

13. సూక్ష్మీకరించుము. $\sqrt[4]{28} + \sqrt[3]{7}$ = [ ]

(ఎ) $\frac{5}{8}$ (బి) $\frac{3}{8}$ (సి) $\frac{8}{5}$ (డి) $\frac{8}{3}$

14 $\sqrt[3]{5}$ యొక్క కరణి పరిమాణం [ ]

(ఎ) 1 (బి) 2 (సి) 3 (డి) 4

15. $\sqrt[3]{8}$ విలువ [ ]

(ఎ) 1 (బి) 2 (సి) 3 (డి) 8

16. సూక్ష్మీకరించుము. $\left(2+\sqrt{3}\right)\left(2-\sqrt{3}\right)=$ [ ]

(ఎ) 4 (బి) 3 (సి) 2 (డి) 1

17. $\sqrt{10}=3.162$ అయితే $\frac{1}{\sqrt{10}}$ విలువ [ ]

(ఎ) 316.2 (బి) 3.162 (సి) 0.3162 (డి) 31.62

క్రింది వాటిని జతపరుచుము.

గ్రూప్ ఎ		గ్రూప్ బి
1. $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ అకణీయ కారణరాశి	[ ]	a) $\sqrt{a}+\sqrt{b}$
2. సూక్ష్మీకరించుము $\sqrt{2}\times\sqrt{32}$	[ ]	b) 8
3. $\sqrt{80}$ విలువ	[ ]	c) $4\sqrt{5}$
4. $\sqrt[7]{a^{-7}}$ విలువ	[ ]	d) $\frac{1}{a}$
5. $\sqrt[3]{a^4}$ ఘాత రూపము రాయగా	[ ]	e) $a^{\frac{4}{3}}$
6. $(256)^{\frac{3}{4}}$ విలువ	[ ]	f) 64
7. వర్గకరణులకు ఉదాహరణ	[ ]	g) $\sqrt{2}$
8. ఘనకరణులకు ఉదాహరణ	[ ]	h) $\sqrt[3]{2}$
9. చతుర్థ పరిమాణ కరణులకు ఉదాహరణ	[ ]	i) $\sqrt[4]{7}$
10. సరళకరణులకు ఉదాహరణ	[ ]	j) $\sqrt[n]{a}$

ఖాళీలు **1 మార్కు**

1. రాడికెండ్
2. n
3. a
4. సరూపాలు
5. కారణాంకాలు
6. 15
7. 64
8. 5
9. $\sqrt[q]{a^p}$
10. $a + b$
11. 4
12. 9
13. $\frac{9}{25}$
14. $\sqrt[3]{x}$
15. 8
16. 1

ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సరియైన సమాధానమును ఎన్నుకొని దానికి ఎదురుగా ఉన్న బ్రాకెట్లలో రాయుము. $\frac{1}{2}$ మార్కు

1. ఎ
2. బి
3. ఎ
4. డి
5. సి
6. డి
7. ఎ
8. బి
9. ఎ
10. బి
11. డి
12. ఎ
13. డి
14. సి
15. బి
16. డి
17. సి

జతపరచండి. $\frac{1}{2}$ మార్కు

a) $\sqrt{a}+\sqrt{b}$
b) 7
c) $4\sqrt{5}$
d) $\frac{1}{a}$
e) $a^{\frac{4}{3}}$
f) 64
g) $\sqrt{2}$
h) $\sqrt[3]{2}$
i) $\sqrt[4]{7}$
j) $\sqrt[n]{a}$

1.4 బీజీయ సమాసాలు మరియు బహుపదులు

లక్ష్యాలు :

ఈ పాఠమును అభ్యసించిన తరువాత, అధ్యయనపరుడు

1. బీజీయ సమాసాలను ఏకపది, ద్విపది మరియు బహుపదులుగా విభజించగలుగును.
2. బీజీయ సమాసము యొక్క ఒక విశిష్టరూపంగా బహుపదిని గుర్తించగలుగును మరియు తెలిసికొనగలుగును.
3. ఒక బహుపది యొక్క పరిమాణమును చెప్పగలుగును.

ముఖ్యాంశాలు :

1. ఒక అజ్ఞాత రాశి వివిధ విలువలను పొందగలిగినచో, దానిని చలరాశి అంటారు.
2. ఒక సమాసము ఒకటి గాని అంతకంటె ఎక్కువ పదాలు కలిగి, అవి + లేక − చిహ్నాలతో కలుపబడి ఉంటే, దానిని బీజీయ సమాసము అంటారు.
3. $a_0x^n + a_1x_{n-1} + a_2x^{n-2} + ... + a_{n-1}x + a^n$ రూపంలో ఉన్న సమాసంలో $a_0, a_1, a_2, ..., a_n$ వాస్తవ సంఖ్యలై, x ఒక చలరాశియు మరియు n ఒక పూర్ణాంకం గను ఉంటే దానిని x చలరాశిలో ఉన్న n పరిమాణం గల ప్రామాణిక రూపంలోని బీజీయ సమాసం అంటారు.

ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానములు రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు 3 మార్కులు

1. $5x+3y-\frac{3}{4}$ మరియు $-2x+y+\frac{7}{4}$ లను కూడుము.
2. $\frac{7}{5}x^3-x^2+1,\ 2x^2+x-3$ ల మొత్తమెంత ?
3. $ax^2+2hxy+by^2$ ను $cx^2+2gxy+dy^2$ నుండి తీసివేయుము
4. $x^2 + x + 1$ ను $(x-1)$ చే గుణించగా వచ్చు లబ్ధము కనుగొనుము.
5. $x=-1$ అయినచో $\frac{2}{3}x^3+\frac{4}{3}x^2-\frac{7}{5}$ విలువ కనుగొనుము.
6. $12x^2 + 3x^2 - 11x + 13$ ను $5x^3 + 7x^2 + 2x - 4$ నుండి తీసివేయుము.
7. సూక్ష్మీకరించుము. $(a^3 - 2a^2 + 4a - 5) - (-a^3 + 2a^2 - 8a + 5)$
8. $(x - y),\ (2x + 3y)$ ల లబ్ధము కనుగొనుము.
9. $(2x^2 + 7x + 2),\ (3x - 1)$ ల గుణన ఫలము కనుగొనుము.

10. $x^3 - 1$ ను $(x - 1)$ చేత భాగించుము.

11. $n = 4$ అయిన $\frac{n^4}{4} + \frac{n^3}{2} + \frac{n^2}{4}$ విలువను కనుగొనుము.

12. $a^4 - 8a^2b^2 + b^4$ కంటే $a^4 + 4a^2b^2 + b^4$ ఎంత ఎక్కువ.

13. $x = 3$ అయినచో $(3x^3 - 3x + 1)(x - 1)$ విలువ కనుగొనుము.

14. $x = 2,\ y = 1,\ z = 3$ అయినచో $(3xyz - x^3 - y^3 + z^3)$ విలువ కనుగొనుము.

15. $\frac{3}{2}x^3 + x^2 + x + 1,\ x^4 - \frac{x^3}{2} - 3x + 1$ లను కూడుము.

ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము ప్రతి ప్రశ్నకు 5 మార్కులు

1. $2x^3 - 12x^2 + 5x - 11$ ను $(2x - 5)$ చేత భాగించుము.

2. $(0.2x^2 + 0.7x + 3)$ ను $(0.5x^2 - 3x)$ చేత గుణించగా వచ్చు గుణన ఫలము కనుగొనుము.

3. $x^4 + 2x^3 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$ ను $x^2 + \frac{1}{3}$ చేత భాగించుము.

4. $(2n + 3)$ ను $n^2 - 3n + 4$ చేత గుణించుము.

5. $A = x^3 - x,\ B = \frac{x^3}{3} - \frac{x}{2},\ C = x^3 + x^2 + x,\ D = x^3 + x$ అయిన $(A+B) - (C + D)$ విలువ కనుగొనుము.

6. $\frac{a^2}{2} + \frac{b^3}{3} - \frac{c^3}{4},\ \frac{2a^2}{3} + \frac{3b^3}{4} - \frac{4c^3}{5},\ a^2 + b^3 + c^3$ ల మొత్తము కనుగొనుము.

7. $6x^2 - 5x + 1$ ను $(2x - 1)$ చే భాగించినచో వచ్చు భాగఫలమును శేషమును కనుగొనుము.

8. $(x^6 - 1)$ను $(x - 1)$ చే భాగించుము.

9. $\left(\frac{2}{3}x^2 + \frac{5}{4}x - 3\right)$ మరియు $(3x^2 + 4x + 1)$ ల గుణన ఫలము కనుగొనుము.

10. $A = 4x^3 + 3x^2 - 2x - 1,\ B = 4x^3 - 3x^2 + 2x + 1,\ C = -4x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ అయిన A–B–C విలువ కనుగొనుము.

3 మార్కుల ప్రశ్నలకు జవాబులు

1. $5x+3y-\frac{3}{4}$

$-2x+y+\frac{7}{4}$

కూడగా

$(5-2)x+(3+1)y+\left(\frac{-3}{4}+\frac{7}{4}\right)$

$= 3x+4y+\frac{4}{4}$

$= 3x+4y+1$

2. $\frac{7}{5}x^3-x^2+0x+1$

$0x^3+2x^2+x-3$

కూడగా

$\frac{7}{5}x^3+(-1+2)x^2+x+(1-3)$

$=\frac{7}{5}x^3+1x^2+1x-2.$

3. $cx^2+2gxy+dy^2$

$ax^2+2hxy+by^2$

తీసివేయగా – – –

$(c-a)x^2+(2g-2h)xy+(d-b)y^2$

$= (c-a)x^2+2(g-h)xy+(d-b)y^2.$

4. $(x^2+x+1)\ (x-1)$

$= (x^2+x+1)x + (x^2+x+1)\ (-1)$

$= x^2 . x + x . x + 1 . x + x^2(-1) + x(-1) + 1(-1)$

$= x^3 + x^2 + x - x^2 - x - 1$

$= x^3 - 1.$

5. $\frac{2}{3}x^3+\frac{4}{3}x^2-\frac{7}{5}$

$x=-1$ అయిన

$\frac{2}{3}(-1)^3+\frac{4}{3}(-1)^2-\frac{7}{5}$

$=\frac{2}{3}(-1)+\frac{4}{3}(-1)-\frac{7}{5}$

$=-\frac{2}{3}+\frac{4}{3}-\frac{7}{5}$

$=\frac{-10+20-21}{15}$

$=\frac{10-21}{15}$

$=\frac{-11}{15}$.

6. $5x^3+7x^2+2x-4$

$12x^3-3x^2-11x+13$

$(5-12)x^3+(7+3)x^2+(2+11)x+(-4-13)$

$=-7x^3+10x^2+13x-17$

7. $(a^3-2a^2+4a-5)-(-a^3+2a^2-8a+5)$

$a^3-2a^2+4a-5-(-a^3)-(2a^2)-(-8a)-5$

$a^3-2a^2+4a-5+a^3-2a^2-8a+5$

$2a^3-4a^2+12a-10$

8. $(x-y)\times(2x+3y)$

$x(2x+3y)-y(2x+3y)$

$2x^2+3xy-2xy-3y^2$

$2x^2+xy-3y^2$

9. $(2x^2 + 7x + 2) \times (3x - 1)$

$= 2x^2(3x - 1) + 7x(3x - 1) + 2(3x - 1)$

$= (2x^2 \times 3x) - 2x^2 + (7x \times 3x) - 7x + (2 \times 3x) - 2$

$= 6x^3 - 2x^2 + 21x^2 - 7x + 6x - 2$

$= 6x^3 + (-2 + 21)x^2 + (-7 + 6)x - 2$

$= 6x^3 + 19x^2 - x - 2$

10.
$$
\begin{array}{r|l}
 & x^2 + x + 1 \\
\hline
x - 1 & x^3 - 1 \\
 & x^3 - x^2 \\
 & - \quad - \quad + \\
 & \qquad x^2 - 1 \\
 & \qquad x^2 - x \\
 & \quad - \quad - \quad + \\
 & \qquad\qquad x - 1 \\
 & \qquad\qquad x - 1 \\
 & \quad - \quad - \quad + \\
 & \qquad\qquad 0
\end{array}
$$

భాగఫలము $x^2 + x + 1$, శేషము 0.

11. $\dfrac{n^4}{4} + \dfrac{n^3}{2} + \dfrac{n^2}{4}$

$n = 4$ అయిన

$= \dfrac{4^4}{4} + \dfrac{4^3}{2} + \dfrac{4^2}{4}$

$= \dfrac{4 \times 4 \times 4 \times \cancel{4}}{\cancel{4}} + \dfrac{4 \times 4 \times \cancel{4}^2}{\cancel{2}_1} + \dfrac{4 \times \cancel{4}}{\cancel{4}}$

$= 64 + 32 + 4$

$= 100$

12. $a^4 + 4a^2b^2 + b^4$

$a^4 - 8a^2b^2 + b^4$

$- \quad + \quad -$

$12a^2b^2$

13. x బదులు 3ను ప్రతిక్షేపించగా $(3x^3 - 3x + 1)(x - 1)$ యొక్క విలువ

$= (3 \times 3^2 - 3 \times 3 + 1)(3 - 1)$

$= (3 \times 9 - 9 + 1)(2)$

$= (27 - 9 + 1)(2)$

$= (18 + 1) + (2)$

$= 19 \times 2$

$= 38.$

14. $x = 2,\ y = 1,\ z = 3$ ను పెట్టగా $3xyz - x^3 - y^3 + z^3$ యొక్క విలువ

$= 3 \times 2 \times 1 \times 3 - 2 \times 2 \times 2 - 1 \times 1 \times 1 + 3 \times 3 \times 3$

$= 18 - 8 - 1 + 27$

$= 10 - 1 + 27$

$= 9 + 27$

$= 36.$

15. $0x^4 + \frac{3}{2}x^3 + x^2 + x + 1$

$x^4 - \frac{x^3}{2} + 0x^2 - 3x + 1$

$= x^4 + \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\right)x^3 + x^2 + (1-3)x + (1+1)$

$= x^4 + \frac{2}{2}x^3 + x^2 - 2x + 2$

$= x^4 + x^3 + x^2 - 2x + 2 \cdot$

5 మార్కుల ప్రశ్నలకు జవాబులు

1.
$$2x-5\overline{)2x^3-12x^2+5x-11}\quad \Big|\quad x^2-\frac{7}{2}x-25$$

$2x^3-5x^2$

$-7x^2+5x$

$-7x^2+\frac{35x}{2}$

$-\frac{25}{2}x-11$

$-\frac{25}{2}x+\frac{125}{4}$

$-11-\frac{125}{4}=\frac{-169}{4}$

భాగఫలము $x^2-\frac{7}{2}x-25$

శేషము $\frac{-169}{4}$

2. $(0.2x^2+0.7x+3)(0.5x^2-3x)$

$(0.2x^2+0.7x+3)(0.5x^2)+(0.2x^2+0.7x+3)(-3x)$

$= (0.2x^2\times0.5x^2)+(0.7x\times0.5x^2)+(3\times0.5x^2)+(0.2x^2)\times(-3x)+0.7x\times(-3x)+3(-3x)$

$= 0.10x^4+0.35x^3+1.5x^2-0.6x^3-2.1x^2-9x$

$= 0.1x^4+(0.35-0.6)x^3+(1.5-2.1)x^2-9x$

$= 0.1x^4-0.25x^3+(-0.6)x^2-9x$

$= 0.1x^4-0.25x^3-0.6x^2-9x.$

3. $x^2+\frac{1}{3}\overline{)x^4+2x^3+0x^2+\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}}$ $\quad x^2+2x-\frac{1}{3}$

$x^4+\quad+\frac{1}{3}x^2$

$-$

$2x^3-\frac{1}{3}x^2+\frac{2}{3}x$

$2x^3-\quad+\frac{2}{3}x$

$-\quad+\quad-$

$-\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{3}$

$-\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{9}$

$-\quad+\quad+$

$\left(-\frac{1}{3}+\frac{1}{9}\right)=\frac{-3+1}{9}=\frac{-2}{9}$

భాగఫలము $x^2+2x-\frac{1}{3}$ శేషము $\frac{-2}{9}$

4. $(2n+3)(n^2-3n+4)$

$= (2n+3)n^2+(2n+3)(-3n)+(2n+3)4$

$= 2n\times n^2+3n^2+2n(-3n)+3(-3n)+2n(4)+3\times 4$

$= 2n^3+3n^2+-6n^2-9n+8n+12$

$= 2n^3+(3-6)n^2+(-9+8)n+12$

$= 2n^3+3n^2-n+12$

5. $A = x^3-x$

$B=\frac{x^3}{3}-\frac{x}{2}$

$(A+B)=\left(1+\frac{1}{3}\right)x^2-\left(1+\frac{1}{2}\right)x$

$=\frac{4}{3}x^2-\frac{3}{2}x$

$C = x^3 + x^2 + x$

$D = x^3 \quad + x$

$(C+D) = 2x^3 + x^2 + 2x$

$(A+B) = \frac{4}{3}x^2 - \frac{3}{2}x$

$(C+D) = 2x^3 + x^2 + 2x$

$$(A+B)-(C+D) = -2x^3 + \left(\frac{4}{3}-1\right)x^2 - \left(\frac{3}{2}+2\right)x$$

$$= -2x^3 + \frac{1}{3}x^2 - \frac{7}{2}x$$

6. $\frac{a^2}{2} + \frac{b^3}{3} - \frac{c^3}{4}$

$\frac{2a^2}{3} + \frac{3b^3}{4} - \frac{4c^3}{5}$

$a^3 + b^3 + c^3$

$\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+1\right)a^3 + \left(1+\frac{3}{4}+1\right)b^3 + \left(-\frac{1}{4}-\frac{4}{5}+1\right)c^3$

$\left(\frac{3+4+6}{6}\right)a^3 + \left(\frac{4+3+4}{4}\right)b^3 + \left(\frac{-5-16+20}{20}\right)c^3$

$\frac{13}{6}a^3 + \frac{11}{4}b^3 + \frac{1}{20}c^3$

7. $2x-1 \overline{)6x^2-5x+1}$ $\quad 3x-1$

$6x^2 - 3x$

$- \quad +$

$-2x + 1$

$-2x + 1$

0

భాగఫలము $3x-1$ శేషము 0

8. $x-1\overline{)x^6-0x^5+0x^4+0x^3+0x^2+0x-1(}$ $\quad x^5+x^4+x^3+x^2+x+1$

$$
\begin{array}{r}
x^5+x^4+x^3+x^2+x+1 \\
x-1\overline{)x^6-0x^5+0x^4+0x^3+0x^2+0x-1(} \\
-x^6-x^5 \\
\hline
\quad x^5+0x^4 \\
\quad x^5-x^4 \\
\hline
\quad\quad x^4+0x^2 \\
\quad\quad x^4-x^3 \\
\hline
\quad\quad\quad x^3+0x^2 \\
\quad\quad\quad x^3-x^2 \\
\hline
\quad\quad\quad\quad x^2+0x \\
\quad\quad\quad\quad x^2-x \\
\hline
\quad\quad\quad\quad\quad x-1 \\
\quad\quad\quad\quad\quad x-1 \\
\hline
\quad\quad\quad\quad\quad\quad 0
\end{array}
$$

9. $\left(\frac{2}{3}x^2+\frac{5}{4}x-3\right)(3x^2+4x+1)$

$$=\left(\frac{2}{3}x^2+\frac{5}{4}x-3\right)(3x^2)+\left(\frac{2}{3}x^2+\frac{5}{4}x-3\right)(4x)+\left(\frac{2}{3}x^2+\frac{5}{4}x-3\right)(1)$$

$$=\left(\frac{2}{3}x^2\times 3x^2\right)+\left(\frac{5}{4}x\times 3x^2\right)-3\times 3x^2+\left(\frac{2}{3}x^2\times 4x\right)+\left(\frac{5}{4}x\times 4x\right)-3\times 4x+\frac{2}{3}x^2+\frac{5}{4}x-3$$

$$=2x^4+\frac{15}{4}x^3-9x^2+\frac{8}{3}x^3+5x^2-12x+\frac{2}{3}x^2+\frac{5}{4}x-3$$

$$=2x^4+\left(\frac{15}{4}+\frac{8}{3}\right)x^3+\left(-9+5+\frac{2}{3}\right)x^2+\left(-12+\frac{5}{4}\right)x-3$$

$$=2x^4+\left(\frac{45+32}{12}\right)x^3+\left(\frac{-27+15+2}{3}\right)x^2+\left(\frac{-48+5}{4}\right)x-3$$

$$=2x^4+\frac{77}{12}x^3-\frac{10}{3}x^2-\frac{43}{4}x-3$$

10. $A = 4x^3 + 3x^2 - 2x - 1$

$-B = -4x^3 + 3x^2 - 2x - 1$

$-C = 4x^3 + 3x^2 - 2x - 1$

$A - B - C = 4x^3 + 9x^2 - 6x - 3$

ఈ క్రింది ఖాళీలను సరియైన సమాధానముతో పూరించుము.

1. ఒక అజ్ఞాత రాశి వివిధ విలువలను పొందగలిగినచో, దానిని ..... అంటారు.
2. ఒక సమాసము ఒకటి గాని అంతకంటే ఎక్కువ పదాలు కలిగి, అవి + లేక - చిహ్నాలతో కలుపబడి వుంటే, దానిని ..... అంటారు
3. ఒక బీజీయ సమాసంలో ఒకే పదం వుంటే దానిని ..... అంటారు.
4. ఒక బీజీయ సమాసంలో రెండు పదాలు వుంటే దానిని ..... అంటారు
5. ఒక బీజీయ సమాసంలో మూడు పదాలు వుంటే దానిని ..... అంటారు.
6. ఒక బీజీయ సమాసంలో రెండు గాని అంతకంటే ఎక్కువగాని పదాలు వుంటే దానిని ..... అంటారు.
7. ఒక సమాసంలో ఒకే చలరాశి, ఒకే ఘాతాంకాన్ని కలిగిన పదాలను ..... పదాలు అంటారు.
8. ఒక బీజీయ సమాసములోని చలరాశి యొక్క స్థానంలో ఒక సంఖ్య విలువను పెట్టుటను ..... అంటారు.
9. బహుపదిని చలరాశి యొక్క ఘాతాల ఆరోహణ క్రమంలో రాస్తే, దానిని ఆ బహుపది యొక్క ..... రూపం అంటారు.
10. ఒకే చలరాశి గల బీజీయ సమాసంలోని వివిధ పదాలలో నుండే చలరాశి యొక్క అత్యధిక ఘాతాంకమును బహుపది యొక్క ..... అంటారు.
11. ఒక బీజీయ సమాసంలో చలరాశులు హారములో లేకుండగను, మరియు చలరాశులు ఘాతాంకాలుగను మరియు వివిధ పదాలలోని గుణకములు వాస్తవ సంఖ్యలు గనుక వుంటే దానిని ..... అంటారు.
12. ఒక స్థిరరాశి యొక్క పరిమాణం .....
13. బీజీయ సమాసంలో ఒకే చలరాశి మరియు వేరువేరు ఘాతాంకాలు కలిగిన పదాలను ..... అంటారు.
14. ఒక బహుపదిలోని ఏ రెండు పదాలు ఒకే విధంగా ఉండనిచో ఆ బహుపదిని ..... రూపంలో ఉంది అంటాము.

15. సజాతి ఏక పదుల మొత్తమును ఒకే పదంలో రాయడాన్ని సజాతి పదాల ..... అంటాం.

16. $3x^2 - 4y$ అనే బీజీయ సమాసంలో x గుణకము .....

17. $\frac{2}{3}x + y$ అనే బీజీయ సమాసంలో x గుణకము.....

18. $2z - 5xz$ అనే బీజీయ సమాసంలో x గుణకము .....

19. y^2 నుండి $-5y^2$ ను తీసివేయగా ఫలితము .....

20. $(a + b)$ నుండి $(a - b)$ ని తీసివేయగా ఫలితము .....

21. $x = 2$ అయిన $3x^2 - x + 12$ విలువ .....

22. $n = -2$ అయిన $5n - 2$ విలువ .....

23. $a = 2,\ b = -2$ అయిన $a^2 - b^2$ విలువ .....

24. $3x + 11$ మరియు $7x - 5$ ల మొత్తము .....

25. $3x^2 - 4xy + 5x^2 = 9$ లోని సరూప పదముల మొత్తము .....

II. ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సరియైన సమాధానమును ఎన్నుకొని దానికి ఎదురుగా ఉన్న బ్రాకెట్లలో రాయుము

1. $4x^3 - \frac{5}{2}x^4 + 3x + 4$ యొక్క ప్రామాణిక రూపము [ ]

   (ఎ) $4x^3 + 3x + 4 + \frac{5}{2}x^4$ (బి) $3x + 4 + 4x^3 + \frac{5}{2}x^4$

   (సి) $\frac{5}{2}x^4 + 4x^3 + 3x + 4$ (డి) $4 + 3x + \frac{5}{2}x^4$

2. ఈ క్రింది వానిలో ద్విపది [ ]

   (ఎ) $5x^5$ (బి) $2x + 3$ (సి) $3xyz$ (డి) $4x + 3z + 2$

3. ఈ క్రింది వానిలో సరూప పదాలకు ఉదాహరణ [ ]

   (ఎ) $-xy^2,\ 2xy^2$ (బి) $-4yx^2,\ -4y^2x$ (సి) $10xy,\ 10x^3y$ (డి) $10x^3y,\ -10xy^3$

4. $13 + 11x + 12x^3 - 3x^2$ బహుపది పరిమాణము [ ]

   (ఎ) 2 (బి) 1 (సి) 3 (డి) 0

5. ఈ క్రింది వానిలో బహుపది కానిది [ ]

   (ఎ) $x^4 + \frac{2}{x}$ (బి) $x^4 - 2 + 7$ (సి) $x^3 - 2x^2 + 7$ (డి) $\frac{8}{2}x^2 + 7$

6. ఈ క్రింది వానిలో బహుపది [ ]

   (ఎ) $\sqrt[3]{x+y}$ (బి) $\sqrt[5]{x-y}$ (సి) $5 + \frac{3}{x}$ (డి) $\frac{2}{3}x^3 + 1$

7. $4x^3 - 7x^2 - x + 2$ లో స్థిరరాశి పరిమాణము [ ]

(ఎ) 3 (బి) 0 (సి) 2 (డి) 1

8. xy, yz మరియు zx ల లబ్ధ మెంత [ ]

(ఎ) x^2yz (బి) x^2y^2z (సి) $x^2y^2z^2$ (డి) xy^2z^2

9. $(5x)$ ను $(-7x)$ నుండి తీసివేయగా ఫలితము [ ]

(ఎ) $12x$ (బి) $-12x$ (సి) $35x$ (డి) $-35x$

10. $\frac{1}{4}x + \frac{1}{8}x^2$ విలువ $x = 1$ అయిన [ ]

(ఎ) $\frac{1}{4}$ (బి) $\frac{1}{8}$ (సి) $\frac{1}{2}$ (డి) $\frac{3}{8}$

ఈ క్రింది వానిని జతపరుచుము.

Group A		**Group B**
1. $4y^2 - 3y$	[ ]	ఎ) ద్విపది
2. $x + y + z$	[ ]	బి) త్రిపది
3. ax^2yz	[ ]	సి) ఏకపది
4. $4x^4 - \frac{2}{3}x^2 - 4x^3 + 7$	[ ]	డి) బహుపది
5. $-2 + \frac{8}{x} + x^2$	[ ]	ఇ) బహుపది కాదు

Group A		**Group B**
6. $2x - 3 = 0$ అయిన $x =$	[ ]	ఎఫ్) $\frac{3}{2}$
7. $2x + 3 = 0$ అయిన $x =$	[ ]	జి) $-\frac{3}{2}$
8. $3x, -4x, xy, y^2$ లలో సరూపపదాలు	[ ]	హెచ్) $3x, -4x$
9. $5x, 6y - x^2y, \frac{2}{3}yx^2$ లలో విరూప పదాలు	[ ]	ఐ) $5x, 6y$
10. $\sqrt{x}, \frac{4}{3}x, \frac{4}{x}$ లలో ఏకపది	[ ]	జె) $\frac{4}{3}x$

Group A		Group B
11. $c + dx + ex^2 + bx^3$ పరిమాణము	[ ]	కె) 3
12. $ax^3 + bx^2 + cx + dx^4$ పరిమాణము	[ ]	ఎల్) 4
13. $\frac{2}{3}x+\frac{6}{7}x^2+8x^3+7x^5$ పరిమాణము	[ ]	ఎమ్) 5
14. $\frac{1}{2}x^6+7x+9x^3+8x^5$ పరిమాణము	[ ]	ఎన్) 6
15. $2x^3 - x + x^2 - 5x + 7$ లో స్థిరపదము పరిమాణము	[ ]	ఒ) 0

జవాబులు

1.	చలరాశి	2.	బీజీయ సమాసము
3.	ఏకపది	4.	ద్విపది
5.	త్రిపది	6.	బహుపది
7.	సరూప	8.	బీజీయ సమాసము యొక్క విలువ కట్టడము
9.	ప్రామాణిక	10.	పరిమాణము
11.	బహుపది	12.	0
13.	విరూప పదాలు	14.	సూక్ష్మరూపం లేక ప్రామాణిక రూపం
15.	సూక్ష్మీకరణ లేక రూపాంతరీకరణ	16.	3
17.	2/3	18.	$-5z$
19.	$6y^2$	20.	$2b$
21.	22	22.	-12
23.	0	24.	$10x + 6$
25.	$8x^2$		
1)	సి	2)	బి
3)	ఎ	4)	సి
5)	ఎ	6)	డి
7)	బి	8)	సి
9)	బి	10)	డి

జతపరచండి.

1)	ద్విపది	ఎ
2)	త్రిపది	బి
3)	ఏకపది	సి
4)	బహుపది	డి
5)	బహుపది కాదు	ఇ
6)	$\frac{3}{2}$	ఎఫ్
7)	$-\frac{3}{2}$	జి
8)	$3x, -4x$	హెచ్
9)	$5x, 6y$	ఐ
10)	$\frac{4}{3}x$	జె
11)		కె
12)		ఎల్
13)		ఎమ్
14)		ఎన్
15)		ఒ

1.5 ప్రత్యేక లబ్ధాలు మరియు కారణాంక విభజన

లక్ష్యాలు :

ఈ పాఠమును అభ్యసించిన తరువాత, అధ్యయనపరుడు

1. ప్రత్యేక లబ్ధాలనుపయోగించి సంఖ్యల వర్గాల, ఘనాల విలువలను లెక్కగట్టుట.
2. రెండుగాని అంతకన్నా ఎక్కువ గాని బహుపదుల గ.సా.భా. మరియు క.సా.గు కనుగొనగలుగును.

ముఖ్యాంశాలు :

* $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
* $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$
* $x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$
* $(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$
  $= x^3 + 3xy(x+y) + y^3$
* $(x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$
  $= x^3 - 3xy(x-y) - y^3$
* $x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$
* $x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$
* $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x+y+z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$
* $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$
* గ.సా.భా × క.సా.గు. = రెండు బహుపదుల లబ్ధము
* రెండు బహుపదుల గ.సా.భా = $\frac{\text{రెండు బహుపదుల లబ్ధము}}{\text{బహుపదుల క.సా.గు.}}$
* ఒక బహుపదిని వేరొక దానితో భాగించగా వచ్చుసమాసము అకరణీయ సమాసము.

3 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. లబ్ధం కనుగొనుము : $(4x+3)(4x+3)$
2. సూత్ర సహాయంతో $(96)^2$ విలువ కనుగొనుము.
3. $(3x-y)^3$ ను సూత్ర సహాయముతో విస్తరించుము.
4. సూత్ర సహాయంతో $(y-3)(y^2+3y+9)$ ను సూక్ష్మీకరించి, గుణించి సరిచూడండి.

5. $(2x+3y)^3$ విలువ ఎంత ?

6. సూత్ర సహాయముతో 97×103 విలువ కనుగొనుము.

7. $16x^2 - 25y^2$ ను కారణాంకాలుగా విడగొట్టండి.

8. $25x^2 - 60xy + 36y^2$ ను కారణాంక విభజన చేయండి.

9. మధ్యపదమును విడగొట్టుట ద్వారా $3x^2 - 2x - 5$ ను కారణాంకాలుగా విభజించండి.

10. $x^2 - 7x + 6$ ను రెండు కారణాంకాల లబ్ధంగా రాయండి.

11. $(7p - 8q)$ యొక్క వర్గం ఎంత ?

12. సూక్ష్మీకరించండి. $\dfrac{(x^2-4)(x-1)}{(x^2-3x+2)(x+2)}$

13. $(x+3)^3\,(x+1)^3$ మరియు $(x+1)^2\,(x+3)^4$ యొక్క గ.సా.భా మరియు క.సా.గు కనుగొనండి.

14. సూత్ర సహాయముతో $x^3 - 27y^3$ ను కారణాంకాలుగా విభజించండి.

15. $a^3 + 216b^3$ ను కారణాంకాలుగా విడగొట్టండి.

5 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. $\left(x-\dfrac{1}{x}\right)=7$ అయిన $x^2+\dfrac{1}{x^2}$ విలువ ఎంత ?

2. $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)=3$ అయిన $x^4+\dfrac{1}{x^4}$ విలువను కనుగొనుము.

3. $a-b=-1,\ ab=6$ అయినచో a^3-b^3 విలువ ఎంత ?

4. రెండు బహుపదుల గ.సా.భా $(x+1)$ మరియు వాని క.సా.గు. x^6-1. అందు ఒక బహుపది x^3+1 అయిన రెండవ దానిని కనుగొనుము.

5. $\dfrac{3x^2+1}{x+1}, \dfrac{2x^2-3x+1}{x-1}$ లను కూడండి.

6. $\dfrac{2x-3}{2x+1}$ నుండి $\dfrac{2x+3}{x+2}$ ను తీసివేయండి.

7. సూక్ష్మీకరించుము. $\dfrac{(x+3)(x^2-8x+15)}{(x^2-9)}\times\dfrac{2x+5}{x+5}$

8. $x+y=5$ మరియు $x-y=3$ అయినచో x^2+y^2 విలువ కనుగొనుము.

9. $a+\dfrac{1}{a}=2$ అయిన $a^3+\dfrac{1}{a^3}$ విలువ ఎంత ?

10. సూక్ష్మీకరించండి. $\left(\dfrac{x^3-y^3}{x^3+y^3}\div\dfrac{x^2+xy+y^2}{x^2-xy+y^2}\right)\times\dfrac{x+y}{x-y}.$

3 మార్కుల ప్రశ్నల జవాబులు

1. $(4x+3)(4x+3) = (4x+3)^2$

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(4x+3)^2 = (4x)^2 + 2.4x \,.\, 3 + 3^2$

$= 16x^2 + 24x + 9.$

2. $(96)^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(96)^2 = (100 - 4)^2$

$= (100)^2 - 2.100.4 + 4^2$

$= 10{,}000 - 800 + 16$

$= 9216.$

3. $(3x-y)^3$

$(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab\,(a-b)$

$(3x-y)^3 = (3x)^3 - y^3 - 3 \,.\, 3x \,.\, y\,(3x-y)$

$= 27x^3 - y^3 - 27x^2y + 9xy^2$

4. $(x-y)(x^2+xy+y^2) = x^3 - y^3$

$\therefore\ (y-3)(y^2+3y+9) = y^3 - 3^3$

$= y^3 - 27$

5. $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$

$(2x+3y)^3 = (2x)^3 + (3y)^3 + 3.2x \,.\, 3y\,(2x+3y)$

$= 8x^3 + 27y^3 + 18xy(2x+3y)$

$= 8x^3 + 27y^3 + 36x^2y + 54xy^2$

6. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

$97 \times 103 = (100-3) + (100+3)$

$= (100)^2 - 3^2$

$= 10{,}000 - 9$

$= 9991$

7. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

$(16x^2 - 25y^2) = (4x)^2 - (5y)^2$

$= (4x+5y)\ (4x-5y)$.

8. $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

$25x^2 - 60xy + 36y^2$

$= (5x)^2 - 2.5x \cdot 6y + (6y)^2$

$= (5x - 6y)^2$

$= (5x - 6y)(5x - 6y)$

9. $3x^2 - 2x - 5$

$3x^2 + 3x - 5x - 5$

$3x(x + 1) - 5(x + 1)$

$(x + 1)(3x - 5)$

10. $x^2 - 7x + 6$

$x^2 - x - 6x + 6$

$x(x - 1) - 6(x - 1)$

$(x - 1)(x - 6)$

11. $(7p - 8q)^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(7p - 8q)^2 = (7p)^2 - 2 \cdot 7p \cdot 8q + (8q)^2$

$= 49p^2 - 112pq + 64q^2$

12. $\dfrac{(x^2 - 4)(x - 1)}{(x^2 - 3x + 2)(x + 2)}$

$= \dfrac{(x + 2)(x - 2)(x - 1)}{(x^2 - 2x - x + 2)(x + 2)}$

$= \dfrac{(x + 2)(x - 2)(x - 1)}{(x - 2)(x - 1)(x + 2)}$

$= 1$

13. $(x + 3)^3 \ (x + 1)^3$ మరియు $(x + 1)^2 \ (x + 3)^4$

$(x + 3)$ కనీసం 3 సార్లు వస్తుంది.

$(x + 1)$ కనీసం 2 సార్లు వస్తుంది.

$\therefore$ గ.సా.భా $= (x + 1)^2 \ (x + 3)^3$

$(x + 3)$ అత్యధికంగా 4 సార్లు

$(x + 1)$ అత్యధికంగా 3 సార్లు వస్తుంది.

$\therefore$ క.సా.గు. $= (x + 3)^4 \ (x + 1)^3$

14. $x^3 - (3y)^3$

$a^3 - b^3 = (a - b)\,(a^2 - ab + b^2)$

$(x)^3 - (3y)^3 = (x - 3y)\,(x^2 - x \,.\, 3y + (3y)^2)$

$= (x - 3y)\,(x^2 - 3xy + 9y^2).$

15. $a^3 + (6b)^3$

$a^3 + b^3 = (a + b)\,(a^2 - ab + b^2)$

$a^3 + (6b)^3 = (a + 6b)\,(a^2 - a \,.\, 6b + (6b)^2)$

$= (a + 6b)\,(a^2 - 6ab + 36b^2).$

5 మార్కుల ప్రశ్నల జవాబులు

1. $x - \frac{1}{x} = 7$

ఇరువైపుల వర్గం చేయగా

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 7^2$$

$$x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} = 49$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 49 + 2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 51$$

2. $x + \frac{1}{x} = 3$

ఇరువైపుల వర్గం చేయగా

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 3^2$$

$$x^2 + 2.\cancel{x}.\frac{1}{\cancel{x}} + \frac{1}{x^2} = 9$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 9 - 2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$$

తిరిగి వర్గం చేయగా

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = 7^2$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} + 2 = 49$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = 47$$

3. $a - b = -1$ $\qquad ab = 6$

$a - b = -1$

ఇరువైపుల ఘనం చేయగా

$(a-b)^3 = (-1)^3$

$a^3 - b^3 - 3ab(a-b) = -1$

$a^3 - b^3 - 3(6)(-1) = -1$

$a^3 - b^3 + 18 = -1$

$a^3 - b^3 = -1 - 18$

$a^3 - b^3 = -19.$

4. గ.సా.భా $= x + 1$

క.సా.గు $= x^6 - 1$

ఒక బహుపది $= x^3 + 1$

క.సా.గు × గ.సా.భా = రెండు బహుపదుల లబ్ధం

$(x+1)(x^6-1) = (x^3+1) \times$ రెండవ బహుపది

$\therefore$ రెండవ బహుపది $= \dfrac{(x+1)(x^6-1)}{(x^3+1)}$

$= \dfrac{(x+1)(x^3+1)(x^3-1)}{(x^3+1)}$

$= (x+1)(x^3-1).$

5. $\frac{3x^2+1}{x+1}+\frac{2x^2-3x+1}{x-1} = \frac{(x-1)(3x^2+1)+(x+1)(2x^2-3x+1)}{(x+1)(x-1)}$

$= \frac{3x^3+x-3x^2-1+2x^3-3x^2+6x+2x^2-3x+1}{x^2-1}$

$= \frac{5x^3-4x^2-x}{x^2-1}$

6. $\frac{2x-3}{2x+1}-\frac{2x+3}{x+2} = \frac{(2x-3)(x+2)-(2x+1)(2x+3)}{(2x+1)(x+2)}$

$= \frac{2x^2+4x-3x-6-4x^2-6x-2x-3}{2x^2+4x+x+2}$

$= \frac{-2x^2-7x-9}{2x^2+5x+2}$

7. $\frac{(x+3)(x^2-8x+15)}{(x^2-9)}\times\frac{2x+5}{x+5}$

$\frac{(x+3)(x^2-3x-5x+15)(2x+5)}{(x+3)(x-3)(x+5)}$

$= \frac{(x+3)(x-3)(x-5)\ (2x+5)}{(x+3)(x-3)(x+5)}$

$= \frac{(x-5)\ (2x+5)}{(x+5)}$

8. $x+y=5;\quad x-y=3$

$(x+y)^2+(x-y)^2 = 2(x^2+y^2)$

$(5)^2+(3)^2 = 2(x^2+y^2)$

$25+9 = 2(x^2+y^2)$

$34 = 2(x^2+y^2)$

$\therefore \quad x^2+y^2 = 17$

9. $a+\frac{1}{a}=2$

ఇరువైపుల ఘనం చేయగా

$\left(a+\frac{1}{a}\right)^3 = (2)^3$

$a^3+\frac{1}{a^3}+3.a.\frac{1}{a}\left(a+\frac{1}{a}\right)=8$

$a^3+\frac{1}{a^3}+3(2)=8$

$a^3+\frac{1}{a^3}+6=8$

$a^3+\frac{1}{a^3}=8-6$

$a^3+\frac{1}{a^3}=2$

10. $\left(\frac{x^3-y^3}{x^3+y^3} \div \frac{x^2+xy+y^2}{x^2-xy+y^2}\right)\times\frac{x+y}{x-y}$

$=\left(\frac{(x-y)\,(x^2+xy+y^2)}{(x+y)(x^2-xy+y^2)} \times \frac{(x^2-xy+y^2)}{(x^2+xy+y^2)}\right)\times\frac{x+y}{x-y}$

$=\frac{x-y}{x+y}\times\frac{x+y}{x-y}$

$= 1.$

ఈ క్రింది ఖాళీలను సరియైన సమాధానముతో పూరించుము. 1 మార్కు

1. $(101)^2 = 100^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + (1)^2$
2. $(x-y)^2 = x^2 - \ldots\ldots\ldots\ldots + y^2$
3. $(996)^2 = (\ldots\ldots\ldots - \ldots\ldots\ldots)^2$
4. ఒక బహుపదిని రెండు బహుపదుల లబ్ధంగా రాయుటను ..... అంటారు
5. $(x+2)(x-2) =$ .....
6. $a^2+b^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots - 2ab$
7. $(a-b)^2 = (a+b)^2 -$ .....

8. $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2a^2 +$ .....

9. $(a+b)^2 = (a-b)^2 +$.....

10. దత్త సంఖ్యలన్నింటిని విభజించగల అతిపెద్ద సంఖ్య .....

11. గ.సా.భా × క.సా.గు = ...

12. రెండు బహుపదుల భాగఫల రూపంలో ఉన్న బీజీయ సమాసాన్ని .....అంటాం.

13. $4x^2y$ మరియు x^3y^2 ల గ.సా.భా .....

14 $(x+1)^3$ మరియు $(x+1)^2(x-1)$ ల క.సా.గు .....

15. (x^2+3) (.....) $= x^4 - 9$.

ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సరియైన సమాధానమును ఎన్నుకొని దానికి ఎదురుగా ఉన్న బ్రాకెట్లలో రాయుము $\frac{1}{2}$ మార్కు

1. $x^3 - y^3 =$ [ ]

   (ఎ) $(x-y)(x^2+2xy+y^2)$ (బి) $(x+y)(x^2-2xy+y^2)$

   (సి) $(x+y)(x^2+2xy+y^2)$ (డి) $(x-y)(x^2+xy+y^2)$

2. $5x^3y^2$ మరియు $3x^2y^4$ ల గ.సా.భా [ ]

   (ఎ) x^3y^2 (బి) x^2y^3 (సి) x^2y^2 (డి) xy^2

3. $(x+2)^2$ మరియు $(x+2)^3$ ల క.సా.గు. [ ]

   (ఎ) $(x+2)^2$ (బి) $(x+2)^3$ (సి) $(x+2)$ (డి) $(x+2)^5$

4. $x^2 - 9y^2 =$ [ ]

   (ఎ) $(x+3y)(x-3y)$ (బి) $(x+9y)(x-9y)$ (సి) $(x)^2(-9y^2)$ (డి) $(x^2+3y)(x-3y)$

5. $(x-1)^3$ మరియు $(x+1)^2$ ల గ.సా.భా [ ]

   (ఎ) $(x-1)^3$ (బి) $(x+1)^2$ (సి) $(x-1)^3(x+1)^2$ (డి) 1

ఈ క్రింది వానిని జతపరుచుము. $\frac{1}{2}$ మార్కు

Group A		**Group B**
1. $(x+y)^2$	[ ]	ఎ) $x^2 - 2xy + y^2$
2. 23×17	[ ]	బి) $2x^2 - 2y^2$
3. $(x-y)^2$	[ ]	సి) $x^3 - y^3 - 3xy(x-y)$
4. $(x+y)^2 + (x-y)^2$	[ ]	డి) $x^2 + (a+b)x + ab$

5. $(x-y)^2-(x-y)^2$

6. x^3+64

7. x^3-y^3

8. $(x-y)^3$

9. $(x+a)\ (x+b)$

10. $(x+y)^3$

[ ] ఇ) 391

[ ] ఎఫ్) $x^2+2xy+y^2$

[ ] జి) $x^3+y^3+3xy(x+y)$

[ ] హెచ్) 381

[ ] ఐ) $4xy$

[ ] జె) $2(x^2+y^2)$

[ ] కె) $(x-y)\ (x^2+xy+y^2)$

[ ] ఎల్) $(x+y)\ (x^2-4x+16)$

[ ] ఎమ్) $8x\,y$

జవాబులు

1. 200
2. $2xy$
3. 1000, 4
4. కారణాంక విభజన
5. x^2-4
6. $(a+b)^2$
7. $4ab$
8. $2b^2$
9. $4ab$
10. గ.సా.భా
11. రెండు బహుపదుల లబ్ధం
12. అకరణీయ సమాసం
13. x^2y
14. $(x+1)^3\ (x-1)$
15. x^2-3

బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు

1) డి 2) సి

3) బి 4) ఎ

5) డి

జతపరచు ప్రశ్నలు

1) ఎఫ్ 6) ఎల్

2) ఇ 7) కె

3) బిఎ 8) సి

4) జె 9) డి

5) ఐ 10) జి

1.6 రేఖీయ సమీకరణాలు

లక్ష్యాలు :

ఈ పాఠమును అభ్యసించిన తరువాత, అధ్యయనపరుడు

1. దత్త సమీకరణాల సముదాయం నుండి రేఖీయ సమీకరణమును గుర్తించగలుగును.
2. రెండు చలరాశులలోని రేఖీయ సమీకరణము యొక్క గ్రాఫును గీయగలుగును.
3. సమీకరణాల వ్యవస్థను బీజీయ పద్ధతిలో సాధించగలుగును.

ముఖ్యాంశాలు :

* ఒక చలరాశి యందలి పరిమాణము ఒకటిగా గల సమీకరణమును ఒక చలరాశి యందలి రేఖీయ సమీకరణము అంటారు.
* $ax+b=0$ మరియు $a \neq 0$ లు వాస్తవ సంఖ్యలయితే – ఇది ఒకే చలరాశి గల రేఖీయ సమీకరణము యొక్క సామాన్య రూపము.
* సమీకరణము $ax+by+c=0,\ a \neq 0,\ b \neq 0$ మరియు a, b, c లు వాస్తవ సంఖ్యలయితే, రెండు చలరాశులలోని రేఖీయ సమీకరణము యొక్క సామాన్య రూపము అవుతుంది.

3 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. ఒక వరుసలో ఉండే మూడు సహజ సంఖ్యల మొత్తం 42. ఆ సంఖ్యలను కనుగొనుము.
2. కూడిక లేదా తీసివేయుట ద్వారా

   $x+y=7$

   $3x-y=11$ లను సాధించుము.
3. ప్రతిక్షేపణ ద్వారా

   $5x+3y = 17$

   $x+3y = 1$ లను సాధించుము.
4. "2 పెన్నులు 5 నోటు పుస్తకాలు కలిపి రూ.16 అగును. 3 పెన్నులు, 4 నోటు పుస్తకాలు రు.17 అగును". ప్రవచనమును సమీకరణాల వ్యవస్థగా వ్యక్తపరచుము.
5. $5(m-3) = 19 + 3(m-2)$ ను సాధించుము.
6. ఒక సంఖ్య యొక్క రెట్టింపునకు 10 జోడించితే 32 వస్తుంది. ఆ సంఖ్య ఏది?
7. కింది క్రమయుగ్మాలను కార్టీసియన్ తలంలోని బిందువులుగా ప్రదర్శించుము. (5, 2), (3, −2), (3, −4), (2, 0) మరియు (0, −5).

8. $y - 2x = 3$ యొక్క గ్రాఫును గీయండి.

9. నిష్పత్తి పద్ధతి నుపయోగించి కింది సమీకరణాల వ్యవస్థ సంగతమో, అసంగతమో లేక పరస్పరాధారమో తెలుపుము.

$2x + 3y = 13$

$5x - 2y = 4$

10. సాధించుము.

$$\frac{4-2x}{3} + \frac{x+1}{2} = 1$$

3 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. వరుస 3 సహజసంఖ్యలు $x, x+1, x+2$ అనుకొనుము.

మొత్తం = 42

$x + x + 1 + x + 2 = 42$

$3x + 3 = 42$

$3x = 42 - 3$

$3x = 39$

$x = 13$

$\therefore$ ఆ సంఖ్యలు = 13, 14, 15

2. $x + y = 7 \quad \ldots(1)$

$3x - y = 11 \quad \ldots(2)$

$4x = 18$

$$x = \frac{18}{4}$$

$$x = \frac{9}{2} = 4.5$$

x విలువను (1)లో ప్రతిక్షేపించగా

$x + y = 7$

$$\frac{9}{2} + y = 7$$

$$y = 7 - \frac{9}{2}$$

$$= \frac{14-9}{2}$$

$$y = \frac{5}{2}$$

$$y = 2.5$$

3. $5x + 3y = 17$ ...(1)

$x + 3y = 1$ ...(2)

$x = 1 - 3y$

x విలువను (1)లో ప్రతిక్షేపించగా

$5(1 - 3y) + 3y = 17$

$5 - 15y + 3y = 17$

$-12y = 17 - 5$

$-12y = 12$

$$y = \frac{12}{-12}$$

$y = -1$

సమీకరణం (1) ద్వారా

$5x + 3(-1) = 17$

$5x - 3 = 17$

$5x = 17 + 3$

$5x = 20$

$x = 4.$

4. పెన్ను ధర x రు॥

నోటు పుస్తకం ధర y రు॥ అనుకొనుము.

2 పెన్నులు, 5 నోటుపుస్తకాల ధర = రూ॥16

ie $2x + 5y = 16$ ...(1)

3 పెన్నులు, 4 నోటు పుస్తకాల ధర = రు. 17

$3x + 4y = 17$ ...(2)

$\therefore$ సమీకరణాల వ్యవస్థ

$2x + 5y = 16$

$3x + 4y = 17$

5. $5(m - 3) = 19 + 3(m - 2)$

$5m - 15 = 19 + 3m - 6$

$5m - 3m = 19 - 6 + 15$

$2m = 28$

$m = 14.$

6. సంఖ్య x అనుకొనుము.

రెట్టింపు $= 2x$

రెట్టింపునకు 10 కలిపిన 32 వచ్చును.

$2x + 10 = 32$

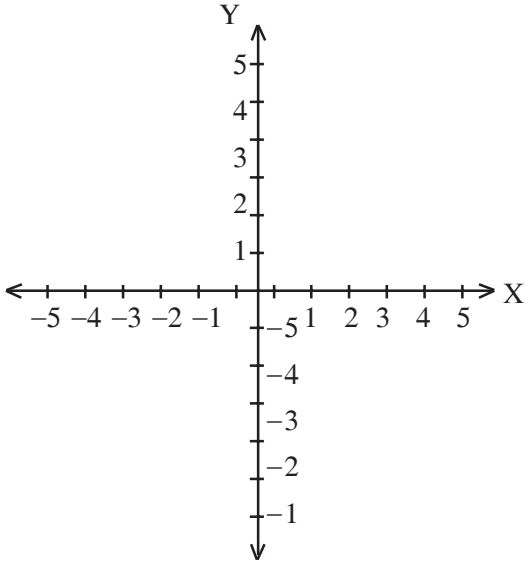
$2x = 32 - 10$

$2x = 22$

$x = 11$

$\therefore$ ఆ సంఖ్య $= 11.$

7.

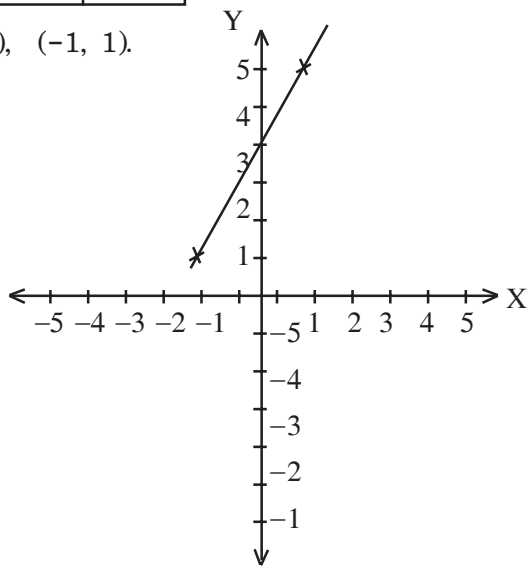


8. $y - 2x = 3$

$y = 2x + 3$

x	1	0	-1
y	5	3	1

క్రమ యుగ్మాలు : (1, 5), (0, 3), (−1, 1).



9. $2x + 3y - 13 = 0$

$5x - 2y - 4 = 0$

$a = 2;\ b = 3;\ c = -13$

$a' = 5\ ;\ b' = -2;\ c' = -4$

$\frac{a}{a'} = \frac{2}{5};\ \frac{b}{b'} = \frac{3}{-2};\ \frac{c}{c'} = \frac{-13}{-4}$

$\therefore\ \frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$

కావున ఈ వ్యవస్థ అసంగతము.

10. $\frac{4-2x}{3} + \frac{x+1}{2} = 1$

$\frac{2(4-2x)+3(x+1)}{6} = 1$

$8 - 4x + 3x + 3 = 6$

$11 - x = 6$

$-x = 6 - 11$

$-x = -5$

$\therefore\ x = 5.$

5 మార్కులు

1 రేణు తన తల్లి కన్నా 20 సంవత్సరాలు చిన్నది. 10 సంవత్సరాల తర్వాత ఆమె తల్లి వయసు అప్పటి తన వయసుకు రెండు రెట్లు అవుతుంది. ఇపుడు రేణు వయస్సు ఎంత ?

2. ఒక సంఖ్యను 5 రెట్లు చేసి దానికి 4 కలుపగా అదే సంఖ్యను 7 రెట్లు చేసి 2 తీసివేసినచో వచ్చు రాశికి సమానమగును. ఆ సంఖ్యను కనుగొనుము.

3. $4x + 3y = 24$ మరియు $3y - 2x = 6$ అనే రేఖీయ సమీకరణాల వ్యవస్థను గ్రాఫు ద్వారా సాధించుము.

4. $2x - y = 5$ మరియు $x + 3y = 6$ అనే రేఖీయ సమీకరణాల వ్యవస్థను గ్రాఫుద్వారా సాధించుము.

5. కూడిక లేక తీసివేయుట ద్వారా $3x + 2y = 11$ మరియు $2x + 3y = 4$ రేఖీయ సమీకరణాలను సాధించుము.

6. రెండు సంఖ్యల మొత్తము వానిలో చిన్న సంఖ్యకు మూడు రెట్ల కన్న 3 ఎక్కువ. సంఖ్యల భేదము 5. సంఖ్యలను కనుగొనుము.

7. ఒక భిన్నములో లవమును ఒకటి తగ్గిస్తే, అది 2/3 అగును. కాని హారము 5 ఎక్కువ చేసినట్లయితే ఆ భిన్నము 1/2 అగును. ఆ భిన్నము ఎంత ?

8. ప్రతిక్షేపణ ద్వారా మినహాయింపు చేసి $3x + y = 2$ మరియు $x - 2y = 1$ రేఖీయ సమీకరణాలను సాధించుము.

9. $\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = 4$ మరియు $\frac{2}{x} - \frac{1}{y} = 1$ అనే సమీకరణాల వ్యవస్థను సాధించుము.

10. $x - 2y = 7, x + y = -2$ సమీకరణాల వ్యవస్థను గ్రాఫ్ ద్వారా సాధించుము.

11. $y - 2x = 3, 2y + 4y = -10$ సమీకరణాల వ్యవస్థను గ్రాఫ్ ద్వారా సాధించుము.

12. $x + y = 7, 2x + 6y = 14$ సమీకరణాల వ్యవస్థను గ్రాఫ్ ద్వారా సాధించుము.

13. $x + y = 8, 2x - y = 1$ సమీకరణాల వ్యవస్థను గ్రాఫ్ ద్వారా సాధించుము.

14. $y + 2x = 3, 2y - 4x = 6$ సమీకరణాల వ్యవస్థను గ్రాఫ్ ద్వారా సాధించుము.

15. $3x + 2y = 11, 2x + 3y = 4$ సమీకరణాల వ్యవస్థను గ్రాఫ్ ద్వారా సాధించుము.

16. $x + y = 5, 3x - y = 11$ సమీకరణాల వ్యవస్థను గ్రాఫ్ ద్వారా సాధించుము.

17. $7x - 2y = 1, 3x + 4y = 15$ సమీకరణాల వ్యవస్థను గ్రాఫ్ ద్వారా సాధించుము.

18. $5x + 3y = 17, x + 3y = 1$ సమీకరణాల వ్యవస్థను గ్రాఫ్ ద్వారా సాధించుము.

19. $2x - 4y = 14, x - y = 10$ సమీకరణాల వ్యవస్థను గ్రాఫ్ ద్వారా సాధించుము.

20. $4x - 3y = 8, x + 3y = -3$ సమీకరణాల వ్యవస్థను గ్రాఫ్ ద్వారా సాధించుము.

21. $x + y = 2, x - y = 4$ సమీకరణాల వ్యవస్థను గ్రాఫ్ ద్వారా సాధించుము.

22. $2x + 3y = 5, 3x - 2y = 1$ సమీకరణాల వ్యవస్థను గ్రాఫ్ ద్వారా సాధించుము.

23. $x + 2y = 2, 2x - 4y = 6$ సమీకరణాల వ్యవస్థను గ్రాఫ్ ద్వారా సాధించుము.

24. $x - 2y = 2, 2x + 4y = 4$ సమీకరణాల వ్యవస్థను గ్రాఫ్ ద్వారా సాధించుము.

25. $x + y = 0, 2x - 3y = 0$ సమీకరణాల వ్యవస్థను గ్రాఫ్ ద్వారా సాధించుము.

26. $2x + 3y = 1, y - x = 2$ సమీకరణాల వ్యవస్థను గ్రాఫ్ ద్వారా సాధించుము.

27. $3x + y = 4, x + 3y = 4$ సమీకరణాల వ్యవస్థను గ్రాఫ్ ద్వారా సాధించుము.

28. $x + y = 1, 3y - 3x = 3$ సమీకరణాల వ్యవస్థను గ్రాఫ్ ద్వారా సాధించుము.

29. $x + 3y = 1, x + 6y = 4$ సమీకరణాల వ్యవస్థను గ్రాఫ్ ద్వారా సాధించుము.

30. $3x + y = 2, x + 2y = -1$ సమీకరణాల వ్యవస్థను గ్రాఫ్ ద్వారా సాధించుము.

31. $x - 4y = -3, x + y = 2$ సమీకరణాల వ్యవస్థను గ్రాఫ్ ద్వారా సాధించుము.

32. $x + y = 4, x - 4y = 4$ సమీకరణాల వ్యవస్థను గ్రాఫ్ ద్వారా సాధించుము.

జవాబులు

1. రేణు ప్రస్తుత వయస్సు x సంవత్సరాలను కొనుము.

   ఆమె తల్లి యొక్క ప్రస్తుత వయస్సు = $(x + 20)$ సం॥

   10 సంవత్సరాల తరువాత

   రేణు వయస్సు = $(x + 10)$ సం॥

   ఆమె తల్లి వయస్సు = $[(x + 20) + 10] = (x + 30)$ సం॥

   సమస్య ప్రకారము

   10 సం॥ తరువాత రేణు యొక్క తల్లి వయస్సు ఆమె వయస్సుకు రెట్టింపు

   $\therefore \quad x + 30 = 2(x + 10)$

   $x + 30 = 2x + 20$

   $30 - 20 = 2x - x$

   $10 = x$

   రేణు యొక్క ప్రస్తుత వయస్సు = 10 సం॥

2. కావలసిన సంఖ్య x అనుకొనుము.

   దానిని 5 రెట్లు చేయగా వచ్చు సంఖ్య = $5x$

   ఫలితమునకు 4 కలుపగా ఏర్పడు సంఖ్య = $(5x + 4)$

దత్త సంఖ్యను 7 రెట్లు చేయగా ఏర్పడు సంఖ్య = $7x$

ఫలితము నుండి 2 తీసివేయగా ఏర్పడు సంఖ్య = $7x - 2$

సమస్య ప్రకారము

$$5x + 4 = 7x - 2$$

$$4 + 2 = 7x - 5x$$

$$6 = 2x$$

$$\frac{6}{2} = x$$

$$x = 3.$$

కావలసిన సంఖ్య 3.

3. $4x + 3y = 24$

$$3y = 24 - 4x$$

$$y = \frac{24 - 4x}{3}$$

$4x + 3y = 24$

x	6	0	3
y	0	8	4

$4x + 3y = 24$ ను సంతృప్తి పరచు మూడు క్రమయుగ్మాలు (6, 0) (0, 8) మరియు (3, 4).

ఈ క్రమయుగ్మాలను గుర్తించుట ద్వారా మనకు మూడు బిందువులు (6, 0), (0, 8)మరియు (3, 4) వచ్చును. వీనిని కలుపుట ద్వారా మనకు 'l' లభ్యమగును.

'l' రేఖ $4x + 3y = 24$ యొక్క గ్రాఫు

$$3y - 2x = 6$$

$$3y = 6 + 2x$$

$$y = \frac{6 - 2x}{3}$$

$3y - 2x = 6$

x	0	-3	3
y	2	0	4

$3y - 2x = 6$ ను సంతృప్తి పరచు మూడు క్రమ యుగ్మాలు (0, 2), (−3, 0) మరియు (3, 4)
ఈ క్రమయుగ్మాలను గుర్తించుట ద్వారా మనకు మూడు బిందువులు (0, 2), (−3, 0) మరియు (3, 4)
వీనిని కలుపుట ద్వారా మనకు 'm' లభ్యమగును.
'm' రేఖ $3y - 2x = 6$ యొక్క గ్రాఫు. l మరియు m రేఖలకు సామాన్యంగా వున్న ఒకే బిందువు (3, 4) కావున $x = 3, y = 4$.

4. $2x - y = 5$

$y = 2x - 5$ $\qquad\qquad$ $2x - y = 5$

x	0	3	$\frac{1}{2}$
y	-5	1	1

$2x - y = 5$ ను సంతృప్తి పరచు మూడు క్రమయుగ్మాలు (0, −5) (3, 1) మరియు ($\frac{1}{2}$, 1) వచ్చును.

ఈ క్రమయుగ్మాలను గుర్తించుట ద్వారా మనకు మూడు బిందువులు (0, −5) (3, 1) మరియు ($\frac{1}{2}$, 1) వచ్చును. ఈ మూడు బిందువులను కలుపుట ద్వారా మనకు 'l' రేఖ లభించును.

'l' రేఖ $2x - y = 5$ యొక్క గ్రాఫు

$x + 3y = 6$

$3y = 6 - x$

$y = \frac{6 - x}{3}$

x	0	3	-3
y	2	1	3

$x + 3y = 6$ ను సంతృప్తిపరచు మూడు క్రమ యుగ్మాలు (0, 2), (3, 1) మరియు (−3, 3)

ఈ క్రమయుగ్మాలను గుర్తించుట ద్వారా మనకు మూడు బిందువులు (0, 2), (3, 1) మరియు (−3, 3) వచ్చును.

ఈ మూడు బిందువులను కలుపుట ద్వారా 'm' రేఖ లభించును.

'm' రేఖ $x + 3y = 6$ యొక్క గ్రాఫు

l మరియు m రేఖలకు సామాన్యంగా వున్న బిందువు (3, 1). కావున $x = 3, y = 1$.

5. $3x + 2y = 11$ ...(1)

$2x + 3y = 4$ ...(2)

(1) × 2 $6x + 4y = 22$ ...(3)

(2) ×3 $6x + 9y = 12$ ...(4)

(3) నుండి (4) ను తీసివేయగా

$$-5y = 10$$

$$-y = \frac{10}{5} = 2$$

$$y = -2$$

$y = -2$ ని (1) ప్రతిక్షేపించగా

$$3x + 2(-2) = 11$$

$$3x - 4 = 11$$

$$3x = 11 + 4 = 15$$

$$x = \frac{15}{3} = 5$$

$\therefore\ x = 5,\ y = 2$

6. చిన్న సంఖ్య = x అనుకొనుము.

పెద్ద సంఖ్య = y

వాని మొత్తము $x + y$

సమస్య ప్రకారము

రెండు సంఖ్యల మొత్తము వానిలో చిన్న సంఖ్యకు మూడు రెట్ల కన్న 3 ఎక్కువ

కావున $x + y = 3x + 3$

$3x - x - y = -3$

$2x - y = -3$ ...(1)

ఆ సంఖ్యల భేదము $y - x = 5$ ...(2)

1, 2 లను కూడగా $x = 2$ ను (1) లో ప్రతిక్షేపించగా

$2x - y = -3$ $2(2) - y = -3$

$-x + y = 5$ $4 - y = -3$

కూడగా $-y = -3 - 4$

$x = 2$ $y = 7$

పెద్ద సంఖ్య 7, చిన్న సంఖ్య 2

7. ఒక భిన్నములో లవము x అనుకొనుము.

హారము y

లవమును ఒకటి తగ్గించగా ఏర్పడు భిన్నము $\frac{x-1}{y}$

సమస్య ప్రకారము $\frac{x-1}{y} = \frac{2}{3}$

అడ్డగుణకారము చేయగా

$$3x - 3 = 2y$$

$$3x - 2y = 3$$

హారమును 5 ఎక్కువ చేయగా ఏర్పడు భిన్నము $\frac{x}{y+5}$ సమస్య ప్రకారము

$$\frac{x}{y+5} = \frac{1}{2}$$

$$2x = y + 5$$

$$2x - y = 5$$

$$3x - 2y = 3 \qquad ...(1)$$

$$2x - 1y = 5 \qquad ...(2)$$

(1) × 2 $\quad 6x - 4y = 6$

(2) × 3 $\quad 6x - 3y = 15$

$\quad - \qquad + \qquad -$

$$-y = -9$$

$$y = -9$$

$y = 9$ ని (1)లో ప్రతిక్షేపించగా

$$3x - 2(9) = 3$$

$$3x - 18 = 3$$

$$3x = 21$$

$$x = \frac{21}{3} = 7$$

కావలసిన భిన్నము = $\frac{7}{9}$.

8. $3x + y = 2$

$y = -3x + 2$

$x - 2y = 1$ సమీకరణము నందు $y = -3x + 2$ ని ప్రతిక్షేపించగా

$x - 2(-3x + 2) = 1$

$x + 6x - 4 = 1$

$7x = 5$

$x = \frac{5}{7}$

$x = \frac{5}{7}$ ని $3x + y = 2$ లో ప్రతిక్షేపించగా

$3\left(\frac{5}{7}\right) + y = 2$

$\frac{15}{7} + y = 2$

$y = 2 - \frac{15}{7} = \frac{14-15}{7} = \frac{-1}{7}$.

9. $\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = 4$ మరియు $\frac{2}{x} - \frac{1}{y} = 1$

$\frac{1}{x} = a$ మరియు $\frac{1}{y} = b$ అనుకొనుము.

$\therefore$ సమీకరణాల వ్యవస్థ ఈ క్రింది విధంగా రూపాంతరము చెందుతుంది.

$3a + b = 4$ ...(1)

$2a - b = 1$ ...(2)

(1), (2) కలపగా, $5a = 5$

$a = 1$

$a = 1$ ని (1)లో ప్రతిక్షేపించగా

$3(1) + b = 4$

$b = 4 - 3 = 1$

$a = \frac{1}{x} = 1$ కావున $x = 1$, $b = \frac{1}{y} = 1$ కావున $y = 1$

ఈ క్రింది ఖాళీలను సరియైన సమాధానములతో పూరించుము. 1 మార్కు

1. ఒక సమీకరణంలో ఒకే చలరాశి ఉన్నట్లయితే దానిని ఒకే చలరాశి లేక ఒక అజ్ఞాత రాశిగల ..... అందురు.

2. $3x - 4 = 8$ అయిన x = ...

3. ఒకే అజ్ఞాత రాశి గల సమీకరణంలో చలరాశి యొక్క అత్యధిక ఘాతాంకాన్ని సమీకరణం యొక్క ..... అందురు.

4 $3(x + 5) = 24$ అయిన x = ...

5. $ax + b = 0$ అయిన x = ...

6. ఒక రేఖీయ సమీకరణం యొక్క పరిమాణం = ...

7. ఒక చతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలత 64 సెం.మీ. అయిన దాని భుజము .....సెం.మీ

8. ఒక సంఖ్య యొక్క రెట్టింపునకు 10 జోడిస్తే 32 వస్తుంది. అయిన ఆ సంఖ్య .....

9. $(a, 0)$ అను నిరూపకము ..... అక్షము మీద ఉంటుంది.

10. $(0, b)$ అను నిరూపకము ..... అక్షము మీద ఉంటుంది.

11. x- అక్షం యొక్క సమీకరణం .....

12. y- అక్షం యొక్క సమీకరణం .....

13. $x - 2y = 7, x + 2y = 5$ అయిన x = ...

14 పరస్పరము ఖండించు కొనినచో ఆ వ్యవస్థకు ఒకే ఒక సాధన ఉండును. ఈ సాధన గల వ్యవస్థను ..... అందురు.

15. రెండు సంఖ్యల మొత్తము 64 మరియు పెద్ద సంఖ్య చిన్నదానికి మూడురెట్లు అయిన అందులో పెద్ద సంఖ్య .....

16. రేఖీయ సమీకరణం యొక్క సాధనను ..... అని కూడా అందురు.

17. $x + y = 2, x - y = 5$ అయిన x = ...

18. ప్రథమ పరిమాణ సమీకరణము ఎల్లపుడు ..... ను సూచించును.

19. మూలబిందువు నిరూపకాలు .....

20. x, y నిరూపకాల గుర్తులు $(-1, -1)$ ఉండే పాదం .....

21. $(-2, 3)$ అను బిందువు ..... పాదంలో ఉండును.

22. (x, y) అను క్రమయుగ్మంలో y ను ..... నిరూపకము అని అందురు.

23. $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ రూపంలో ఉండే సమీకరణాలు .....

24. సమీకరణాల వ్యవస్థకు సాధన బీజగణిత పద్ధతిన కాక ..... నుపయోగించి కనుగొనవచ్చు.

25. ఏదైనా అనిశ్చిత వాక్యమందు సమానత్వపు గుర్తు '=' ఉండునో అట్టి వాక్యమును .....అందురు.

26. 'x' యొక్క ఏ విలువకు అనిశ్చిత వాక్యము సత్యమగునో ఆ విలువను ..... సమితి అని అందురు.

27. గ్రాఫులో అడ్డురేఖను .....అక్షం అని అందురు.

28. $x = 0, y = 0$ రేఖల ఖండన బిందువు .....

29. $9 - 7x = 5 - 3x$ అయిన $x =$ .....

30. గ్రాఫులో నిలువుగా ఉన్న అక్షాన్ని .....అని పిలుస్తారు.

ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సరియైన సమాధానమును ఎన్నుకొని దానికి ఎదురుగా ఉన్న బ్రాకెట్లలో రాయుము 1మార్కు

1. క్రింది ప్రవచనాలలో ఏవి సంఖ్యా ప్రవచనాలు [ ]

   (ఎ) $65 + 1 = 70$ (బి) $7 \times 2 + x = 5$ (సి) $x + 5 = 7$ (డి) $2x - 16 = 8$

2. $3x^2 - 16 = 0$ అను సమీకరణ పరిమాణము [ ]

   (ఎ) 1 (బి) 2 (సి) 3 (డి) 4

3. ఈ క్రింది వానిలో ఏది రేఖీయ సమీకరణము [ ]

   (ఎ) $x^2 + 2x = 5$ (బి) $2x^2 - 5x + 4 = 0$

   (సి) $5x^3 - 4 = 0$ (డి) $x + 2 = 5$

4. రేఖీయ సమీకరణమునకు ..... సత్యవిలువలు ఉంటాయి. [ ]

   (ఎ) 0 (బి) 1 (సి) 2 (డి) 3

5. ఈ క్రింది వానిలో అనిశ్చిత ప్రవచనము [ ]

   (ఎ) $5 + 6 = 11$ (బి) $8 - x = 5$ (సి) $3 \times 4 + 1 = 13$ (డి) $8 \times 3 + 1 = 25$

6. $3P + 5 = 17$ యొక్క మూలము [ ]

   (ఎ) 2 (బి) 3 (సి) 4 (డి) 5

7. క్రింది క్రమ యుగ్మాలలో ఏవి సమీకరణము $3x + 4y = 10$ ని ఒక సత్య ప్రవచనము చేయును. [ ]

   (ఎ) $(-2, -3)$ (బి) $(-2, -1)$ (సి) $(2, 3)$ (డి) $(2, 1)$

8. $2(x-1)=12$ సమీకరణ సాధన [ ]

(ఎ) 7 (బి) -5 (సి) 6 (డి) 3

9. ఈ క్రింది వానిలో ఏది $x=3$ కు సత్యమగును [ ]

(ఎ) $2x+3=5$ (బి) $x-5=2$ (సి) $x+1=2$ (డి) $2x-3=3$

10. ఈ క్రింది బీజీయ ప్రవచనాలలో $p=2$ కు అసత్యము [ ]

(ఎ) $p+3<4$ (బి) $2p-3>3$ (సి) $3p-1=5$ (డి) $p+5=-2$

11. ఒక రేఖీయ సమీకరణ పరిమాణము [ ]

(ఎ) 1 (బి) 2 (సి) 3 (డి) 0

12. ఒక చతురస్ర చుట్టుకొలత 24సెం.మీ. అయిన దాని భుజము (సెం.మీ.లలో) [ ]

(ఎ) 4 (బి) 5 (సి) 6 (డి) 8

13. క్రింది వానిలో రెండు చలరాశుల సార్వత్రిక రేఖీయ సమీకరణము [ ]

(ఎ) $ax+by+c=0$ (బి) $a+by+c=0$

(సి) $ax^2+by^2=0$ (డి) $ax+b=0$

14. (2, −3) బిందువు ..... పాదమునకు చెందుతుంది. [ ]

(ఎ) I (బి) II (సి) III (డి) IV

15. $x>0,\ y>0$ అయిన (x, y) ..... పాదమునకు చెందును. [ ]

(ఎ) I (బి) II (సి) III (డి) IV

16. క్రింది వానిలో $x-$ అక్షంపై గల బిందువు [ ]

(ఎ) (−2, −1) (బి) (2, 0) (సి) (0, 2) (డి) (1, 2)

17. ఈ క్రింది వానిలో $y-$ అక్షమునకు సమాంతరంగా గల రేఖా సమీకరణము [ ]

(ఎ) $2x-3=0$ (బి) $x+y=0$ (సి) $2y+5=0$ (డి) $x-y=1$

18. ఈ క్రింది వానిలో మూలబిందువు గుండా పోయే రేఖా సమీకరణము [ ]

(ఎ) $2x+5=0$ (బి) $2x+3y=5$ (సి) $3x-2y=0$ (డి) $2y+4=0$

19. క్రింది సమీకరణ వ్యవస్థలలో ఏవి సంగతము [ ]

(ఎ) $y=x+5;\ y=3x+2$ (బి) $y=x+5;\ y=x+2$

(సి) $y=2x+3;\ y=2x+3$ (డి) $2y=x;\ y=\frac{x}{2}+1$

20. క్రింది సమీకరణ వ్యవస్థలలో ఏవి అసంగతము [ ]

(ఎ) $y = 2x + 3; y = 3x + 4$ (బి) $y = x + 2; y = 2x + 3$

(సి) $y = 2x + 3; y = 2x + 3$ (డి) $y = 3x + 4; y = 3x + 5$

21. $3x - 4y = 5$ యొక్క y రూపము [ ]

(ఎ) $y = \frac{3x-5}{4}$ (బి) $y = \frac{3x+5}{4}$ (సి) $y = \frac{5x-3}{4}$ (డి) $y = \frac{5x+3}{4}$

22. ఈ క్రింది సమీకరణాలలో ఏ సమీకరణ y రూపం $\frac{3-2x}{4}$ అవుతుంది [ ]

(ఎ) $4y - 2x = 3$ (బి) $4y + 2x = 3$

(సి) $4y - 2x - 3 = 0$ (డి) $4y + 2x + 3 = 0$

23. ఈ క్రింది సమీకరణాలలో ఏ సమీకరణ x రూపం $\frac{1-y}{2}$ అవుతుంది [ ]

(ఎ) $2x + y + 1 = 0$ (బి) $2x - y + 1 = 0$

(సి) $2x - y - 1 = 0$ (డి) $2x + y - 1 = 0$

24. $2x - 3y = 5$ సమీకరణ x రూపము [ ]

(ఎ) $x = \frac{5+3y}{3}$ (బి) $x = \frac{3y-5}{2}$ (సి) $x = \frac{3y+5}{2}$ (డి) $x = \frac{-3y+5}{2}$

25. ఈ క్రింది వానిలో మూల బిందువు గుండా పోని రేఖీయ సమీకరణము ..... [ ]

(ఎ) $2x + 3y = 4$ (బి) $2x - 3y = 0$ (సి) $x - y = 0$ (డి) $x + y = 0$

ఈ క్రింది వానిని జతపరుచుము.

Group A	**Group B**	
1. సంఖ్యాప్రవచనము	A) $2 \times 3 = 6$	( )
2. $4x^3 + 2x^2 + 3 = 0$ సమీకరణ పరిమాణము	B) 3	( )
3. అనిశ్చిత ప్రవచనము	C) $x + 3 = 8$	( )
4. $3P - 5 = 1$ మూలము	D) 2	( )
5. $2(x - 1) = 14$ అయిన x విలువ	E) 8	( )
6. చతురస్ర చుట్టుకొలత 20సెం.మీ అయిన దాని భుజము	F) 5	( )

7. మూలబిందువు	G) (0, 0)	( )
8. (3, 4) బిందువు ... పాదానికి చెందుతుంది	H) I వ పాదం	( )
9. (−3, 4) బిందువు ... పాదానికి చెందుతుంది	I) II వ పాదం	( )
10. (−3, −4) బిందువు ... పాదానికి చెందుతుంది	J) III వ పాదం	( )
11. (3, −4) బిందువు ... పాదానికి చెందుతుంది	K) IV వ పాదం	( )
12. (3, 0) బిందువు ... అక్షం మీద ఉంటుంది.	L) x–అక్షం	( )
13. (0, 4) బిందువు ... అక్షం మీద ఉంటుంది.	M) y–అక్షం	( )
14. y – అక్షం సమీకరణము	N) $x = 0$	( )
15. x – అక్షం సమీకరణము	O) $y = 0$	( )
16. $2x = 5$ ఏ అక్షానికి సమాంతరం	P) Y–అక్షం	( )
17. $3y = 4$ ఏ అక్షానికి సమాంతరం	Q) X –అక్షం	( )
18. $2x + 3y = 4$ సమీకరణ y రూపం	R) $y = \frac{4-2x}{3}$	( )
19. $3x - 2y = 4$ సమీకరణ x రూపం	S) $x = \frac{4+2y}{3}$	( )
20. $y = 2x + 1;\ y = 2x + 4$ రేఖీయ సమీకరణాల ద్వయం	T) అసంగతము	( )

జవాబులు

ఖాళీలు

1)	సమీకరణం	2)	4
3)	పరిమాణం	4)	3
5)	$-\frac{b}{a}$	6)	1
7)	16	8)	11
9)	X–అక్షం	10)	Y–అక్షం
11)	$y = 0$	12)	$x = 0$
13)	6	14)	సంగత వ్యవస్థ
15)	48	16)	మూలము

17) 7/2 (లేక) 3.5
18) సమీకరణం
19) (0, 0)
20) మూడవ పాదం
21) రెండవ పాదం
22) ద్వితీయ
23) అసంగత
24) గ్రాఫు
25) సమీకరణం
26) సాధన
27) X–అక్షం
28) (0, 0)
29) $x = 1$
30) Y–అక్షం

బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు

1) A
2) B
3) D
4) B
5) B
6) C
7) D
8) A
9) D
10) C
11) A
12) C
13) A
14) D
15) A
16) B
17) A
18) C
19) A
20) D
21) A
22) B
23) D
24) C
25) A

1.7 వర్గ సమీకరణాలు

లక్ష్యాలు :

ఈ పాఠమును అభ్యసించిన తరువాత, అధ్యయనపరుడు

1. దత్త సమీకరణాల సముదాయం నుండి వర్గ సమీకరణమును గుర్తించగలుగును.
2. దత్త మూలములు గల వర్గ సమీకరణమును కూర్చుట.

ముఖ్యాంశాలు :-

* $ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$ రూపంలో a, b మరియు c లు వాస్తవ సంఖ్యలుగా ఉన్న సమీకరణమును x యందు వర్గ సమీకరణము అంటారు.

* వర్గ సమీకరణము $ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$ యొక్క మూలములు $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

* $b^2 - 4ac$ ని వర్గ సమీకరణము యొక్క విచక్షణి అంటారు. దానిని D ద్వారా సూచిస్తారు.

  1. $D > 0$ అయితే వర్గ సమీకరణమునకు భిన్నములైన రెండు వాస్తవ మూలములు ఉండును.
  2. $D = 0$ అయితే వర్గ సమీకరణమునకు రెండు సమానములైన మూలములుండును.
  3. $D < 0$ అయినచో వర్గసమీకరణమునకు వాస్తవ మూలములేవి ఉండవు.
  4. α, β లు మూలములుగా గల వర్గ సమీకరణము $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$
  5. చలరాశి యొక్క ఏ విలువ ఒక సమీకరణమును తృప్తి పరచునో దానిని సమీకరణము యొక్క సాధన అంటాము.

3 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. వర్గములను పూరించు పద్ధతిన $4x^2 - 12x - 16 = 0$ ను సాధించుము.
2. $6x^2 + 7x - 5 = 0$ ను విభాజక పద్ధతి ద్వారా సాధించండి.
3. $3x^2 - 10x + 3 = 0$ ను వర్గ సూత్ర సహాయమున సాధించుము.
4. $(5+\sqrt{3})$ మరియు $(5-\sqrt{3})$ మూలాలుగా గల వర్గ సమీకరణం రాయండి.
5. $3x^2 + kx - 3 = 0$ సమీకరణం యొక్క ఒక మూలం 1/3 అయిన, k విలువను కనుగొనుము
6. రెండు వరుస సరిసంఖ్యల లబ్ధం 168, అయిన వాటిని కనుగొనుము.
7. ఒక సంఖ్య దాని వ్యుత్క్రమము కంటే $2\frac{2}{3}$ ఎక్కువ. ఆ సంఖ్య ఏది?

8. ఒక హాలు పొడవు దాని వెడల్పు కన్నా 8మీ. ఎక్కువ. హాలు వైశాల్యం 180 చ.మీ. అయిన హాలు కొలతలు కనుగొనుము.

9. ఒక సంఖ్యకు నాలుగు రెట్లు, ఆ సంఖ్య వర్గానికి రెండు రెట్ల కంటే 30 తక్కువ అయిన ఆ సంఖ్య ఏది ?

10. తండ్రి వయస్సు కుమారుని వయసుకి 10 రెట్లు. వారి వయస్సుల లబ్ధం 160 అయిన తండ్రి వయస్సు ఎంత ?

5 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. ఒక భిన్నం లోని హారం, లవం కన్న 4 ఎక్కువ. మరియు లవ, హారాలను వర్గం చేయటం ద్వారా వచ్చు భిన్నం $\frac{4}{9}$ అయిన, ఆభిన్నమును కనుగొనుము.

2. రెండు వరుస సరిసంఖ్యల వర్గాల మొత్తం 340 అయిన ఆ సంఖ్యలేవి ?

3. బన్ని మరియు అతని తండ్రి యొక్క వయస్సుల మొత్తం 40. వారి వయస్సుల లబ్ధం 175. అయిన వారి వయస్సులను కనుగొనుము.

4. ఎ నుండి బి కి గంటకు 2 కి.మీ. చొప్పున నీరు ప్రవహిస్తుంది. ఎ, బిల మధ్యదూరం 30 కి.మీ. ఒక మనిషి ఎ నుండి బికి తిరిగి బి నుండి ఎకి ప్రయాణించుటకు పట్టుకాలం 8 గంటలు అయిన నిలకడ నీటిలో అతని వేగమెంత ?

5. ఒక దీర్ఘ చతురస్రాకారపు గది వైశాల్యం 80 చ.మీ. మరియు గది పొడవు, వెడల్పులను 2 మీ. పెంచిన వైశాల్యంలో 40 చ.మీ. పెరుగుదల ఉంది. గది కొలతలు కనుగొనుము.

3 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. $4x^2 - 12x - 16 = 0$

   $(4x^2 - 12x + 9) - 9 - 16 = 0$

   $(2x - 3)^2 - 25 = 0$

   $(2x - 3)^2 - 5^2 = 0$

   $(2x - 3 + 5)\,(2x - 3 - 5) = 0$

   $(2x + 2)\,(2x - 8) = 0$

   $2x + 2 = 0$ లేదా $2x - 8 = 0$

   $2x = -2$ లేదా $2x = 8$

   $x = -1$ లేదా $x = 4$

2. $6x^2 + 7x - 5 = 0$

$6x^2 - 3x + 10x - 5 = 0$

$3x(2x - 1) + 5(2x - 1) = 0$

$(2x - 1) + (3x + 5) = 0$

$2x - 1 = 0$ లేదా $3x + 5 = 0$

$2x = 1$ లేదా $3x = -5$

$x = \frac{1}{2}$ లేదా $x = -\frac{5}{3}$

3. $3x^2 - 10x + 3 = 0$

$a = 3$; $b = -10$; $c = 3$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - (4 \times 3 \times 3)}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{(10) \pm \sqrt{100 - 36}}{6}$$

$$= \frac{10 \pm \sqrt{64}}{6}$$

$$= \frac{10 \pm 8}{6}$$

$$= \frac{10 + 8}{6}, \frac{10 - 8}{6}$$

$x = 3, \frac{1}{3}$.

4. $\alpha = 5+\sqrt{3};\ \beta = 5-\sqrt{3}$

$\therefore$ సమీకరణం

$x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta = 0$

$x^2 - (5+\sqrt{3}+5-\sqrt{3})x + (5+\sqrt{3})(5-\sqrt{3}) = 0$

$x^2 - 10x + 22 = 0$

5. $3x^2 + kx - 3 = 0$

ఒక మూలం = $\frac{1}{3}$

$\therefore 3\left(\frac{1}{3}\right)^2 + k\left(\frac{1}{3}\right) - 3 = 0$

$\frac{1}{3} + \frac{k}{3} - 3 = 0$

$1 + k - 9 = 0$

$k - 8 = 0$

$k = 8$

6. రెండు వరుస సరిసంఖ్యలు $x,\ x+2$ అనుకొనుము.

లబ్ధం = 168

$x(x+2) = 168$

$x^2 + 2x - 168 = 0$

$x^2 + 14x - 12x - 168 = 0$

$x(x+14) - 12(x+14) = 0$

$(x+14)\ (x-12) = 0$

$x + 14 = 0$ or $x - 12 = 0$

$x = -14$ or $x = 12$

$\therefore$ సంఖ్యలు = 12, 14.

7. సంఖ్య x అనుకొనుము.

వ్యుత్క్రమం $\frac{1}{x}$

$x = 2\frac{2}{3} + \frac{1}{x}$

$\therefore\ x - \frac{1}{x} = 2\frac{2}{3}$

$\frac{x^2 - 1}{x} = \frac{8}{3}$

$3x^2 - 3 = 8x$

$3x^2 - 8x - 3 = 0$

$3x^2 - 9x + x - 3 = 0$

$3x(x - 3) + 1(x - 3) = 0$

$(x - 3)(3x + 1) = 0$

$x - 3 = 0$ or $3x + 1 = 0$

$x = 3$ or $3x = -1$

$x = -\frac{1}{3}$

$\therefore$ ఆ సంఖ్య = 3.

8. హాలు వెడల్పు = x మీ. అనుకొనుము.

హాలు పొడవు = $(x + 8)$ మీ.

హాలు వైశాల్యం = 180 చ.మీ.

$x(x + 8) = 180$

$x^2 + 8x - 180 = 0$

$x^2 + 18x - 10x - 180 = 0$

$x(x + 18) - 10(x + 18) = 0$

$(x + 18)(x - 10) = 0$

$x + 18 = 0$ or $x - 10 = 0$

$x = -18$ or $x = 10$

$\therefore$ వెడల్పు = 10 మీ.

పొడవు = 10 + 8 = 18 మీ.

9. సంఖ్య = x అనుకొనుము.

నాలుగు రెట్లు = $4x$

సంఖ్యవర్గం = x^2

వర్గం రెండు రెట్లు = $2x^2$

$4x = 2x^2 - 30$

$\therefore\ 2x^2 - 4x = 30$

or $x^2 - 2x - 15 = 0$

$x^2 - 5x + 3x - 15 = 0$

$x(x-5) + 3(x-5) = 0$

$(x-5)\,(x+3) = 0$

$x - 5 = 0$ or $x + 3 = 0$

$x = 5$ or $x = -3$

$\therefore$ ఆ సంఖ్య = 5

10. కుమారుని వయస్సు x సం॥ అనుకొనుము.

తండ్రి వయస్సు = $10\,x$ సం॥

వయస్సుల లబ్ధం = 160

$$x \times 10\,x = 160$$

$$10\,x^2 = 160$$

$$x^2 = 16$$

$$x = 4$$

కుమారుని వయస్సు = 4 సం॥లు

$\therefore$ తండ్రి వయస్సు = $10 \times 4 = 40$ సం॥

5 మార్కులు జవాబులు

1. లవం x అనుకొనుము.

హారం = $x + 4$

$\therefore$ భిన్నం = $\frac{x}{x+4}$

వర్గం చేయగా , $\frac{x^2}{(x+4)^2} = \frac{x^2}{x^2+8x+16}$

$\therefore \quad \frac{x^2}{x^2+8x+16} = \frac{4}{9}$

$9x^2 = 4x^2 + 32x + 64$

or $\quad 9x^2 - 4x^2 - 32x - 64 = 0$

$5x^2 - 32x - 64 = 0$

$5x^2 - 40x + 8x - 64 = 0$

$5x(x - 8) + 8(x - 8) = 0$

$(x - 8)\ (5x + 8) = 0$

$x - 8 = 0 \quad \text{or} \quad 5x + 8 = 0$

$x = 8 \text{ or } x = -\frac{8}{5}$

$\therefore \quad$ ఆ భిన్నం = $\frac{8}{8+4} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

2. రెండు వరుస సరి సంఖ్యలు $x, x+2$ అనుకొనుము.

వాటి వర్గాలు $x^2 , (x + 2)^2$.

వర్గాల మొత్తం = 340

లెక్క ప్రకారం $x^2 + (x + 2)^2 = 40$

$x^2 + (x + 2)^2 - 340 = 0$

$x^2 + x^2 + 4x + 4 - 340 = 0$

$2x^2 + 4x - 336 = 0$

లేదా $x^2 + 2x - 168 = 0$

$x^2 + 14x - 12x - 168 = 0$

$x(x + 14) - 12(x + 14) = 0$

$(x + 14)\ (x - 12) = 0$

$x + 14 = 0 \text{ or } x - 12 = 0$

$x = -14 \quad \text{or} \quad x = 12$

$\therefore$ ఆ సంఖ్యలు 12, 14.

3. బన్ని వయస్సు x సం॥ అనుకొనుము.

బన్ని, అతని తండ్రి వయస్సుల మొత్తం = 40

$\therefore$ తండ్రి వయస్సు = $(40 - x)$ సం॥

వయస్సుల లబ్ధం = 175

$$x(40 - x) = 175$$

$$40x - x^2 = 175$$

or $$x^2 - 40x + 175 = 0$$

$$x^2 - 35x - 5x + 175 = 0$$

$$x(x - 35)\ (x - 5) = 0$$

$$x(x - 35) - 5(x - 35) = 0$$

$$x - 35 = 0 \text{ or } x - 5 = 0$$

$$x = -35 \text{ or } x = 5$$

$\therefore$ బన్ని వయస్సు = 5సం॥

తండ్రి వయస్సు = 40 - 5 = 35 సం॥

4. A నుండి B కి గల దూరం = 30 కి.మీ.

ప్రవాహ వేగం = 2 కి.మీ

మనిషి వేగం = x కి.మీ. అనుకొనుము.

A నుండి B కి ప్రయాణించుటకు పట్టు కాలం

$$T_1 = \frac{30}{x+2}$$

B నుండి A కి పట్టు కాలం

$$T_2 = \frac{30}{x-2}$$

మొత్తం కాలం = 8 గంటలు

$$\frac{30}{x+2} + \frac{30}{x-2} = 8$$

$$\frac{30(x-2)+30(x+2)}{(x+2)(x-2)} = 8$$

$$30x - 60 + 30x + 60 = 8(x^2 - 4)$$

$$60x = 8x^2 - 32$$

$$8x^2 - 60x - 32 = 0$$

$$2x^2 - 15x - 8 = 0$$

$2x^2 - 16x + x - 8 = 0$

$2x(x-8) + 1(x-8) = 0$

$(x-8)(2x+1) = 0$

$x - 8 = 0$ or $2x + 1 = 0$

$x = 8$ or $2x = -1$

$x = 8$ లేక $x = -\frac{1}{2}$

$\therefore$ మనిషి వేగం = 8 కి.మీ.

5. దీర్ఘచతురస్రం పొడవు = l

దీర్ఘచతురస్రం వెడల్పు = b అయిన

దీర్ఘచతురస్రం వైశాల్యం = 80 చ.మీ.

$lb = 80$ ...(1)

పొడవు, వెడల్పులను 2మీ. పెంచినప్పుడు

పొడవు $l = l + 2$

వెడల్పు $b = b + 2$

వైశాల్యంలో పెరుగుదల = 40 చ.మీ.

$\therefore$ $(l+2)(b+2) - lb = 40$

$lb + 2l + 2b + 4 - lb = 40$

$2l + 2b = 40 - 4 = 36$

$\therefore$ $l + b = 18$

$l = 18 - b$

(1) లో l విలువను ప్రతిక్షేపించగా

$lb = 80$

$(18 - b)\, b = 80$

$18b - b^2 = 80$

$18b - b^2 - 80 = 0$

$b^2 - 18b + 80 = 0$

$b^2 - 10b - 8b + 80 = 0$

$b(b-10) - 8(b-10) = 0$

$(b-10)(b-8) = 0$

$b = 10$ or $b = 8$

$\therefore$ పొడవు = 8

$\therefore$ గది కొలతలు 8మీ, 10 మీ.

ఈ క్రింది ఖాళీలను సరియైన సమాధానముతో పూరించుము. **1 మార్కు**

1. చలరాశి యొక్క ఏ విలువలు సమీకరణమును సంతృప్తి పరచునో వానిని సమీకరణం యొక్క ..... లేక ..... అంటాము.
2. $(x-3)\,(x+2) = 0$ అయిన x = ...లేదా .....
3. వర్గ సమీకరణం సాధారణ రూపం .....
4. $ax^2 + bx + c = 0$ యొక్క విచక్షణి .....
5. α, β లు మూలములుగా గల వర్గ సమీకరణం = ...
6. $px^2 + qx + r = 0$ యొక్క మూలాలు సమానమైన q^2 = ...
7. 3 మరియు −5 మూలాలుగా గల వర్గ సమీకరణం .....
8. వర్గసమీకరణం $6x^2 - 11x + 3 = 0$ యొక్క విచక్షణి .....
9. $x^2 - 6x + 5 = 0$ యొక్క మూలాల లబ్ధం .....
10. $6x^2 = 1$ అను వర్గ సమీకరణ మూలాల మొత్తం .....

ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సరియైన సమాధానమును ఎన్నుకొని దానికి ఎదురుగా ఉన్న బ్రాకెట్లలో రాయుము. $\frac{1}{2}$ మార్కు

1. ఒక వర్గ సమీకరణం యొక్క విచక్షణి ఋణ సంఖ్య అయిన దాని మూలములు [ ]

   (ఎ) సమానం (బి) వాస్తవసంఖ్యలు (సి) సంకీర్ణ సంఖ్యలు (డి) ఏవీయూ కావు

2. $x^2 - 3x + 5 = 0$ యొక్క మూలాల మొత్తం [ ]

   (ఎ) 3 (బి) −3 (సి) −5 (డి) 5

3. $ax^2 + bx + c = 0$ యొక్క మూలములు [ ]

   (ఎ) $\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ (బి) $\dfrac{b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

   (సి) $\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2+4ac}}{2a}$ (డి) $\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

4. −1 మరియు 3 మూలాలుగా గల వర్గ సమీకరణం [ ]

   (ఎ) $x^2 + 3x - 3 = 0$ (బి) $x^2 - 2x - 3 = 0$

   (సి) $x^2 - x + 3 = 0$ (డి) $x^2 + 3x - 1 = 0$

5. $(x+6)\,(x-3) = 0$ అయిన x = [ ]

   (ఎ) −6 లేదా 3 (బి) 6 లేదా −3 (సి) 6 లేదా 3 (డి) −6 లేదా −3

ఈ క్రింది వానిని జతపరుచుము.

Group A		**Group B**
1. $6x^2 - 5 = 0$ యొక్క మూలాల మొత్తం	[ ]	A) 0
2. $2x2 - 7x + 3 = 0$ యొక్క విచక్షణి	[ ]	B) 25
3. $D > 0$ అయిన మూలములు	[ ]	C) వాస్తవాలు, విభిన్నాలు
4. $D < 0$ అయిన మూలములు	[ ]	D) సంకీర్ణాలు
5. $D = 0$ అయిన మూలములు	[ ]	E) వాస్తవాలు, సమానాలు
	[ ]	F) – 5
	[ ]	G) 24

జవాబులు

1) మూలములు, సాధనలు

2) 3, –2

3) $ax^2 + bx + c = 0$

4) $b^2 - 4ac$

5) $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$

6) $4pr$

7) $x^2 + 2x - 15 = 0$

8) 49

9) 5

10) 0

బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు సమాధానాలు

1. సి 2. ఎ 3. డి 4. బి 5. ఎ

జతపరచండి.

1. D 2. E 3. A 4. F 5. B

1.8 సంఖ్యారీతులు

లక్ష్యాలు :

ఈ పాఠమును అభ్యసించిన తరువాత, అధ్యయన పరుడు

1. సంఖ్యారీతులను గుర్తించి, వానిలో అంకశ్రేఢులను, గుణశ్రేఢులను తెలిసికొనగలుగును.
2. అంకశ్రేఢి లోని 'n' వ పదమును నిర్ధారించుట.
3. అంకశ్రేఢిలో 'n' పదముల మొత్తమును కనుగొనగలుగును.

ముఖ్యాంశాలు :-

ఒక శ్రేఢియందు మొదటి పదము తప్ప తక్కిన వానికి వాని ముందున్న పదముతో గల భేదము ఎల్లప్పుడూ ఒకటే అయినచో, దానిని అంకశ్రేఢి అంటారు.

* ఒక అంకశ్రేఢి యందలి వరుసపదములను సాధారణంగా t_1, t_2, t_3 ..... అని సూచిస్తారు.
* పదాంతరమును 'd' తో సూచిస్తారు.
* A.P యొక్క సామాన్యరూపం క్రింది విధంగా ఉంటుంది.

  $a, a + d, a + 2d$ ..... t_{n-1}, t_n

  ఇక్కడ 'a' మొదటిపదము, d పదాంతరము
* పదాంతరము ఋణాత్మకం కూడా కావచ్చును. ఆ సందర్భంలో పదములు తగ్గుతూపోతాయి.
* ఒక AP యొక్క సామాన్యపదము (nవ పదము) క్రింది సూత్రం ద్వారా తెలుస్తుంది.

  $$t_n = a + (n - 1)d$$
* మొదటి పదము 'a' గను పదాంతరం 'd' గనుగల A.P. యొక్క మొదటి n పదాల మొత్తము S_n తెలిసికొనుటకు సూత్రము :

  $$S_n = n/2 \ \{2a + (n - 1)d\}$$

  $$= n/2 \ (a + l) \ [l \text{ ఆఖరి పదము}]$$
* ఒక శ్రేఢి యందలి రెండు వరుస పదాల మధ్యగల నిష్పత్తి ఒకటిగ ఎల్లప్పుడూ ఉన్నట్లయితే దానిని గుణశ్రేఢి అంటారు.
* ఒక G.P లోని వరుసపదాల మధ్యగల నిష్పత్తిని దాని సామాన్య నిష్పత్తి అంటారు. దీనిని సాధారణంగా 'r' ద్వారా సూచిస్తారు.
* ఒక గుణశ్రేఢి యొక్క సామాన్యరూపం, 'a' మరియు 'r' లు క్రమంగా మొదటి పదము మరియు సామాన్య నిష్పత్తికాగా, క్రింది విధంగా ఉంటుంది. a, ar, ar^2 .....

3 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. ఒక అంకశ్రేఢి యొక్క మొదటి పదము −3, మరియు పదాంతరము 5అయినచో దాని 21వ పదమును కనుగొనుము.
2. ఒక అంకశ్రేఢిలో 6వ పదము సున్నా మరియు 2వ పదము 4 అయిన మొదటి పదమును, పదాంతరమును కనుగొనుము.
3. ఒక అంకశ్రేఢిలో 5వ పదము 23 మరియు 12వ పదము 37 అయిన ఆ శ్రేఢి యొక్క మొదటి పదమును, పదాంతరమును కనుగొనుము
4. ఒక త్రిభుజము యొక్క కోణములు అంకశ్రేఢిలో యున్నవి. కనిష్ట కోణము, గరిష్ట కోణములో మూడవ వంతు అయినచో, ఆ త్రిభుజము యొక్క కోణములను కనుగొనుము.
5. 4, 10, 16, 22, ... అంకశ్రేఢిలో ఎన్నవ పదము 334 అగును.
6. 10, 8, 6, ... అంకశ్రేఢిలో ఎన్నవ పదము −28 అగును
7. ఒక అంకశ్రేఢి యొక్క మొదటి 6 పదముల మొత్తము −45, దాని మొదటి పదము −5 అయినచో ఆ శ్రేఢి యొక్క పదాంతరము కనుగొనుము.
8. 1, 4, 7, 10, ... అంకశ్రేఢి లో ఎన్నవ పదము 28 అగును.
9. $-6, \frac{-11}{2}, -5, \ldots$ అంకశ్రేఢి మొత్తము −25 అయిన పదాలసంఖ్య ఎంత ?
10. 25, 28, 31, ... అంకశ్రేఢి యొక్క 15 మరియు 25పదము లను కనుగొనుము.
11. 5, 8, 11 ..... అంకశ్రేఢిలో ఎన్నవ పదము 56 అగును.
12. $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}$..... గుణశ్రేఢిలో వుండునని చూపి, దాని సామాన్య నిష్పత్తి కనుగొనుము.
13. −3, 15, −75, ... గుణశ్రేఢిలో వుండునని చూపి, దాని సామాన్య నిష్పత్తి కనుగొనుము.
14. $-\frac{2}{3}, -6, -54$..... గుణ శ్రేఢి యొక్క సామాన్యనిష్పత్తిని తరువాత 3 పదములను కనుగొనుము.
15. 125, 25, 5, 1 ..... గుణశ్రేఢిలో వుండునని చూపి, దాని సామాన్య నిష్పత్తి కనుగొనుము.
16. 1001 వరకు గల అన్ని సరిసహజ సంఖ్యల యొక్క మొత్తమును కనుగొనుము.

5 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. ఒక అంకశ్రేఢి యొక్క మూడు వరుస పదాల మొత్తము 36 మరియు వాని లబ్ధము 1428 అయిన ఆ పదములను కనుగొనుము.
2. ఒక అంకశ్రేఢిలో మొదటి మూడు పదముల మొత్తము 36, వాని లబ్ధం 1620 అయిన ఆ శ్రేఢిని కనుగొనుము.
3. 1 మరియు 100 మధ్య నున్న సహజ సంఖ్యలలో 3 గుణిజముల మొత్తమును కనుగొనుము.

4. ఒక అంకశ్రేఢి యొక్క 14వ పదము దాని 9వ పదమునకు రెట్టింపు, దాని 6వ పదము −8 అయినచో మొదటి పదమును, పదాంతరమును కనుగొనుము.

5. 1017 వరకు గల 5 యొక్క గుణిజముల మొత్తమును కనుగొనుము.

6. ఒక అంకశ్రేఢిలోని mవ, nవ మరియు rవ పదములు క్రమముగ x, y మరియు z లైనచో $x(n-r) + y(r-m) + z(m-n) = 0$ అని చూపుము.

7. ఒక అంక శ్రేఢిలోని మూడు సంఖ్యల మొత్తము 21 మరియు వాని వర్గముల మొత్తము 389గను వుండునట్లు కనుగొనుము.

8. ఒక అంకశ్రేఢి యందలి mవ పదమును mతో గుణిస్తే వచ్చు సంఖ్య nవ పదము ను nతో గుణించగా వచ్చు సంఖ్యతో సమానమైన, $(m+n)$ వ పదము సున్నాయని ఋజువు చేయుము.

9. ఒక అంకశ్రేఢిలోని 7వ పదమును 7తో గుణిస్తే వచ్చు సంఖ్య 11వ పదమును 11తో గుణించగా వచ్చు సంఖ్యతో సమానమైన 18వ పదము సున్నాయని ఋజువు చేయుము.

10. 3 సంఖ్యలు గల ఒక అంకశ్రేఢిలో సంఖ్యల మొత్తము 15. వాని మొదటి చివరి సంఖ్యల వర్గముల మొత్తము 58 అయిన ఆ సంఖ్యలేవి.

11. ఒక అంకశ్రేఢిలోని మూడు వరుస పదముల మొత్తము 27. మొదటి, చివరి పదముల లబ్ధము 77 అయిన ఆ పదములు కనుగొనుము.

12. 100 మరియు 1000 మధ్యగల సహజ సంఖ్యలలో 5 గుణిజముల మొత్తమును కనుగొనుము.

13. నాలుగుచే భాగించగా ఒకటి శేషము వచ్చు మూడంకెల సంఖ్యల మొత్తమును కనుగొనుము.

14. ముగ్గురు అన్నదమ్ముల వయస్సులు అంకశ్రేఢిలో యున్నవి. కనిష్ట సోదరుని వయస్సు అందరిలో పెద్దవాని వయస్సులో మూడవ వంతు వారి అందరి వయస్సుల మొత్తము 90 సం॥లు అయినచో వారందరి వయస్సులను కనుగొనుము.

3 మార్కుల ప్రశ్నలకు సమాధానములు

1. ఒక అంకశ్రేఢి యొక్క మొదటి పదము (a) = −3

పదాంతరము (d) = 5

n వ పదము $(t_n) = a + (n-1)d$

21వ పదము $(t_{21}) = a + (21-1)d$

$= a + 20d$

$= (-3) + 20(5)$

$= -3 + 100$

$= 97$

దత్త శ్రేఢిలో 21వ పదము 97

2. ఒక అంకశ్రేఢి యొక్క n వ పదము $t_n = a + (n-1)d$

$$6\text{వ పదము } (t_6) = a + 5d = 0 \qquad (1)$$

$$2\text{వ పదము } (t_2) = a + d = 4 \qquad (2)$$

(2) ను (1) నుండి తీసివేయగా

$$\begin{array}{rl} & a + 5d = 0 \\ & a + d = 4 \\ - & - \quad - \quad - \\ \hline & 4d = -4 \\ & d = -1 \end{array}$$

d విలువను (1)లో ప్రతిక్షేపించగా

$$a + 5(-1) = 0$$

$$a - 5 = 0 \Rightarrow a = 5$$

దత్త అంకశ్రేఢిలో మొదటి పదము 5, పదాంతరము −1.

3. ఒక అంకశ్రేఢి n వ పదము $t_n = a + (n-1)d$

$$5\text{వ పదము } t_5 = a + 4d = 23 \qquad (1)$$

$$12\text{వ పదము } t_{12} = a + 11d = 37 \qquad (2)$$

(1) ను (2) నుండి తీసివేయగా

$$\begin{array}{rl} & a + 11d = 37 \\ & a + 4d = 23 \\ - & - \quad - \quad - \\ \hline & 7d = 14 \\ & d = \dfrac{14}{7} = 2 \end{array}$$

d విలువను (1)లో ప్రతిక్షేపించగా

$$a + 4(2) = 23$$

$$a + 8 = 23$$

$$a = 23 - 8 = 15$$

దత్త అంకశ్రేఢిలో మొదటి పదము 15, పదాంతరము 2.

4. ఒక త్రిభుజము యొక్క కోణములు అంకశ్రేఢిలో నున్నవి దానిలో కనిష్ట కోణము 'x' అనుకొనుము.

గరిష్ట కోణము $3x$

మూడవ కోణము = $\frac{x+3x}{2}=\frac{4x}{2}=2x$

మూడు కోణముల మొత్తము $x + 2x + 3x = 6x$

త్రిభుజములోని మూడు కోణముల మొత్తము = 180^0

$$\therefore 6x=180^0$$

$$x=\frac{180^0}{6}=30^0$$

కనిష్ట కోణము = 30^0, గరిష్ట కోణము = 90^0 మూడవ కోణము = 60^0

5. 4, 10, 16, 22, ... అంకశ్రేఢిలో $t_n = 334$

$a = 4,\ d = 10 - 4 = 6,\ t_n = 334$

అంకశ్రేఢిలో nవ పదము $t_n = a + (n - 1)\, d$

$$334 = 4 + (n - 1)\, 6$$
$$334 = 4 + 6n - 6$$
$$334 = 6n - 2$$
$$334 = 6n$$
$$\frac{336}{6}=n$$

$$\therefore\ n = 56$$

దత్త శ్రేఢిలో 56వ పదము 334

6. 10, 8, 6, ... అంకశ్రేఢిలో $t_n = -28$

$a = 10,\ d = 8 - 10 = -2,\ t_n = -28$

అంకశ్రేఢిలో nవ పదము $t_n = a + (n - 1)\, d$

$$-28 = 10 + (n - 1)\,(-2)$$
$$-28 = 10 - 2n + 2$$
$$-28 = 12 - 2n$$
$$2n = 12 + 28 = 40$$
$$n=\frac{40}{2}=20$$

దత్త శ్రేఢిలో 20వ పదము −28.

7. ఒక అంకశ్రేఢిలో 6 పదాలు $a,\ a+d,\ a+2d,\ a+3d,\ a+4d,\ a+5d$ అనుకొనుము.

6 పదాల మొత్తము $= a + a + d + a + 2d + a + 3d + a + 4d + a + 5d$

$= 6a + 15d$

6 పదాల మొత్తము = 345

మొదటి పదము $(a) = -5$

లెక్క ప్రకారము

$$6(-5) + 15d = 345$$

$$-30 + 15d = 345$$

$$15d = 345 + 30 = 375$$

$$d = \frac{375}{15} = 25$$

దత్త శ్రేఢి పదాంతరము $(d) = 25$.

8. 1, 4, 7, 10, ... అంకశ్రేఢి నందు n వ పదము 28

$a = 1,\ d = 3,\ t_n = 28$

అంకశ్రేఢిలో nవ పదము $t_n = a + (n-1)\,d$

$$28 = 1 + (n-1)\,3$$

$$28 - 1 = (n-1)\,3$$

$$\frac{27}{3} = n - 1$$

$$9 = n - 1 \qquad \therefore n = 9 + 1 = 10$$

దత్త శ్రేఢి యందు 10వ పదము 28 అగును.

9. $-6, \frac{-11}{2}, -5, \ldots$ శ్రేఢి యందు $S_n = -25$

$$a = -6,\ d = \frac{-11}{2} + 6 = \frac{1}{2}$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$$-25 = \frac{n}{2}\left[2(-6) + (n-1)\frac{1}{2}\right]$$

$$-50 = n\left[-12 + \frac{(n-1)}{2}\right]$$

$$-50 = n\left[\frac{-24 + (n-1)}{2}\right]$$

$-100 = n[n - 25]$

$-100 = n^2 - 25n$

$n^2 - 25n + 100 = 0$

$(n - 20)\ (n - 5) = 0$

$n = 20$ లేదా $n = 5$

దత్తశ్రేఢిలోని 20 పదాల మొత్తము, లేదా 5 పదాల మొత్తము −25 అగును.

10. 25, 28, 31, ... అంకశ్రేఢిలో నున్నది.

$a = 25,\ d = 28 - 25 = 3$

AP అంకశ్రేఢిలో nవ పదము $t_n = a + (n - 1)\ d$

15వ పదము $t_{15} = a + 14d$

$= 25 + 14(3)$

$= 25 + 42$

$= 67$

25వ పదము $t_{25} = a + 24d$

$= 25 + 24 \times 3$

$= 25 + 72$

$= 97$

10. 5, 8, 11, ... లు అంకశ్రేఢిలో నున్నది.

$a = 5,\ d = 8 - 5 = 3,\ t_n = 56$

AP లో nవ పదము $t_n = a + (n - 1)\ d$

$56 = 5 + (n - 1)3$

$56 - 5 = (n - 1)\ 3$

$\frac{51}{3} = (n - 1)$

$17 = (n - 1)$

$\therefore n = 18$

దత్త శ్రేఢి లో 18వ పదము 56 అగును.

12. $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \ldots$ శ్రేఢి లో

$a = 1$

$\frac{t_2}{t_1} = \frac{\frac{1}{3}}{1} = \frac{1}{3}$

$\frac{t_3}{t_2} = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$

దత్త శ్రేఢి యందలి వరుస పదాలలో ఎల్లప్పుడూ ఒకే నిష్పత్తి వున్నది. కావున దత్త శ్రేఢి గుణశ్రేఢి.

సామాన్య నిష్పత్తి $\frac{1}{3}$.

13. $-3, 15, -75, \ldots$ శ్రేఢి లో

$\frac{t_2}{t_1} = \frac{15}{-3} = -5$

$\frac{t_3}{t_2} = \frac{-75}{15} = -5$

దత్త శ్రేఢి యందలి వరుస పదాలలో ఎల్లప్పుడూ ఒకే నిష్పత్తి వున్నది. కావున దత్త శ్రేఢి గుణశ్రేఢి.

సామాన్య నిష్పత్తి (r) = -5.

14. $-\frac{2}{3}, -6, -54, \ldots$ గుణశ్రేఢిలో ఉన్నవి.

సామాన్య నిష్పత్తి $(r) = \frac{t_2}{t_1} = \frac{-6}{-2/3} = -6 \times -\frac{3}{2} = \frac{18}{2} = 9$

తరువాత 3 పదాలు

t_4 = – 54 × 9 = −486

t_5 = −486 × 9 = −4374

t_6 = −4374 × 9 = −39366.

15. 125, 25, 5, 1, ...శ్రేఢిలో

$$\frac{t_2}{t_1}=\frac{25}{125}=\frac{1}{5}$$

$$\frac{t_3}{t_2}=\frac{5}{25}=\frac{1}{5}$$

దత్త శ్రేఢి యందలి వరుస పదాలు ఒకే నిష్పత్తిలో వున్నవి. సామాన్య నిష్పత్తి $(r)=\frac{1}{5}$ కావున దత్తశ్రేఢి గుణశ్రేఢి.

16. 1001 వరకు గల అన్ని సరి సహజ సంఖ్యలు

2, 4, 6, 8, 10, ... 1000 లు AP లో ఉన్నవి

$a=2,\ l=1000$ $\qquad$ $a=2,\ d=2,\ t_n=1000$

$S_n=\frac{n}{2}[a+l]$ $\qquad$ $t_n=a+(n-1)d$

$=\frac{500}{2}[2+1000]$ $\qquad$ $1000=2+(n-1)2$

$=250\times 1002$ $\qquad$ $998=(n-1)2$

$=250500$ $\qquad$ $500=n$

5 మార్కుల ప్రశ్నల జవాబులు

1. ఒక అంకశ్రేఢిలోని మూడు వరుస పదాలు $a-d, a, a+d$ అ.కొ.

వాని మొత్తం = $a-d, a, a+d=3a$

లెక్క ప్రకారము $3a=36$

$$a=\frac{36}{3}=12$$

వాని లబ్ధము = $(a-d)(a)(a+d)$ = 1428

$$a(a^2-d^2)=1428$$

$$12(12^2-d^2)=1428$$

$$12^2-d^2=\frac{1428}{12}=119$$

$$144 - d^2 = 119$$

$$144 - 119 = d^2$$

$$25 = d^2$$

$$d = \sqrt{25} = \pm 5$$

$a = 12,\ d = 5$ అయిన ఆ పదాలు 12−5, 12, 12+5 = 7, 12, 17

$a = 12,\ d = 5$ అయిన ఆ పదాలు 12−(−5), 12, 12−5 = 17, 12, 7.

2. ఒక అంకశ్రేఢిలోని మూడు వరుస పదాలు $a - d, a, a + d$ అనుకొనుము

వాని మొత్తము $a - d + a + a + d$

లెక్క ప్రకారము $3a = 36$

$$a = \frac{36}{3} = 12$$

వాని లబ్దము = $(a - d)\ (a)\ (a + d)$ = 1620

$$a\ (a^2 - d^2) = 1620$$

$$12\ (12^2 - d^2) = 1620$$

$$12^2 - d^2 = \frac{1620}{12} = 135$$

$$144 - d^2 = 135$$

$$d^2 = 144 - 135 = 9$$

$$d = \sqrt{9} = \pm 3$$

$a = 12,\ d = 3$ అయిన ఆ పదాలు 12−3, 12, 12+3 = 9, 12, 15

$a = 12,\ d = -3$ అయిన ఆ పదాలు 12−(−3), 12, 12−3 = 15, 12, 9.

3. 1 మరియు 100 మధ్యనున్న సహజ సంఖ్యలలో 3 యొక్క గుణిజములు 3, 6, 9, 12, 15, ... 99 లు అంకశ్రేఢిలో నున్నవి.

మొదటి పదము $(a) = 3$

పదాంతరము $(d) = t_2 - t_1 = 6 - 3 = 3$

A.P. లో n వ పదము $t_n = a + (n-1)\,d$

$$99 = 3 + (n-1)3$$

$$99 - 3 = (n-1)\,3$$

$$\frac{96}{3} = n - 1$$

$$32 + 1 = n$$

$$\therefore\ n = 33$$

A.P. లో మొదటి పదము, చివరి పదము తెలిసిన

$$S_n = \frac{n}{2}[a + l]$$

$$= \frac{33}{2}[3 + 99]$$

$$= \frac{33}{2}[102]$$

$$= 33 \times 51$$

$$= 1683$$

1 మరియు 100 మధ్య నున్న సహజ సంఖ్యలలో 3 యొక్క గుణిజముల మొత్తము 1683.

4. ఒక అంకశ్రేఢిలో సామాన్య పదము $t_n = a + (n-1)\,d$

6వ పదము $t_6 = a + 5d = 8$ ...(1)

14వ పదము $t_{14} = a + 13d$

9వ పదము $t_9 = a + 8d$

14వ పదము, 9వ పదమునకు రెట్టింపు కావున

$$a + 13d = 2(a + 8d)$$

$$a + 13d = 2a + 16d$$

$$-13d - 16d = 2a - a$$

$$-3d = a$$

$a = -3d$ ని (1)లో ప్రతిక్షేపించగా

$$a + 5d = -8$$

$$-3d + 5d = -8$$

$$2d = -8$$

$$d = -\frac{8}{2} = -4$$

మొదటి పదము (0) = $-3d$

$$= -3(-4)$$

$$= 12$$

మొదటి పదము 12, పదాంతరము - 4.

5. 1017 వరకు గల 5 యొక్క గుణిజములు

5, 10, 15, 20, ... 1015లు అంకశ్రేఢిలో నున్నవి.

$a = 5,\ d = 10 - 5 = 5,\ t_n = l = 1015$

APఅంకశ్రేఢిలో nవ పదము $t_n = a + (n-1)\,d$

$$1015 = 5 + (n-1)\,5$$

$$1010 = (n-1)\,5$$

$$\frac{1010}{5} = n - 1$$

$$202 = n - 1$$

$$n = 203$$

మొదటి పదము, చివరి పదము తెలిసిన AP లో nవ పదాల మొత్తము

$$S_n = \frac{n}{2}[a+l]$$

$$= \frac{203}{2}[5+1015]$$

$$= \frac{203}{2}\times 1020^{510}$$

= 103530

6. ఒక అంకశ్రేఢిలో సామాన్య పదము $t_n = a + (n-1)\,d$

ఒక అంకశ్రేఢిలో mవ పదము $t_m = a + (m-1)\,d = x$

nవ పదము $t_n = a + (n-1)\,d = y$

rవ పదము $t_r = a + (r-1)\,d = z$

$x(n-r) = [a + (m-1)\,d]\,(n-r)$

$= [a + md - d]\,(n-r)$

$= (a + md - d)n + (a + md - d)\,(-r)$

$= an + mnd - nd - ar - mrd + rd$

$y(r-m) = [a + (n-1)\,d]\,(r-m)$

$= [a + (nd - d)]r + (a + nd - d)\,(-m)$

$= ar + nd - nrd - dr - am - mnd + md$

$z(m-n) = [a + (r-1)\,d]\,(m-n)$

$= [a + (r-1)\,d]m + [a + (r-1)\,d]\,(-n)$

$= [a + rd - d]m + [a + rd - d]\,(-n)$

$= am + mrd - md - an - nrd + nd$

$x(n-r) + y(r-m) + z(m-n)$

$= an + mnd - nd - ar - mrd + rd + ar + nrd - dr -$

$am - mnd + md + am + mrd - md - an - nrd + nd$

$= 0.$

7. ఒక అంకశ్రేఢిలోని మూడు వరుస పదాలు $a-d, a, a+d$ అనుకొనుము

వాని మొత్తము $a-d+a+a+d$

లెక్క ప్రకారము $3a=21$

$$\therefore a=\frac{21}{3}=7$$

వాని లబ్ధము = $(a-d)^2+(a)^2+(a+d)^2 = 389$

$$(a-d)^2+(a+d)^2+a^2 = 389$$

$$2a^2+2d^2+a^2 = 389$$

$$3a^2+2d^2 = 389$$

$$3(7)^2+2d^2 = 389$$

$$3(49)+2d^2 = 389$$

$$147+2d^2 = 389$$

$$2d^2 = 389-147 = 242$$

$$d^2 = \frac{242}{2}=121$$

$$d=\sqrt{121}=\pm 11$$

$a=7,\ d=11$ అయిన ఆ సంఖ్యలు 7−11, 7, 7+11 = −4, 7, 18

$a=7,\ d=-11$ అయిన ఆ సంఖ్యలు 7+11, 7, 7−11 = 18, 7, −4.

8. ఒక అంకశ్రేఢిలో సామాన్య పదము $t_n=a+(n-1)\,d$

ఒక అంకశ్రేఢిలో mవ పదము $t_m=a+(m-1)\,d$

nవ పదము $t_n=a+(n-1)\,d$

mవ పదమును mతో గుణించగా

$m\,t_m = m[a+(m-1)\,d]$

$= m[a+md-d]$

$= ma+m^2d-md$

nవ పదమును nతో గుణించగా

$n\,t_m = n[a + (n-1)\,d]$

$= n[a + nd - d]$

$= na + n^2d - nd$

లెక్క ప్రకారము $mt_m = nt_n$

$ma + m^2d - md = na + n^2d - nd$

$ma - na = n^2d - nd + md - m^2d$

$a(m - n) = md - nd + n^2d - m^2d$

$= d(m - n) - d(m^2 - n^2)$

$= d(m - n)\,[1 - m - n]$

$a = d[1 - m - n]$

AP లో $(m + n)$ వ పదము

$t_{m+n} = a + (m + n - 1)d$

$= d[1 - m - n] + (m + n - 1)d$

$= d - md - nd + md + nd - d$

$= 0$

9. ఒక అంకశ్రేఢిలో సామాన్య పదము $t_n = a + (n - 1)\,d$

A.P. లో 7వ పదము $t_7 = a + 6d$

7వ పదమునకు 7రెట్లు $7t_{14} = 7a + 42d$

A.P. లో 11వ పదము $t_{11} = a + 10d$

11వ పదమును 11చే గుణించగా

$11t_{11} = 11a + 110d$

లెక్కప్రకారము

7వ పదమును 7చే గుణించగా వచ్చు సంఖ్య 11వ పదమును 11చే గుణించగా వచ్చు సంఖ్యకు సమానము

కావున $7a + 42d = 11a + 110d$

$7a - 11a = 110d - 42d$

$-4a = 68d$

$-a = \frac{68d}{4} = 17d$

$a = -17d$

A.P. లో 11వ పదము $t_{18} = a + 17d$

$= -17d + 17d$

$= 0$

10. ఒక అంకశ్రేఢిలోని మూడు వరుస పదాలు $a-d, a, a+d$ అనుకొనుము

వాని మొత్తము $a - d + a + a + d = 3a = 15$

$\therefore a = \frac{15}{3} = 5$

వాని మొదటి, చివరి సంఖ్యల వర్గముల మొత్తము

$(a-d)^2 + (a+d)^2 = 58$

$2a^2 + 2d^2 = 58$

$2(5)^2 + 2d^2 = 58$

$50 + 2d^2 = 58$

$2d^2 = 58 - 50 = 8$

$d^2 = 4$

$d = \sqrt{4} = \pm 2$

$a = 5,\ d = 2$

ఆ సంఖ్యలు 5−2, 5, 5+2 = 3, 5, 7

$a = 5,\ d = -2$ అయిన ఆ సంఖ్యలు 5+2, 5, 5−2 = 7, 5, 3.

11. ఒక అంకశ్రేఢిలోని మూడు వరుస పదాలు $a-d, a, a+d$ అనుకొనుము

వాని మొత్తము $a-d+a+a+d = 3a = 27$

$$a = \frac{27}{3} = 9$$

వాని మొదటి, చివరి సంఖ్యల వర్గముల మొత్తము

$$(a-d)+(a+d) = 77$$

$$a^2 - d^2 = 77$$

$$81 - d^2 = 77$$

$$-d^2 = 77-81 = -4$$

$$d^2 = 4$$

$$d = \sqrt{4} = \pm 2$$

$a = 9,\ d = 2$ అయిన ఆ పదాలు 9−2, 9, 9+2 = 7, 9, 11

$a = 9,\ d = -2$ అయిన ఆ పదాలు 9+2, 9, 9−2 = 11, 9, 7.

12. 100 మరియు 1000 మధ్యనున్న 5 యొక్క గుణిజములు 105, 110, 115, ... 995 లు AP లో వున్నవి.

$a = 105,\ d = 110 - 105 = 5,\ l = t_n = 995$

A.P. లో nవ పదము $t_n = a + (n-1)\,d$

$995 = 105 + (n-1)\,5$

$99 - 105 = (n-1)\,5$

$$\frac{890}{5} = (n-1)$$

$178 = n-1$

$n = 178 + 1 = 179$

AP లో మొదటిపదము, చివరి పదము తెలిసిన

$S_n = \frac{n}{2}[a+l]$

$= \frac{179}{2}[105+995]$

$= \frac{179}{2}\times[1100]$

$= 179 \times 550$

$= 98450$

100 మరియు 1000 మధ్యగల సహజ సంఖ్యలలో 5 గుణిజముల మొత్తము 98450.

13. 4చే భాగించగా ఒకటి శేషము వచ్చు మూడు అంకెల సంఖ్యలు 101, 105, 109, ... 997లు AP లో వున్నాయి.

ఇక్కడ మొదటి పదము $a = 101,\ d = 4, l = t_n = 997$

A.P. లో nవ పదము $t_n = a + (n-1)\ d$

$997 = 101 + (n-1)\ 4$

$997 - 101 = (n-1)\ 4$

$\frac{896}{4} = (n-1)$

$224 = n-1$

$n = 225$

AP లో మొదటిపదము, చివరి పదము తెలిసిన

n పదాల మొత్తము $S_n = \frac{n}{2}[a+l]$

$= \frac{225}{2}[101+997]$

$= \frac{225}{2}\times[1098]$

$= \frac{225}{2}\times 1098$

$= 225 \times 549$

$= 123525.$

14. ముగ్గురి అన్నదమ్ముల వయస్సులు అంకశ్రేఢిలో నున్నవి. వానిలో కనిష్ట సోదరుని వయస్సు x సం॥ అనుకొనుము.

గరిష్ట సోదరుని వయస్సు $3x$ సం॥

మూడవవాని వయస్సు = $\frac{x+3x}{2} = \frac{4x}{2} = 2x$ సం॥

వారందరి వయస్సుల మొత్తము $x + 2x + 3x = 6x$

లెక్కప్రకారము

వారి వయస్సుల మొత్తము = 90 సం॥లు

$\therefore\ 6x = 90$

$x = \frac{90}{6} = 15$ సం॥లు

కనిష్ట సోదరుని వయస్సు = 15 సం॥లు

గరిష్ట సోదరుని వయస్సు = 3 × 15 = 45 సం॥లు

మూడవ సోదరుని వయస్సు = 2 × 15 = 30 సం॥లు

ఈ క్రింది ఖాళీలను సరియైన సమాధానముతో పూరించుము.

1. మొదటి పదము మినహా మిగిలిన పదములన్నీ దాని పూర్వ పదానికి ఒక స్థిర సంఖ్యను కలుపగా యేర్పడిన సంఖ్యల వరుసలను ..... అందురు.
2. ఒక అంక శ్రేఢిలో మొదటి పదము a, పదాంతరము d అయిన ఆ శ్రేఢి n వ పదము = ...
3. ఒక శ్రేఢి యొక్క n వ పదము $t_n = 7n+2$ అయిన ఆశ్రేఢి నందు 14వ పదము .....
4. ఒక అంక శ్రేఢిలో మొదటి పదము 'a' nవ పదము l అయిన ఆ శ్రేఢిలోని n పదాల మొత్తము S_n = ...
5. మొదటి పది సహజ సంఖ్యల మొత్తము .....
6. మొదటి పది సరి సహజ సంఖ్యల మొత్తము .....
7. మొదటి పది బేసి సహజ సంఖ్యల మొత్తము .....
8. ఒక శ్రేఢి యందలి వరుస పదాలలో ఎల్లప్పుడూ ఒకే నిష్పత్తి వున్నట్లయితే దానిని .....శ్రేఢి అంటారు.
9. ఒక గుణశ్రేఢిలో మొదటి పదము 'a', సామాన్య నిష్పతి r అయిన ఆ శ్రేఢిలో nవ పదము .....
10. $x + y,\ x - y,\ x - 3y$ అంకశ్రేఢిలో పదాంతరము .....

11. $x, \frac{4x}{3}, \frac{5x}{3}$..... అంకశ్రేఢిలో 4వ పదము .....

12. ఒక అంకశ్రేఢిలో nవ పదము $t_n = \frac{n(n+3)}{n+2}$ అయిన ఆశ్రేఢిలో 17వ పదము .....

13. $\frac{5}{3}, \frac{4}{3}, 1$..... అనే శ్రేఢి యొక్క సామాన్యపదము.....

14 ఒక గుణశ్రేఢి యొక్క మొదటి పదము a, సామాన్య నిష్పత్తి r అయిన ఆ శ్రేఢి సామాన్యపదము.....

15. $1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, ...$ శ్రేఢి సామాన్య నిష్పత్తి .....

16. ఒక గుణశ్రేఢిలోని వరుస పదముల యందలి నిష్పత్తిని ..... అంటారు.

17. ఒక అంక శ్రేఢి యందలి mవ పదమును mతో గుణిస్తే వచ్చు సంఖ్య nవ పదమును nతో గుణించగా వచ్చు సంఖ్యతో సమానమైనచో $(m+n)$ వ పదము .....

18. ఒక అంకశ్రేఢి యొక్క మొదటి పదము −3 మరియు పదాంతరము 5 అయినచో దాని పదవ పదము .....

19. ఒక శ్రేఢి యొక్క nవ పదము $2 + 3n$ అయిన ఆ శ్రేఢి 4వ పదము .....

20. 16, 11, 6, 1..... శ్రేఢిలో 18వ పదము .....

21. $-1, \frac{1}{4}, \frac{3}{2}, ...$ శ్రేఢిలో పదాంతరము .....

22. ఒక అంకశ్రేఢిలో ప్రతిపదమును రెట్టింపు చేయగా ఏర్పడు శ్రేఢి..... శ్రేఢి

23. $x + 2, 4x - 6$ మరియు $3x - 2$ లు అంకశ్రేఢిలోని వరుస పదాలైన x విలువ .....

24. $\frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}, ...$ గుణశ్రేఢిలో 10వ పదము .....

25. $2, 2\sqrt{2}, 4, ...$ గుణశ్రేఢి సామాన్య నిష్పత్తి .....

26. $\frac{x}{y}, \frac{1}{x}, \frac{y}{x^3}, ...$ గుణశ్రేఢి సామాన్య నిష్పత్తి .....

27. 5, 0.5, 0.05, ...గుణశ్రేఢి సామాన్య నిష్పత్తి

28. $\sqrt{7}, \sqrt{21}, \sqrt[3]{7}, ...$ గుణశ్రేఢి సామాన్య నిష్పత్తి.....

29. $a - 2d, a-d, a, a + 2d,$ లు .....శ్రేఢిలో ఉండును

30. $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + ...$ శ్రేఢిలో 6వ పదము .....

ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సరియైన సమాధానమును ఎన్నుకొని దానికి ఎదురుగా ఉన్న బ్రాకెట్లలో రాయుము

1. $-3 + 6 - 12 + 24 - 48$ .... శ్రేఢిలో nవ పదము [ ]

(ఎ) $(-1)^n\ 3.2^{n-1}$ (బి) $1^n.3.2^{n-1}$ (సి) 3.2^{n+1} (డి) $2\ .3^{n-1}$

2. 13, 8, 3, −2, ... అంకశ్రేఢిలో పదాంతరము [ ]

(ఎ) 5 (బి) 10 (సి) −4 (డి) −5

3. 1, 2, 3, ... n పదముల మొత్తము [ ]

(ఎ) $\frac{n(n-1)}{2}$ (బి) $\frac{n(n+1)}{2}$ (సి) $\frac{n(n+1)^2}{2}$ (డి) $\frac{n^2(n+1)}{2}$

4. ఒక అంకశ్రేఢిలో n వ పదము $2n + 5$ అయిన దాని మొదటి పదము [ ]

(ఎ) 7 (బి) 5 (సి) 20 (డి) 40

5. ఒక అంకశ్రేఢిలో మొదటి పదము −1, పదాంతరము −3 అయిన 12వ పదము [ ]

(ఎ) 34 (బి) 32 (సి) -32 (డి) −34

6. $1-\frac{1}{3}+\frac{1}{9}-\frac{1}{27}+....$ గుణశ్రేఢి సామాన్యనిష్పత్తి [ ]

(ఎ) $\frac{1}{3}$ (బి) 3 (సి) $-\frac{1}{3}$ (డి) −3

7. $x+\frac{4x}{3}+\frac{5x}{3}+2x+.....$ శ్రేఢిలో 10వ పదము [ ]

(ఎ) $4x$ (బి) $9x$ (సి) $3x$ (డి) $\frac{10x}{3}$

8. క్రింది శ్రేఢులలో ఏది అంకశ్రేఢిలో లేదు [ ]

(ఎ) 3, 6, 9, 12, ... (బి) 9, 14, 19, 24, ...

(సి) 13, 15, 18, 22, ... (డి) 21, 17, 13, 9, ...

9. ఈ క్రింది శ్రేఢులలో గుణశ్రేఢి కానిది [ ]

(ఎ) 7, 14, 21, 42, ... (బి) 1, 5, 25, 125

(సి) $\frac{1}{2}, \frac{1}{8}, \frac{1}{32}, ...$ (డి) $1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, ...$

10. 125, 25, 5, 1 ..... శ్రేఢిలో 7వ పదము [ ]

(ఎ) $\frac{1}{5}$ (బి) $\frac{1}{125}$ (సి) $\frac{1}{25}$ (డి) $\frac{1}{625}$

11. 0.01, 0.0001, 0.000001, ... శ్రేఢి సామాన్య నిష్పతి [ ]

(ఎ) 0.1 (బి) 0.001 (సి) 0.01 (డి) 0.0001

12. $\frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \ldots\ldots$ గుణశ్రేఢిలో 10వ పదము [ ]

(ఎ) $\frac{3}{2^9}$ (బి) $\frac{1}{2^9}$ (సి) $\frac{1}{2^{10}}$ (డి) $\frac{3}{2^{10}}$

13. $-0.5, -1.0, -1.5, \ldots$ శ్రేఢిలో 10వ పదము [ ]

(ఎ) 4.0 (బి) -4.0 (సి) 5.0 (డి) -5.0

14. $-1, \frac{1}{4}, \frac{3}{2}, \ldots\ldots$ శ్రేఢిలో పదాంతరము [ ]

(ఎ) $-\frac{1}{4}$ (బి) $\frac{5}{4}$ (సి) $-\frac{3}{4}$ (డి) $\frac{7}{4}$

15. $x-3b,\ x+b,\ x+5b,\ x+9b, \ldots\ldots$ శ్రేఢిలో 8వ పదము [ ]

(ఎ) $x+29b$ (బి) $x-29b$ (సి) $x+25b$ (డి) $x-25b$

ఈ క్రింది వానిని జతపరుచుము.

Group A	**Group B**	
1. 1 + 2 + 3 + 4 + ... శ్రేఢిలో nపదాల మొత్తము	a) $\frac{n(n+1}{2}$	( )
2. 2 + 4 + 6 + 8 + ... శ్రేఢిలో nపదాల మొత్తము	b) $n(n+1)$	( )
3. 1+3+5+7+....శ్రేఢిలో nపదాల మొత్తము	c) n^2	( )
4. 5 + 11 + 17 + 23 + శ్రేఢిలో nపదాల మొత్తము	d) $2n+3n^2$	( )
5. $1+\frac{5}{3}+\frac{7}{3}+3+\ldots.$శ్రేఢిలో n వ పదము	e) $\frac{2n+1}{3}$	( )
6. 5, 8, 11, 14, ... శ్రేఢి యొక్క n వ పదము	f) $3n+2$	( )
7. $-7, -11, -15, -19,$ ... శ్రేఢి యొక్క n వ పదము	g) $-3-4n$	( )
8. 1, 6, 11, 16, ... శ్రేఢి యొక్క n వ పదము	h) $5n-4$	( )
9. 1, 5, 25, 125, ... శ్రేఢి యొక్క n వ పదము	i) 5^{n-1}	( )
10. $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}+\ldots.$ శ్రేఢి యొక్క n వ పదము	j) $\frac{1}{3^{n-1}}$	( )

జవాబులు

ఖాళీలు పూరించుము.

1. అంకశ్రేఢి
2. $t_n = a + (n-1)\,d$
3. $t_{14} = 100$
4. $S_n = \frac{n}{2}[a+l]$
5. 55
6. 110
7. 100
8. గుణ
9. $t_n = a\,.\,r^{n-1}$
10. $-2y$
11. $2x$
12. $\frac{340}{19}$
13. $3-\frac{n}{3}$
14. $a\,.\,r^{n-1}$
15. $-\frac{1}{2}$
16. సామాన్య నిష్పత్తి
17. 0
18. 42
19. 14
20. -69
21. 5/4
22. అంకశ్రేఢి
23. 3
24. $\frac{3}{1024}$
25. $\sqrt{2}$
26. $\frac{y}{x^2}$
27. 0.1
28. $\sqrt{3}$
29. అంకశ్రేఢి
30. $-\frac{1}{32}$

బహుళైచ్ఛిక జవాబులు

1. ఎ
2. డి
3. బి
4. ఎ
5. డి
6. సి
7. ఎ
8. సి
9. ఎ
10. బి
11. సి
12. డి
13. డి
14. బి
15. సి

జతపరచుము.

1. a
2. b
3. c
4. d
5. e
6. f
7. g
8. h
9. i
10. j

2 యూనిట్

వ్యాపార గణితము

లక్ష్యాలు :

* ఒక నిష్పత్తిని అత్యంత సూక్ష్మరూపంలో వ్రాయగలుగును.
* నాలుగు దత్త సంఖ్యలు ఒక అనుపాతంలో వున్నవో లేవో నిర్ణయించగలుగును.
* కాలము మరియు దూరము, భాగస్వామ్యము, కాలము మరియు పని, పని మరియు భత్యాలు మొ॥వానికి సంబంధించిన నిజ జీవితపు సమస్యలను సాధించకలుగును.
* అనులోమ, విలోమ అనుపాతముల భావనను విశదపరచును.
* ఒక భిన్నమును లేక దశాంశ భిన్నమును శాతము రూపములోను అందుకు విపర్యయముగను వ్రాయగలుగును.
* శాతము మీద సమస్యలను సాధించగలుగును.
* లాభము, నష్టములపై సమస్యలను సాధించగలుగును.
* ఒక వస్తువు యొక్క ప్రకటన వెల, రుసుము రేటు యిచ్చినచో, దానిపై లభించు రుసుమును, అమ్మకపు ధరను లెక్కకట్ట గలుగును.
* చక్రవడ్డిని లెక్క కట్టగలుగును.
* సాధారణ వడ్డికి చక్రవడ్డికి గల వ్యత్యాసమును తెలిసికొనును.
* వివిధ రకాల ఖాతాలను తెలియజెప్పును.
* వడ్డిరేటు యిచ్చినపుడు సేవింగ్స్ బ్యాంక్‌లో వడ్డిని లెక్క కట్టగలుగును.

ముఖ్యాంశాలు :-

* సంఖ్యలను లేదా ఒకే రకమైన రాశులను పోల్చుటను నిష్పత్తి అంటారు.
* $a : b$ నిష్పత్తి $b : a$ కాదు.

* ఒక నిష్పత్తిలో పదముల యొక్క గ.సా.భా 1 అయితే ఆ నిష్పత్తి అత్యంత సూక్ష్మరూపంలో వున్నదని అంటాము.

* రెండు నిష్పతుల సమానతను సూచించే ప్రవచనమును అనుపాతము అంటాము.

* నాలుగు సంఖ్యలు a, b, c, d లు ఒక అనుపాతంలో వున్నట్లయితే మరియు వుండవలెనంటే $ad = dc$ కావలెను.

* a, b, c లు కొనసాగే అనుపాతంలో వుంటే $b^2 = ac$ అగును. b ని మధ్యమ అనుపాతి అంటాము.

* శాతము అనగా ఒక వందకు లేదా నూటికి అన్నమాట.

* ఒక భిన్నమును శాతముగా వ్రాయుట కొరకు భిన్నమును 100తో గుణించిన తర్వాత సూక్ష్మీకరించి దాని ప్రక్కన '%' చిహ్నము గుర్తిస్తాము.

* లాభం = అమ్మకపు వెల (S.P) – కొన్నధర (C.P)

* నష్టం = కొన్నధర (C.P.) – అమ్మకపు వెల (S.P)

$$\text{లాభశాతం} = \frac{\text{లాభం}}{\text{C.P.}} \times 100, \quad \text{నష్టశాతం} = \frac{\text{నష్టం}}{\text{C.P.}} \times 100$$

* ఒక అసలు (P) మీద వడ్డి రేటు R% ప్రకారం, సమయం T సం॥లకు॥ సాధారణ వడ్డి (S.I.) క్రింది సూత్రం ప్రకారం లభిస్తుంది. $\text{S.I.} = P \times R \times T.$

* సరుకుల ధరలో తగ్గింపును రుసుము అంటారు.

* సరుకుల ప్రకటన వెలపైననే ఎల్లప్పుడు రుసుము ఉంటుంది.

* ఒక ఏజెంటుకు సరుకుల విక్రయాలను లేదా కొనుగోలుకు సహకరించు సేవలకై యివ్వబడు సొమ్మును కమీషను అంటాము.

* అసలు = P, వడ్డిరేటు = r %, సమయం = n మార్పిడి వ్యవధులు అయినచో, మొత్తము = అసలు + చక్రవడ్డి.

$$= P(1 + R)^n$$

$$\text{C.I.} = P[(1 + R)n - 1]$$

* వివిధ రకాలైన ఖాతాలు బ్యాంకులో వుంటాయి. అందులో కొన్ని

(i) సేవింగ్సు బ్యాంకు అక్కౌంటు

(ii) ఫిక్సెడ్ టర్మ్ డిపాజిట్ అక్కౌంటు

(iii) కరెంట్ అక్కౌంటు.

$$\text{నెలకు వడ్డి} = P \times R \times {}^{1}/_{12}.$$

పాఠములు 9, 10

3 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. ఒక శ్రామికుడి ఒకనెల జీతం రు. 3500 నుండి అతడు రు. 3200 ఖర్చు చేసిన, అతని పొదుపునకు, ఆదాయానికి గల నిష్పత్తి ఎంత?
2. 512 : 1792 నిష్పత్తిని అత్యంత సూక్ష్మ రూపంలోకి మార్చుము?
3. ఒక రోజుకు, 6 వారాలకు గల నిష్పత్తిని అత్యంత సూక్ష్మ రూపంలోకి మార్చుము?
4. ఒక త్రిభుజము నందలి భుజముల నిష్పత్తి 2:3:4 దాని యొక్క చుట్టు కొలత 36

   సెం.మీ. అయినచో, దాని భుజములు కనుగొనుము.
5. ఒక పాఠశాల యందు ఉపాధ్యాయులు, విద్యార్థుల నిష్పత్తి 3:80 మరియు విద్యార్థుల సంఖ్య 240 అయిన ఉపాధ్యాయుల సంఖ్య ఎంత?
6. 3,X,12 లు ఒక కొనసాగిన అనుపాతంలో ఉంటే, X విలువెంత?
7. 5 లీటర్ల పెట్రోలు ధర రూ.225 అయితే 8 లీటర్ల ధర ఎంత?
8. 7 పెన్నుల ధర రూ.98 అయినచో, 35 పెన్నుల ధర ఎంత?
9. ఒక వడ్రంగి 4 రోజుల్లో 18 కుర్చీలను తయారు చేయగలడు. అటువంటి 27 కుర్చీలను తయారు చేయుటకు అతనికి ఎన్ని రోజులు పట్టును?
10. ఒక యూనిట్ నికషలో లలితకు 25 మార్కులకుగాను 17 మార్కులు వచ్చెను. ఆమె పొందిన మార్కులు శాతమెంత?
11. క్రింది వాటిని శాతములోకి మార్చి రాయుము

    a) 0.03 b) 4/25
12. నేను బడికి పోవుటకు 50 ని.లు సమయం పట్టును. అందులో 60% బస్సులో ప్రయాణినిస్తాను. నాకు బస్సు ప్రయాణానికి పట్టిన సమయమెంత?
13. 300 లో ఎంత శాతము 60 అవుతుంది?
14. ఒక టోకు వ్యాపారి ఒక చేతి గడియారమును రు. 460 కుకొని దాని మీద రిపేరుకై రు.40 వెచ్చించెను. దానిని అతడు రు.550 కు అమ్మినచో అతడు పొందిన లాభశాతమెంత?
15. రవి అతని స్నేహితుని వద్ద నుండి 5% సాధారణ వడ్డీ రేటుపై రు. 50,000 అప్పు తీసుకొనెను. 2 సం।। ల తర్వాత అప్పు తీర్చుటకై అతడు చెల్లించిన సొమ్మెంత?
16. ఒక సెల్‌ఫోను ప్రకటనవెల రూ.5450 దానిపై షాపు యజమాని 30% రుసుము ప్రకటించిన, అమ్మకపు ధర ఎంత?
17. ఒక జత బూట్ల ధర రు. 1000 గా ప్రకటించి రు. 675 కు అమ్మడం జరిగింది. రుసుము శాతమెంత?
18. ఒక స్కూటరును రూ 17,400 కు అమ్ముటవలన అతడు 25% నష్టపోయిన ఆయన స్కూటరును ఎంతకు కొన్నాడు.

జవాబులు

1. శ్రామికుడి నెల జీతం = రు. 3500

   అతడి నెలసరి ఖర్చు = రు. 3200

   అతడు చేసిన పొదుపు = రు. 3500 – రు. 3,200= రు. 300

   అతడి పొదుపు, ఆదాయాల నిష్పత్తి = రు. 300 : రు. 3500 = 3:35

2. 512 : 1792

   512,1792 ల గ.సా.భా = 256

   $512 : 1792 = \frac{512}{256} : \frac{1792}{256} = 2 : 7$

3. 6 వారాలు = 6 × 7 రోజులు = 42 రోజులు

   ఒక రోజు : 6 వారాలు = 1 : 6×7 = 1 : 42

4. ఒక త్రిభుజం చుట్టుకొలత = 36 సెం.మీ.

   దాని భుజముల నిష్పత్తి = 2 :3 :4

   నిష్పత్తిలోని పదాల మొత్తం = 2 + 3 + 4 = 9

   మొదటి భుజము పొడవు = $\frac{2}{9}$ × 36 సెం.మీ = 8 సెం.మీ

   రెండవ భుజము పొడవు = $\frac{3}{9}$ × 36 సెం.మీ = 12 సెం.మీ.

   మూడో భుజము పొడవు = $\frac{4}{9}$ × 36 సెం.మీ = 16 సెం.మీ.

5. ఒక పాఠశాలలోని ఉపాధ్యాయుల, విద్యార్థుల నిష్పత్తి = 3 : 80

   విద్యార్థుల సంఖ్య = 240

   నిష్పత్తిలో విద్యార్థుల పదము = 80

   1 నిష్పత్తి పదము విలువ = $\frac{240}{80}$ = 3

   ఉపాధ్యాయుల నిష్పత్తి పదం = 3

   ఉపాధ్యాయుల సంఖ్య = 3 × 3 = 9

   దత్త నిష్పత్తి ప్రకారం, ఉపాధ్యాయుల సంఖ్య = $\frac{3}{80}$ ×240 = 3 × 3 = 9

లేదా

దత్త నిష్పత్తి ప్రకారం, ఉపాధ్యాయుల సంఖ్య x అనుకొనిన

$3 : 80 : : \ x : 240$

మధ్యముల లబ్ధం = అంత్యముల లబ్ధం

$80\,x = 3 \times 240 \quad \therefore x = \frac{3\times 240}{80} = 9.$

ఉపాధ్యాయుల సంఖ్య = 9

6. 3, x, 12 లు కొనసాగే అనుపాతంలో ఉన్నాయి

$3 : x : : x : 12$

మధ్యముల లబ్ధము = అంత్యముల లబ్ధము

$x \times x = 3 \times 12$

$x^2 = \sqrt{36}$

$\therefore x = 6$

7. 5 లీటర్ల పెట్రోలు ధర రూ. 225

8 లీటర్ల ధర రూ ।। x అనుకొనిన

పెట్రోలు పరిమాణాల నిష్పత్తి = 5 :8

వాటి ధరల నిష్పత్తి = 225 : x

పెట్రోలు ధరల నిష్పత్తి, వాటి పరిమాణాల నిష్పత్తి అనులోమాను పాతంలో ఉంటాయి.

$\therefore 225 : x = 5 : 8$

$5\,x = 225 \times 8$

$x = \frac{225\times 8}{5} = 45 \times 8$

= రూ।। 360

8 లీ।। పెట్రోలు ధర = రూ।। 360

8. 7 పెన్నుల ధర రూ।। 98

35 పెన్నుల ధర రూ।। x అనుకొనిన

పెన్నుల నిష్పత్తి = 7 : 35

= 1 : 5

వాటి ధరల నిష్పత్తి = 98 : x

ధరల నిష్పత్తి ఎల్లప్పుడూ వస్తువుల నిష్పత్తికి అనులోమాను పాతంలో ఉంటుంది.

98 : x : : 1 : 5

x × 1 = 98 × 5

x = రూ॥ 490

∴ 35 పెన్నుల ధర = రు॥ 490

9. ఒక వడ్రంగి 4 రోజుల్లో 18 కుర్చీలు తయారు చేయగలడు ఎన్ని రోజుల్లో 27 కుర్చీలు చేయగలడు?

రోజులు	కుర్చీలు
4	18
x	27

రోజుల నిష్పత్తి = 4 : x

కుర్చీల నిష్పత్తి = 18 :27

తయారయ్యే కుర్చీలు నిష్పత్తికి, పనిరోజుల నిష్పత్తి అనులోమాను పాతంలో ఉంటుంది.

4 : x = 18 : 27

18 × x = 4 × 27

$x = \frac{4^{2} \times 27^{3}}{18_{2}} = 6$

27 కుర్చీలు తయారు చేయుటకు అతనికి 6 రోజులు పట్టును.

10. లలిత పొందిన మార్కులు = 17

నికషలోని మొత్తం మార్కులు = 25

ఆమె పొందిన మార్కులు శాతం = $\frac{17}{25} \times 100\%$

= 17 × 4%

= 68%

11. a) 0.03 = 0.03 × 100%

= $\frac{3}{100} \times 100\%$

= 3%

b) $\frac{4}{25}$ = $\frac{4}{25} \times 100\%$

= 4 × 4%

= 16%

12. నేను బడికి పోవుటకు పట్టు సమయం = 50 ని॥లు

బస్సులో ప్రయాణానికి పట్టే సమయశాతం = 60%

∴ బస్సుప్రయాణానికి పట్టే కాలం = 50 ని॥లలో 60%

$$= 50 \times \frac{60}{100} = 30 \text{ ని॥లు}$$

∴ నాకు బస్సు ప్రయాణానికి పట్టేకాలం = 30 ని॥లు

13. 300 లో x% 60 అనుకొనిన

$x\% \times 300 = 60$

$$\frac{x}{100} \times 300 = 60$$

$$3x = 60$$

$$x = \frac{60}{3} = 20$$

$$x\% = 20\%$$

∴ 300 లో 20%, 60 అవుతుంది.

14. చేతి గడియారం కొన్న ధర = రు. 460

దానిపై రిపేరుకు వెచ్చించినది = రు. 40

చేతి గడియారం కోసం వెచ్చించిన మొత్తం = రు. 500

చేతి గడియారం అమ్మిన ధర = రు. 550

ఇక్కడ అమ్మిన ధర కొన్న ధర కంటే ఎక్కువ

లాభం = అమ్మిన ధర − కొన్నధర

లాభం = 550 − 500 = రు. 50

$$\text{లాభశాతం} = \frac{\text{లాభం}}{\text{కొన్నవెల}} \times 100\%$$

$$= \frac{50}{550} \times 100\%$$

$$= \frac{100}{11}\%$$

$$= 9\frac{1}{11}\%$$

15. అసలు (P) = రు. 50,000

సాధారణ వడ్డీ రేటు (R) = 5%

కాలం (T) = 2

అప్పు చెల్లించాల్సిన మొత్తం (A) $= P\left(1+\frac{TR}{100}\right)$

$= 50{,}000\left(1+\frac{2\times5}{100}\right)$

$= 50{,}000\left(\frac{100+10}{100}\right)$

$= 500\,(110)$

$= 55{,}000$

$\therefore$ 2 సం॥ల తర్వాత అతడు చెల్లించాల్సిన మొత్తం = రు. 55,000

16. ఒక సెల్‌ఫోన్ ప్రకటన వెల (M) = రు. 5450

రుసుము శాతం (d) = 30%

అమ్మకపు ధర (S.P.) = ?

సెల్‌ఫోన్ అమ్మకపుధర (S.P.) $=$ ప్ర.వె. $\left(1-\frac{d}{100}\right)$

$= 5450\left(1-\frac{30}{100}\right)$

$= 5450\left(\frac{100-30}{100}\right)$

$= 5450\left(\frac{70}{100}\right)$

$= 545 \times 7 =$ రు. 3,815

ఆ సెల్‌ఫోన్ అమ్మకపు ధర = రు. 3815

17. ఒక బూట్ల ప్రకటిత వెల = రు. 1000

ఆ బూట్ల అమ్మకపు వెల = రు. 675

రుసుము = ప్ర.వె. – అ.వె

= రు. 1000–రు. 675= రు. 325

$\therefore$ ఇచ్చిన రుసుము శాతం $= \frac{\text{రుసుము}}{\text{ప్ర.వె.}} \times 100\%$

$= \frac{325}{1000} \times 100\%$

$= 32.5\%$

18. ఒక స్కూటర్ అమ్మినవెల (S.P) = రు. 17,400

నష్టశాతం (l %) = 25%

దాని కొన్నవెల = (C.P) = ?

ఇక్కడ కొన్నవెల (C.P) $= \frac{100SP}{100-l}$

$= \frac{100\times17,400}{100-25}$

$= \frac{4\ \cancel{100}\times\cancel{17,400}\ 5800}{\cancel{75}\ 3}$

$= 4 \times 5800$

$= 23,200$

ఆ స్కూటర్ కొన్నవెల = రు. 23,200.

5 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. A మరియు B లు వరుసగా రూ. 60,000 మరియు రూ॥ 75,000 లతో వ్యాపారాన్ని మొదలు పెట్టారు. వారికి సంవత్సరం తర్వాత రూ॥ 40,500 లాభం వచ్చిన, వారికి లాభంలోని వాటాలు ఎంతెంత?
2. 120 మందికి 200 రోజులకు సరిపడ గల ఆహార సామాగ్రి వున్నది. 5 రోజుల తర్వాత 30 మంది వెళ్ళిపోతే మిగిలిన సామాగ్రి ఎంత కాలం మన్నుతుంది ?
3. ఇద్దరు భాగస్వాములు ఒక మిశ్రమ వ్యాపారంలో రూ॥ 2.12 లక్షలు వెచ్చిస్తారు. సం॥ర కాలం తర్వాత, ఒకనికి రూ॥ 35000, ఇంకొకనికి రూ॥ 18000 లాభం వస్తుంది. వారు జమపరచిన మొత్తాలను కనుగొనుము.
4. సమాన సామర్థ్యం గల 6 నీటి గొట్టాలు ఒక రిజర్వాయరును 15 నిమిషాలలో నింపును. దానిని 10 ని॥లలో ఎన్ని నీటి గొట్టాలు నింపగలవు?
5. ఒక తరగతి యందలి 40 మంది విద్యార్థులలో 10 మందికి ప్రథమ శ్రేణి, 15 మందికి ద్వితీయ శ్రేణి మరియు 13 మందికి మామూలు, ఉత్తీర్ణత లభించాయి. ఉత్తీర్ణులు కాని వారి శాతమెంత?
6. ఒక వ్యక్తి నెలకు రూ. 15400 సంపాదించును. అతడు ఇంటి ఖర్చులకు గాను అందులో 50% వుంచుకొని, 15% తన వ్యక్తిగత ఖర్చులకును 25% పిల్లల ఖర్చులకు ఖర్చుచేసి మిగిలిన దానిని పొదుపు చేసెను. అతడు ఎంత డబ్బును పొదుపు చేసెను.
7. A యొక్క ఆదాయము B యొక్క ఆదాయము కంటే 25% ఎక్కువ, B యొక్క ఆదాయము C ఆదాయము కన్న 8% ఎక్కువ. A ఆదాయము రూ 4050 అయితే C యొక్క ఆదాయము ఎంత?
8. 45 బత్తాయి పండ్లను రూ. 160 కు అమ్ముటవలన ఒక వ్యాపారికి 20% నష్టము వచ్చును. రూ. 112 కు ఎన్ని బత్తాయిలు అమ్మినచో మొత్తం మీద అతనికి 20% లాభం వచ్చును?

9. ఒక పుస్తకమును రూ. 258కు అమ్ముటవలన ఒక ప్రచురణ కర్తకు 20% లాభం వచ్చును. 30% లాభం పొందుటకు అతడు ఎంతకు అమ్మవలెను ?

10. 10% సాదారణ వడ్డీ రేటుపై ఎంత సమయంలో అసలుకు నాలుగవ వంతు వడ్డీయగును?

11. ఒక పాత స్కూటరును వరుసగా రుసుములు 10%, 5% మరియు 2% లతో అమ్మడమైనది. స్కూటర్ యొక్క ప్రకటనవెల రూ. 18000 అయినచో దాని అమ్మకపు ధరను కనుగొనుము.

12. ఒక దుకాణదారుడు తన దుకాణంలోని వస్తువులపై కొన్నధర లపై 50% ఎక్కువగా ప్రకటన వెలలు సూచించి మరల 40% రుసుమును ఇచ్చినట్లయితే అతని లాభాశాతం లేక నష్ట శాతమును కనుగొనుము.

13. ఒక కంప్యూటర్ నగదు ధర రూ. 34000 లేదా నగదు చెల్లింపు రూ. 24000 తో సహా 5 సమాన మాస వారీ వాయిదాలతో కూడినవిగా ఉన్నవి. వాయిదా పద్ధతి పైన 30% వడ్డీ విధించినచో, ప్రతియొక్క వాయిదా రాశి ఎంత ఉండును.

14. శ్రీమతి సుందరి ఒక చీరను అమ్మకపు పన్నుతో కలిపి రు. 1100 కు కొనెను. చీర యొక్క ప్రకటనవెల రూ. 1000 అయినచో అమ్మకపు పన్నురేటును కనుగొనుము.

15. రూ. 14500 మొత్తాన్ని హర్షిత ఒక ఆర్థిక సంస్థయందు భద్రపరచెను. 3 సం॥ల పిదప ఆమెకు రూ. 4785 సాధారణ వడ్డీ లభించెను. వడ్డీ యొక్క వార్షిక రేటు ఎంత?

జవాబులు **5 మార్కుల ప్రశ్నలు**

1. A మరియు B లు వరుసగా రూ. 60000 మరియు రూ॥ 75000 లతో ఒక వ్యాపారాన్ని మొదలు పెట్టారు. సంవత్సరాంతంలో వారికి రు. 40,500 లాభం వచ్చింది. భాగస్వాముల యొక్క లాభంలోని వాటాలను తెలుపుము.

జవాబు A యొక్క పెట్టుబడి = రు. 60000

B యొక్క పెట్టుబడి = రు. 75000

సం॥ తర్వాత వచ్చిన లాభం = రు. 40,500

A, B ల పెట్టుబడుల నిష్పత్తి = 60000 : 75000

= 60 : 75

= 12 : 15

= 4 : 5

నిష్పత్తి లోని భాగాల మొత్తం = 4 + 5 = 9

లాభంలో A వాటా = $\frac{4}{9} \times 40,500$

= 4 × 4500

= రూ. 18000

లాభంలో B వాటా = $\frac{5}{9} \times 40,500$

= 5 × 4500

= రూ. 22500

2. ఆహారసామాగ్రి 120 మందికి 200 రోజులకు సరిపోతుంది.

5 రోజుల తర్వాత మిగిలిన ఆహార సామాగ్రి

120 మందికి 195 రోజులు సరిపోతుంది.

30 మంది వెళ్ళిపోయిన

90 మందికి x రోజులకు సరిపోవుననుకొనిన

మనుజులు	రోజులు
120	195
90	x

మనుజుల నిష్పత్తి = 120 : 90

= 4 : 3

రోజుల నిష్పత్తి = 195 : x

ఆహారము సరిపడే విషయంలో రోజుల నిష్పత్తి మనుజుల నిష్పత్తికి విలోమాను పాతంలో ఉంటుంది.

$4 : 3 = x : 195$

$3 : x = 4 \times 195$

$x = \frac{4\times195}{3}$

$= 4 \times 65$

$x = 260$

ఆమిగిలిన ఆహార సామాగ్రి మిగిలిన 90 మందికి ఇంకా 260 రోజులు సరిపోవును.

3. ఒక వ్యాపారంలో భాగస్వాముల మొత్తం పెట్టుబడి = రు. 2,12,000

సం॥ తర్వాత వారి లాభాలు రూ. 35000, రూ. 18000

వారి లాభాల నిష్పత్తి = రూ.35000 : రూ. 18000

= 35 : 18

వారి పెట్టుబడుల నిష్పత్తి = లాభాల నిష్పత్తి = 35:18

మొదటి వ్యక్తి పెట్టుబడి $= \frac{35}{(35+18)} \times 2,12,000$

$= \frac{35}{53} \times 2,12,000 = 1,40,000$

రెండో వ్యక్తి పెట్టుబడి $= \frac{18}{(35+18)} \times 2,12,000$

$= \frac{18}{53} \times 2,12,000$

$= 18 \times 4000 = 72,000$

వారి వ్యక్తిగత పెట్టుబడులు రూ. 14000, రూ. 72000

4. సమాన సామర్థ్యం గల 6 నీటిగొట్టాలు రిజర్వాయర్‌ను 15 ని.లో నింపును.

ఒకే నీటిగొట్టం దానిని నింపుటకు పట్టు సమయం

= 15 × 6 ని॥లు

= 90 ని॥లు

= 1 గం. 30 ని॥లు

1 ని॥లో 1 నీటిగొట్టం నింపు రిజర్వాయర్ భాగం = $\frac{1}{90}$

10 ని॥లో 1 నీటిగొట్టం నింపు రిజర్వాయర్ భాగం = $10 \times \frac{1}{90} = \frac{1}{9}$

10 ని॥లో పూర్తి రిజర్వాయర్ నింపే నీటిగొట్టాల సంఖ్య = $\frac{1}{1/9}$ = 9

ఆ రిజర్వాయర్‌ను 9 నీటిగొట్టాలు 10 ని॥లో నింపుతాయి.

5. ఒక తరగతి యందు విద్యార్థుల సంఖ్య = 40

ప్రథమ శ్రేణి విద్యార్థుల సంఖ్య = 10

ద్వితీయ శ్రేణి విద్యార్థుల సంఖ్య = 15

మిగిలిన ఉత్తీర్ణులు = 13

మొత్తం ఉత్తీర్ణుల సంఖ్య = 10 + 15 + 13 = 38

ఉత్తీర్ణులు కాని వారి సంఖ్య = 40 − 38 = 2

ఉత్తీర్ణులు కాని వారి శాతం = $\frac{2}{40} \times 100\% = 5\%$

6. ఒక వ్యక్తి నెల సంపాదన = రు. 15400

ఇంటిఖర్చులకై వెచ్చించిన సొమ్ము = 50% × 15400

= $\frac{50}{100} \times 15400$

= $\frac{1}{2} \times 15400$ = రూ. 7700

వ్యక్తిగత ఖర్చులకై వెచ్చించిన సొమ్ము = 15% × 15400

= $\frac{15}{100} \times 15400$

$= 15 \times 154$

$=$ రు. 2310

పిల్లలకై వెచ్చించిన సొమ్ము $= 25\% \times 15400$

$= \frac{25}{100} \times 15400$

$= \frac{1}{4} \times 15400$

$=$ రు. 3850

అతడు ఖర్చు చేసిన మొత్తం $=$ రూ. 7700 + రూ. 2310 + రూ. 3850

$=$ రూ. 13860

పొదుపు చేసిన సొమ్ము $=$ ఆయన సంపాదన – ఖర్చులు

$=$ రూ. 15400 – 13860

$=$ రూ. 1540

7. C యొక్క ఆదాయము $=$ రూ x అనుకొనిన

B యొక్క ఆదాయము $=$ C ఆదాయము + $8\% \times$ C ఆదాయం

$= C$ ఆదాయము $\left[1+\frac{8}{100}\right]$

$=$ రూ. $x\left(1+\frac{8}{100}\right)$

$=$ రూ. $x\left(\frac{108}{100}\right)$

$=$ రూ. $\frac{108x}{100}$

A యొక్క ఆదాయము $= B$ ఆదాయము $\left[1+\frac{25}{100}\right]$

$= \frac{108x}{100}\left[\frac{125}{100}\right]$

$= \frac{108x}{100}\left(\frac{5}{4}\right) = \frac{27x}{20}$

$$= \frac{27x}{20}$$

కాని లెక్క ప్రకారం, A యొక్క ఆదాయం = రూ. 4050

$$\therefore \quad \frac{27x}{20} = 4050$$

$$x = \frac{20}{27} \times 4050$$

= రూ. 3000

C యొక్క ఆదాయము = రు. 3000

8. 45 బత్తాయి పండ్ల అమ్మిన వెల(S.P) = రూ. 160

నష్టము (l) = 20%

45 బత్తాయిల కొ.వె.(C.P) $= \frac{100 \times SP}{100 - l\%}$

$= \frac{100 \times 160}{100 - 20}$

$= \frac{160 \times 100}{80}$

= రూ. 200

45 బత్తాయిల కొ.వె. (C.P) = రూ. 200

45 బత్తాయిల అ.వె. (S.P) = C.P(100 + లా%/100)

$= 200\left[\frac{100 \times 20}{100}\right]$

= 2(120)

= రూ. 240

అనగా రూ. 240 కు వచ్చు బత్తాయిల సంఖ్య = 45

రూ. 1 కు వచ్చు బత్తాయిల సంఖ్య $= \frac{45}{240}$

రూ. 112 వచ్చు బత్తాయిల సంఖ్య $= 112 \times \frac{45}{240}$

= 21

∴ ఆ వ్యాపారి రూ. 112 కు 21 బత్తాయిలను అమ్మవలెను.

9. పుస్తకము అమ్మినవెల (S.P) = రూ. 258

లాభ శాతం ($g\%$) = 20%

పుస్తకం కొన్నవెల (C.P) $= \frac{100 \times SP}{100 + g\%}$

$= \frac{100 \times 258}{100 + 20}$

$= \frac{25800}{120}$

= రూ. 225

కొన్నవెల రూ. 225 పై ఆశించే లాభం 30%

అయిన అమ్మిన వెల = $SP = CP\left(\frac{100+g}{100}\right)$

$= 225\left(\frac{100+30}{100}\right)$

$= 225\left(\frac{130}{100}\right)$

$= \frac{45 \times 13}{2} = \frac{585}{2}$

= రూ 292.50

అతనికి 30% లాభం రావాలంటే ఆ పుస్తకాన్ని రూ. 292.50 కు అమ్మాలి.

10. అసలు = P

కాలం = T అనుకొనిన

వడ్డీరేటు = R = 10%

దత్త నియమము ప్రకారం

వడ్డీ $= \frac{1}{4}$ అసలు

$I = \frac{1}{4}P$

$\Rightarrow \quad PTR = \frac{1}{4}P$

$\Rightarrow \quad T\frac{(10)}{100} = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow \quad T = \frac{100}{10} \times \frac{1}{4} = \frac{10}{4}$

$= \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$ సం॥లు

$\therefore$ కాలం $= T = 2\frac{1}{2}$ సం॥లు

అసలులో వడ్డీ నాలుగో వంతు కావడానికి కావలసిన కాలం 2 సం॥ 6 నెలలు.

11. స్కూటరు ప్రకటనవెల = రూ. 18000

మొదటి రుసుము (10%) = రూ $18000 \times \frac{10}{100}$

= రూ. 1800

మొదటి రుసుము తర్వాత ధర= రూ (18000−1800)

= రు. 16200

రెండవ రుసుము (5%) = రూ. $16200 \times \frac{5}{100}$

= రు. 810

రెండవ రుసుము తర్వాత ధర = రూ (16200−810)

= రూ. 15390

మూడవ రుసుము (2%) = రూ. $15390 \times \frac{2}{100}$

= రూ. 307.80

మూడవ రుసుము తర్వాత ధర = రూ. (15390 − 307.80)

= రూ. 15082.20

$\therefore$ ఆ స్కూటర్ యొక్క అంతిమ ధర = రూ. 15082.20

12. వస్తువుల కొన్న ధర (C.P) = రూ x అనుకొనిన

ప్రకటన వెల (M.P) $= \text{C.P.}\left(100+\frac{50}{100}\right)$

$= x\left(\frac{150}{100}\right)$

$= \frac{3}{2}x$

d% = 40 % రుసుము నీయగా

అమ్మిన వెల $= \text{M.P.}\left(\frac{100-d}{100}\right)$

$= \frac{3}{2}x\left(\frac{100-40}{100}\right)$

$= \frac{3}{2}x\left(\frac{60}{100}\right)$

$= \frac{9}{10}x$

ఇక్కడ కొన్న ధర $= x$

అమ్మిన ధర $= \frac{9}{10}x$

కొన్న ధర > అమ్మిన ధర

$\therefore$ నష్టం వచ్చును

నష్టం = కొ.వె. – అ.వె.

$= x-\frac{9}{10}x$

$= \frac{x-9x}{10} = \frac{x}{10}$

$\therefore$ నష్ట శాతం = నష్టం/ కొ.వె×100%

$= \frac{x/10}{x} \times 100\%$

$= \frac{x}{10.x} \times 100\%$

$= 10\%$

13. కంప్యూటర్ నగదు ధర = రు. 34,000

నగదు చెల్లింపు = రూ. 20,000

5 వాయిదాలలో చెల్లించాల్సిన మిగిలిన ధర = రూ. 14000

ప్రతి వాయిదా రూ. P అనుకొనిన

వాయిదా పద్ధతిలో విధించబడ్డ వడ్డీ = రూ. (5P−14000)

కొనుగోలుదారుడు అమ్మకాందారుడికి బకాయిపడ్డ రాశి

మొదటి నెలకు = రూ. 14000

రెండవ నెలకు = రూ (14000 − P)

మూడవ నెలకు = రూ. (14000 − 2P)

నాల్గవ నెలకు = రూ. (14000 − 3P)

ఐదవ నెలకు = రూ. (14000− 4P)

మొత్తం = రూ. 5(14000−10P)

రూ. 70,000 − 10P

అలా అతడు రూ (70000−10..) పైన నెలకు 30% అనగా

$$(70000-10P) \times \frac{1}{12} \times \frac{30}{100} = 5P-14000$$

$$(7000-10P)\frac{1}{40} = 5P - 14000$$

$$70000-10P = 200P- 560000$$

$$210\ P = 70000 + 560000$$

$$210\ P = 63,0000$$

$$P = \frac{63,0000}{210} = 3000$$

∴ నెలసరి సమాన వాయిదా = రూ. 3000

14. ప్రకటన వెల = రు 1000

కొన్నవెల = రు 1100

∴ అమ్మకపు పన్ను = 1100 – 1000

= రు 100

∴ అమ్మకపు పన్ను రేటు

= అమ్మకపు పన్ను / ప్రకటన వెల × 100

$= \frac{100}{1000} \times 100$

∴ అమ్మకపు పన్ను = 10%

15. అసలు (P) = రు 14500

కాలం (T) = 3 సం॥

వడ్డీ (I) = రు 4785

వడ్డీరేటు (R) = ?

$I = \frac{PTR}{100}$

$PTR = 100\,I$

$R = \frac{100I}{PT}$

$= \frac{100 \times 4785}{14500 \times 3}$

$= \frac{1595}{145}$

$R = 11$

వడ్డీ రేటు = 11%

ఖాళీలను పూరించండి.

1. రెండు సంఖ్యలను భాగహారము ద్వారా పోల్చడాన్ని ఆ రెండు సంఖ్యల..... అంటారు.
2. : చిహ్నం రెండు సంఖ్యల మధ్య.....ని సూచిస్తుంది.
3. a, b లు ఏవైనా రెండు సంఖ్యలు అయిన వాటిమధ్య నిష్పత్తిని.....గా రాస్తాము.
4. 5 :6 లో 5 ని..... అని అంటాము
5. ఒక నిష్పత్తియందలి రెండు పదాలను ఒకే శూన్యేతర సంఖ్యతో గుణిస్తే ఆ నిష్పత్తి విలువ.....
6. రెండు నిష్పత్తుల సమానత్వాన్ని..... అంటాం.
7. ఒక నిష్పత్తిలోని రెండు పదాలకు 1 తప్ప వేరే.....లేకున్నచో, ఆ నిష్పత్తిని సూక్ష్మరూపంలో వున్న నిష్పత్తి అంటాము.
8. a : b నిష్పత్తిలోని రెండు పదాలకు గ.సా.భా.....ఆయిన ఆ నిష్పత్తిని అత్యంత సూక్ష్మ రూపంలోనున్న నిష్పత్తి అంటాము.
9. రెండు వేర్వేరు నిష్పత్తుల సూక్ష్మరూపాలు ఒకటే అయిన ఆ నిష్పత్తులను.....అంటాము.
10. రెండు నిష్పత్తులు సమానాలైతే ఆ నిష్పత్తిలోని నాలుగు పదాలు.....లో ఉన్నాయంటాము.
11. నాలుగు సంఖ్యలు a,b,c,d లు అనుపాతంలో ఉంటే, వాటి సంకేత రూపము.....
12. అనుపాతము 2 : 5 ::10 : 25 లో 2,25 లను.....పదాలు అంటాము.
13. a : b = c : d అయిన bc = ...
14. ఒక అనుపాతంలోని అంత్య పదాల లబ్ధము.....పదాల లబ్ధానికి సమానము
15. రెండు రాశులు a మరియు bలలో ఒక దాని పెరుగుదల రెండవ దానిలో కూడా పెరుగుదలకు కారణమైతే, ఆ రెండు రాశులు.....లో ఉన్నాయంటాము.
16. రెండు రాశులు a మరియు bలలో ఒక దాని తరుగుదల రెండవ దానిలో పెరుగుదలకు కారణమైతే, ఆ రెండు రాశులు.....లో ఉన్నాయంటాము.
17. ఇద్దరు లేదా అంతకన్నా ఎక్కువ మంది వ్యక్తులు కలిసి వ్యాపారం చేస్తే వారిని.....అంటాము.
18. $a : b = b : c$ అయినచో a, b, c లు.....లో ఉన్నవని అంటాము.
19. $a : b$ మరియు $b : a$ సమానమైన ..... అవుతుంది.
20. అనుపాతం నందు.....పదాలుండును.
21. ఒక నిష్పత్తిలో రెండవ పదము 100 అయితే దానిని.....అనికూడా అంటారు.
22. ఒక భిన్నములో హారము 100 అయినచో దానిని.....అని చదువుతాము.
23. ఒక వస్తువును కొనడానికి ఎంత ధర చెల్లించామో దానిని.....అంటాము.

24. ఒక వస్తువు ఎంత ధరకు అమ్మబడిందో దానిని .....అంటారు.

25. లాభము, నష్టము ఎల్లప్పుడూ.....మీదనే లెక్కింప బడతాయి.

26. లాభశాతము = $\frac{\text{లాభం}}{\text{.....}} \times 100\%$

27. నష్టశాతము = $\frac{\text{నష్టం}}{\text{.....}} \times 100\%$

28. నష్టం = నష్టశాతం×.....

29. లాభం = లాభశాతం×.....

30. లాభము = అమ్మినవెల – .....

31. నష్టం = ...–అమ్మినవెల

32. అమ్మినవెల = కొన్నవెల + ...

33. కొన్నవెల = అమ్మినవెల – .....

34. కొన్నవెల = అమ్మినవెల+ .....

35. అమ్మినవెల = కొన్నవెల– .....

36. ప్రకటించిన ధర నుండి తగ్గింపబడిన సొమ్మును.....అంటారు.

37. ఎల్లప్పుడూ రుసుము .....వెలపైనే లెక్కింప బడుతుంది.

38. తయారుదారులు, కొనుగోలుదారులకు మధ్య వ్యాపారం చేయువారిని.....అంటాము.

39. మధ్యస్థుల లేదా ఏజెంట్ల సేవలకుగాను లభించే సొమ్మును.....అంటాము.

40. సరుకుల అమ్మకపువెల, కొన్నవెలకంటే.....అయిన లాభం ఉంటుంది.

41. సరుకుల అమ్మకపువెల, కొన్నవెలకంటే.....ఆయిన నష్టము ఉంటుంది.

42. 12 :19 లో 19 ని.....పదమంటాము.

43. 1:4: : 5: 20 అనుపాతంలో 4,5 లను.....పదాలుంటాయి.

బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు

1. 24 :30 యొక్క అత్యంత సూక్ష్మ రూపము ( )

   (A) 12 :15 (B) 15 :12 (C) 4 :5 (D) 8 :10

2. 5:4 నిష్పత్తి 100:80 యొక్క ( )

   (A) సమరూపము (B) భిన్నరూపము (C) అనుపాతము (D) సూక్ష్మరూపము

3. 2 గం॥ లకు, 2 రోజులకు గల నిష్పత్తి ( )

   (A) 1 : 24 (B) 1 : 48 (C) 2:1 (D) 2 : 2

4. 3:7 నందు 7 ను అంటాము ( )

(A) పూర్వపదము (B) పరపదము (C) అంత్యపదము (D) మధ్యపదము

5. 85 మరియు 225 ల గ.సా.భా ( )

(A) 15 (B) 5 (C) 25 (D) 35

6. క్రింది వానిలో 3 : 4 కు సమాన నిష్పత్తి ( )

(A) 9:16 (B) 12:9 (C) 6:8 (D) 8:6

7. 20 : 24 = 5 : ( )

(A) 6 (B) 4 (C) 5 (D) 7

8. రూ. 1050 లను A, B, C లకు 3:5:7 లో పంచగా A యొక్క భాగము(రూ.లలో) ( )

(A) రూ.15 (B) రూ.105 (C) రూ. 350 (D) రూ.210

9. ఈ క్రిందివానిలో అనుపాతంలో లేని సంఖ్యలు ( )

(A) 3,5,15,25 (B) 3,15, 5,25 (C) 3,15,25,5 (D) 25, 15, 5, 3

10. 5, 10, x, 30 అను నాలుగు పదాలు అనుపాతంలో నున్న x విలువ ( )

(A) 15 (B) 20 (C) 25 (D) 12

11. 4 : x = 12 : 18 అయిన x విలువ ( )

(A) 8 (B) 6 (C) 10 (D) 15

12. a, b, c లు కొనసాగే అనుపాతంలో ఉంటే ( )

(A) $a^2 = bc$ (B) $b = a/c$ (C) $b^2 = ac$ (D) $c^2 = ab$

13. 2, x, 8 లు ఒక కొనసాగే అనుపాతంలో ఉంటే x విలువ ( )

(A) 4 (B) 16 (C) 6 (D) 10

14. 3,27 ల మధ్యమ అనుపాతి ( )

(A) 18 (B) 81 (C) 9 (D) 30

15. ఒక వస్తువు ప్రకటితవెలపై 10% రుసుము ఈయబడిన ఆ వస్తువు ధర రూ 200 అయిన, ఈయబడిన తగ్గింపు (రూ.లలో) ( )

(A) 90 (B) 10 (C) 110 (D) 20

16. ఒక వస్తువు కొన్న వెల రూ. 100 మరియు దానిని అమ్మగా వచ్చిన లాభం 15 శాతం అయిన దాన్ని అమ్మకపువెల ( )

(A) 15 (B) 85 (C) 1500 (D) 100

జతపరుచుట

	A		B	
1.	30 : 24	[ ]	A)	5 : 4
2.	25 : 27 లో 25ని ఏమంటారు ?	[ ]	B)	పూర్వపదము
3.	3:4 :: 6 : 8 లో 4,6 లును	[ ]	C)	మధ్యపదాలు అని అంటారు.
4.	అమ్మినవెల – కొన్నవెల	[ ]	D)	లాభము
5.	రుసుమును – దేనిపైన లెక్కిస్తాము	[ ]	E)	కొన్నవెల
6.	a : b లో b ఏమవుతుంది ?	[ ]	F)	పరపదము
7.	4 : 5 :: 8 : x అయిన x విలువ	[ ]	G)	10
8.	కొన్నవెల + లాభం	[ ]	H)	అమ్మినవెల
9.	కొన్నవెల రు. 90 లాభశాతం రు.10% అయిన లాభం	[ ]	I)	రూ.9
10.	అమ్మినవెల రు. 90 నష్ఠం రు.9 అయిన కొన్నవెల	[ ]	J)	రు.99
11.	ఒక సూక్ష్మరూపంలోనున్న నిష్పత్తిలోని రాశుల గ.సా.భా	[ ]	1	
12.	హారము 100గా కల్గిన భిన్నము	[ ]		శాతము
13.	9 : 6 = 15 : 10 లో 9,10 లు లును ఏమంటారు ?	[ ]		అంత్య పదాలు
14.	2,4,5,10 లు....లో ఉన్నాయి	[ ]		అనుపాతం
15.	అనుపాతం లోని అంత్య, మధ్య పదాల లబ్ధాలు	[ ]		సమానము

జవాబులు

ఖాళీలు పూరించండి.

1.	నిష్పత్తి	2.	నిష్పత్తి
3.	a:b	4.	పూర్వపదము
5.	మారదు	6.	అనుపాతం

7. కారణాంకాలు
8. 1
9. సమాన నిష్పత్తులు
10. అనుపాతం
11. a : b : : c : d
12. అంత్య
13. ad = bc లేక (a/b = c/d)
14. మధ్య
15. అనులోమానుపాతం
16. విలోమానుపాతం
17. భాగస్వాములు
18. కొనసాగే అనుపాతం
19. a = b
20. నాలుగు
21. శాతం
22. శాతం
23. కొన్నధర
24. అమ్మకపుధర
25. కొన్నధర
26. కొన్నధర
27. కొన్నధర
28. కొన్నధర
29. కొన్నధర
30. కొన్నధర
31. కొన్నవెల
32. లాభం
33. లాభం
34. నష్టం
35. లాభం
36. డిస్కౌంట్/రుసుము
37. ప్రకటితవెల
38. మధ్యస్థులు / ఏజెంట్లు
39. కమీషన్
40. ఎక్కువ
41. తక్కువ
42. పర
43. మధ్య

బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు

1. C
2. D
3. A
4. B
5. B
6. C
7. A
8. D
9. C
10. A
11. B
12. C
13. A
14. C
15. D
16. A

3 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. రెండు సంవత్సరాలకు 6% వార్షిక వడ్డీ ప్రకారం రూ. 20,000/- లకు వచ్చే చక్రవడ్డీని కనుగొనుము.
2. ఒక సం॥రంలో 8% వార్షిక వడ్డీ ప్రకారం రూ. 20,000/- పై చక్రవడ్డీ ప్రకారం చెల్లించు మొత్తం ఎంత?
3. ఒక నగరంలోని జనాభా 20,00,000 జనాభా యొక్క వార్షిక పెరుగుదల రేటు 4% అయినచో 3 సం॥ల తర్వాత దాని జనాభా ఎంత యుండును.
4. ఒక చేనుకు పట్టిన వైరస్ మందులు వాడటం వలన గంటకు 4% తరుగుతుంది. అది ఉదయం 9 గంటలకు 3×10^8 గా ఉండినట్లు అయితే అదే రోజున 11 గంటలకు వైరస్ ఎంత ఉండును.
5. P = 3,200 రూ॥లు, R = 5%, n = 2 సం॥లు అయిన బారువడ్డీ, చక్రవడ్డీ మధ్య తేడాను కనుగొనుము.
6. P = 11,000 రూ॥లు, R = 5% చొప్పున 2 సంవత్సరాలకు ఒకసారి వడ్డీ తిరగ గట్టిన 4 సం॥కగు మొత్తం ఎంత?
7. 6 సం॥లలో మొత్తం అసలుకు రెట్టింపు అయిన ఎంత కాలంలో మొత్తం అసలుకు 3 రెట్లు అవుతుంది?
8. ఎంత ధనము ఆరు నెలల తర్వాత 8% వార్షిక వడ్డీ రేటున, మూడు నెలలకు ఒకసారి వడ్డీని జోడించగా రూ. 26010 మొత్తం అగును?

జవాబులు 3 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. ఇక్కడ P = రూ. 20,000

   R = 6%

   n = 2

   చక్రవడ్డీ C.I $= P\left[(1+R)^n - 1\right]$

   $= 20,000\left[\left(1+\frac{6}{100}\right)^2 - 1\right]$

   $= 20,000\left[\frac{106}{100}\times\frac{106}{100}\right] - 20,000$

   $= 22,472 - 20,000$

   $= 2,472-00$ రూ॥లు

2. P = 20,000 రూ॥లు

   R = 8%

   n = 1 సం॥రం

చక్రవడ్డీ ప్రకారం మొత్తం $A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$

$$A = 20,000\left(1+\frac{8}{100}\right)^1$$

$$A = \frac{20,000\times108}{100}$$

$$= 21,600 \text{ రూ.}$$

3. ఇక్కడ $V_n = 20,00,000$

$R = 4\%$

$n = 3$

$$V_n = 20,00,000\left(1+\frac{4}{100}\right)^3$$

$$V_n = 20,00,000\left(\frac{104}{100}\times\frac{104}{100}\times\frac{104}{100}\right)$$

$V_n = 2 \times 1124864$

$V_n = 22,49,728$

4. ఇక్కడ $V_0 = 3 \times 10^8$

$R = 4\%$

$n = 2$

$$V_n = V_0\left(1-\frac{R}{100}\right)^n$$

$$V_2 = 3\times10^8\left(1-\frac{4}{100}\right)^2$$

$$V_2 = 3\times10^8\times\frac{96}{100}\times\frac{96}{100}$$

$V_2 = 3 \times 10^4 \times 96 \times 96$

$V_2 = 27,648 \times 10^4$

అందువలన ఉదయం 11 గంటలకు వైరస్ కొలత $27,648\times10^4$ గా ఉండును.

5. P = 3,200 రూ॥లు

R = 5%

n = 2 సం॥లు

బారువడ్డీ = $\frac{PNR}{100} = \frac{3,200 \times 5 \times 2}{100} = 320-00$

చక్రవడ్డీ ప్రకారం మొత్తం $A = 3,200\left(1+\frac{5}{100}\right)^2$

$A = 3,200\left[\frac{105}{100} \times \frac{105}{100}\right]$

$A = 3,528$ రూ॥

చక్రవడ్డీ $I = A - P = 3,528-3,200 = 328-00$

చక్రవడ్డీ – బారువడ్డీ = 328–320 = 8 రూ.

6. P = 11,000 రూ॥లు

R = 5%

n = 2 సార్లు

$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$

$A = 11,000\left(1+2\times\frac{5}{100}\right)^2$ (2 సంవత్సరాలకు ఒక సారి)

$A = 11,000\left(1+\frac{1}{10}\right)^2$

$A = 11,000\left(\frac{11}{10} \times \frac{11}{10}\right)$

$A = 13,310$ రూ॥

7. అసలు = 100 రూ॥లు (P)

మొత్తం = అసలుకు రెట్టింపు = రూ. 200

వడ్డీ = మొత్తం – అసలు = 200 – 100 = 100 రూ॥లు

T = 6 సం॥లు

R = ?

$R = \frac{100I}{PT} = \frac{100 \times 100}{100 \times 6} = \frac{50}{3}\%$

T = ? P = 100, A = 100 × 3 = 300 రూ॥లు

$I = A - P = 300 - 100 = 200$ రూ॥లు

$$T = \frac{100I}{PR} = \frac{100\times 200}{100\times\frac{50}{3}} = \frac{3\times 200}{50}$$

= 12 సం॥లు

8. A = 26,010 రూ॥లు R = 2%(మూడు నెలలకు) n = 2 (మూడేసి నెలల వ్యవధి)

$$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

$$26{,}010 = P\left(1+\frac{2}{100}\right)^2$$

$$26{,}010 = P\left(\frac{51}{50}\right)$$

$$P = \frac{26{,}010\times 50\times 50}{51\times 51}$$

P = 10 × 50 × 50 = 25,000 రూ॥

5 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. 10,000 రూ॥లపై $1\frac{1}{2}$ సం॥లకు 10% వార్షిక వడ్డీ రేటుపై వార్షికంగా వడ్డీని జోడించుటచే వచ్చు చక్రవడ్డీ ఎంత?
2. రెండు సంవత్సరాలకు 8% వార్షిక వడ్డీ ప్రకారం 10,000 రూ॥లపై అర్ధ వార్షికంగా వడ్డీని జోడిస్తే చక్రవడ్డీ ఎంత?
3. 3 సం॥లలో రూ॥ 8,000 అసలు వార్షికంగా వడ్డీ జోడించే ఎంత రేటు చక్రవడ్డీపైన రూ॥ 9261 అగును?
4. ప్రతి మూడు నెలలకు వడ్డీ జోడింపబడే చక్రవడ్డీ విధానంలో ఎంతరేటుపై రూ॥ 4000 అసలు పైన 9 నెలలో రూ. 630.50 చక్రవడ్డీ వచ్చును.
5. రూ॥ 8000కు 3 సం॥కు గాని వార్షికంగా వడ్డీ జోడించునట్లు 5% వార్షిక వడ్డీ రేటుపై ఎంత చక్రవడ్డీ అగును?
6. కొంత ధనరాశి రెండు సం॥లలో రూ. 17640గాను, అదే వడ్డీ ధరకు, మూడేళ్ళలో రూ. 18,522గాను వార్షికంగా వడ్డీ జోడించే విధానంలో అగును. అ ధనరాశిని, వడ్డీని కనుగొనుము.
7. 4% వడ్డీ రేటు చొప్పున కొంత సొమ్ముపై 2స॥లలో లభించు చక్రవడ్డీ, బారువడ్డీల తేడా రూ. 14 అయిన ఆసొమ్ము ఎంత?
8. ఒకడు 3 సం॥ల క్రితం రూ॥ 8000 లు 5% చక్రవడ్డీ చొప్పున అప్పు తెచ్చి మొదటి సంవత్సరమున రూ॥ 1600 తీర్చాడు. ఇప్పుడతని బాకీ ఎంత?

9. ఒక పంట యొక్క దిగుబడి ఎవురుల వాడకం వలన మొదటి సం॥లో 10% రెండవ సం॥లో 5%, మూడవ సంవత్సరంలో 4% పెరుగును. ఒక పంట దిగుబడి 2000 సం॥లో హెక్టారుకు 3.5 టన్నులయినచో 2003 సం॥లో పంట దిగుబడి ఎంత యుండును.

10. సీతమ్మ 9,600 రూ॥లు అప్పు తెచ్చుకొని 2 సం॥ల చివర రూ॥ 12,150 లు చెల్లించి బాకీ పూర్తి చేయగా చక్రవడ్డీ రేటు ఎంత?

జవాబులు **5 మార్కుల ప్రశ్నలు**

1. $P = 10,000$ రూ. $R = 10\%$, $n = 1\frac{1}{2}$ అని వ్రాసినందుకు

ఒక సం॥రం తర్వాత మొత్తం $A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^1$

$= 10,000\left[1+\frac{10}{100}\right]$

$= 10,000\left[\frac{110}{100}\right]$

$= 11,000$ రూ.

తర్వాత 6 నెలలకు A అసలు అగును. వడ్డీ రేటు $= \frac{R}{2} = 5\%$

కావున 11/2 సం॥ తర్వాత ఏర్పడే మొత్తం

$A' = A\left(1+\frac{5}{100}\right)$

$= 11,000\left(1+\frac{5}{100}\right)$

$= 11,000\times\frac{105}{100}$

$= 11,550$ రూ॥

$\therefore$ చక్రవడ్డీ $A'-P = 11,550 - 10,000 = 1,550$ రూ॥లు

2. $P = 10,000$ రూ. $R = \frac{8}{2} = 4\%$ అర్ధవార్షిక వ్యవధికి మరియు $n = 4$ అర్ధ వార్షిక వ్యవధులు

$$\therefore \quad A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^4$$

$$= 10,000\left[1+\frac{4}{100}\right]^4$$

$$= 10,000\left[\frac{104}{100}\times\frac{104}{100}\times\frac{104}{100}\times\frac{104}{100}\right]$$

$$= 11,698 \text{ రూ.}$$

చక్రవడ్డీ = మొత్తము – అసలు $= A - P$

$$= 11,698\text{–}58 - 10,000$$

$$= 1698\text{–}58 \text{ రూ॥}$$

3. $P = 8,000$ రూ.

$A =$ రు. 9,261

$n = 3$

వడ్డీ రేటు = $R\%$ అనుకొందుము.

$$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

$$9261 = 8000\left(1+\frac{R}{100}\right)^3$$

$$(1+R)^3 = \frac{9261}{8000}$$

$$(1+R)^3 = \left(\frac{21}{20}\right)^3$$

$$(1+R) = \frac{21}{20}$$

$$R = \frac{21}{20} - 1$$

$$R = \frac{1}{20} = \frac{5}{100}$$

$$R = 5\%$$

4. $P = 4,000$ రూ.

$A = 4,000 + 630.50 = 4,630.50$

మరియు $n = 3$ త్రైమాసిక వ్యవధులు

వడ్డీరేటు $= R\%$,

ఇప్పుడు $$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

$$4630.50 = 4000\left(1+\frac{R}{100}\right)^3$$

$$(1+R)^3 = \frac{4630.50}{4000} = \frac{9261}{8000} = \left(\frac{21}{20}\right)^3$$

$$1+R = \frac{21}{20}$$

$$R = \frac{21}{20} - 1 = \frac{1}{20} = \frac{5}{20}$$

$R = 5\%$ త్రైమాసికం వ్యవధికి

వడ్డీ రేటు = 20% వార్షికంగా

5. అసలు $P = 8,000$ రూ.

కాలం $n = 3$ సం॥లు

రేటు $R = 5\%$ (వార్షిక వడ్డీ)

చక్రవడ్డీ ప్రకారం మొత్తం $$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

$$= 8,000\left[1+\frac{5}{100}\right]^3$$

$$= 8,000\left[\frac{105}{100}\times\frac{105}{100}\times\frac{105}{100}\right]$$

$$= 8,000\left[\frac{105\times105\times105}{100\times10}\right]$$

$A = 21 \times 21 \times 21$

$A = 441 \times 21$

$= 9261$ రూ.

చక్రవడ్డీ C.I = మొత్తం(A) – అసలు (P)

$= 9261 - 8,000$

$= 1261$ రూ.

6. ఒక సం।।రంనకు వడ్డీ = రూ।। [18,522-17,640]

= రూ।। 882

రెండవ సం।।రంనకు అసలు = రూ।। 17,640

R వడ్డీరేటు శాతము అయిన $I = \frac{PRT}{100}$

$$882 = \frac{17640 \times 1 \times R}{100} = \frac{882 \times 100}{17640 \times 1} = R$$

$$R = 5\%$$

రెండు సంవత్సరాల తర్వాత మొత్తం క్రింది విధంగా లభిస్తుంది.

$$17640 = P\left(1 + \frac{5}{100}\right)^2$$

$$17640 = P\left(\frac{105}{100} \times \frac{105}{100}\right)$$

$$P = \frac{17640 \times 100 \times 100}{105 \times 105}$$

$$= 16,000 \text{ రూ।।}$$

7. సొమ్ము = 100 రూ।। అనుకొందుము. R = 4%, n = 2 సం।।

2 సం।। అగు బారువడ్డీ = $\frac{100 \times 4 \times 2}{100}$ = 8 రూ.

చక్రవడ్డీ ప్రకారం 2సం।।లకు అగు మొత్తం = $100\left(1 + \frac{4}{100}\right)^2$

$$= 100\left[\frac{104}{100} \times \frac{104}{100}\right]$$

$$= 108.16 \text{ రూ.}$$

2 సం।। లకు చక్రవడ్డీ = మొత్తం – అసలు

= 108.16 – 100 = 8.16 రూ.

2 సం।।లకు చక్రవడ్డీ – బారు వడ్డీల తేడా = 8.16 రూ।। – రూ. 8 = 0.16

వడ్డీల తేడా 0.16, అసలు 100 రూ.లు అయిన

4 రూ।। అసలు ఎంత?

$$\text{అసలు} = \frac{100 \times 4}{0.16} = \frac{100 \times 4}{16/100} = \frac{100 \times 4 \times 100}{16}$$

$$= 2,500 \text{ రూ।।}$$

8. అప్పు తెచ్చిన సొమ్ము P = 8,000 రూ.

n = 1 సం॥

R = 5%

మొదటి సం॥ చివరకు అగుమొత్తం $= 8000\left(1+\frac{5}{100}\right)$

$= 8000\left(\frac{105}{100}\right)$

= 8,400 రూ.

మొదటి సం॥ చివర చెల్లించినది = 1,600 రూ.

అతను ఇంకను చెల్లించవలసినది = రూ. 8,400 – రూ. 1,600 = రూ. 6,800

దీనిని అసలుగా భావించగా

P = రూ. 6,800 n = 2 సార్లు R = 5%

మూడు సం॥ తర్వాత ఇంకను చెల్లించకపోవలసిన బాకీ $= 6,800\left(1+\frac{5}{100}\right)^2$

$= 6,800\left(\frac{105\times105}{100\times100}\right) = 17\times21\times21$

= 7,497 రూ॥

9. $V_t = V_0\left(1+\frac{V_1}{100}\right)^n$

మొదటి సం॥ దిగుబడి రేటు = 10%

రెండవ సం॥ దిగుబడి రేటు = 5%

మూడవ సం॥ దిగుబడి రేటు = 4%

V_0 = 2000 సం॥లో హెక్టారుకు దిగుబడి = 3.5 టన్నులు

V_t = 2003 సం॥లో హెక్టారుకు దిగుబడి = ?

$V_t = 3.5\left(1+\frac{10}{100}\right)\left(1+\frac{5}{100}\right)\left(1+\frac{4}{100}\right)$ టన్నులు

$V_t = 3.5\left[\frac{11}{10}\times\frac{21}{20}\times\frac{26}{25}\right]$ టన్నులు

V_t = 4.2042 టన్నులు

అందువల్ల 2003 సం॥లో దిగుబడి 4.2042 టన్నులు / హెక్టరు

10. $A = P\left[1+\frac{R}{100}\right]^n$

P అసలు = 9,600 రూ॥లు కాలము (n) = 2సం॥ = 12 సం॥

R రేటు = ?

$$9600\left(1+\frac{R}{100}\right)^2 = 12,150$$

$$\left(1+\frac{R}{100}\right)^2 = \frac{12,150}{9600} = \frac{1215}{960} = \frac{81}{64} = \left[\frac{9}{8}\right]^2$$

$$\left(1+\frac{R}{100}\right) = \frac{9}{8}$$

$$\frac{R}{100} = \frac{9}{8} - 1 = \frac{1}{8}$$

$$R = \frac{100}{8} = \frac{50}{4} = 12\frac{1}{2}\%$$

ఖాళీలను పూరించండి.

1. $16\frac{2}{3}\%$ వడ్డీ వంతున అసలుకు మొత్తం రెట్టింపు అవుటకు ..... కాలము పడుతుంది.
2. 1,000 రూ॥లపై 2 సం॥లకు 10% రేటు చొ॥న చక్రవడ్డీ .....
3. సాధారణ వడ్డీ S.I = ...
4. ఏ సమయ వ్యవధి తరువాత వడ్డీని మరుసటి సమయవ్యవధిలో అసలుకు జోడించుటకు జరుగుతుందో దానిని ..... అందురు.
5. చక్రవడ్డీ సూత్రము .....
6. మొదటి సంవత్సరానికి సాధారణ వడ్డీ మరియు చక్రవడ్డీల మధ్య తేడా .....
7. విలువ యొక్క పెరుగుదల విషయంలో V_n = ...
8. విలువ యొక్క తరుగుదల విషయంలో V_n = ...
9. అసలు, వడ్డీ కలిపిన సొమ్మును ..... అంటారు.
10. వడ్డీగా సంవత్సరానికి నూటికి ఎంత నిర్ణయించుకుంటారో దానిని ..... అందురు.
11. అప్పుగా తీసుకున్న రాశిని ..... అందురు.
12. P = రు.1000, R = 5%, n = 2 సం॥ అయితే సాధారణ వడ్డీ S.I = రూ .....
13. $I = \frac{PTR}{100}$ అను సూత్రము నుండి P = ...
14. బారువడ్డీ ప్రకారము మొత్తము కనుగొను సూత్రం A = ...
15. P = రూ. 5000, R = 3 సం॥, n = 5% అయిన I = ...
16. నెలకు నూటికి రూ. 2.50 వడ్డీ అయిన వడ్డీ రేటు = ...

బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు

1. $I = \frac{PRT}{100}$ అయిన R = ( )

(A) $\frac{100\,I}{PT}$ (B) $\frac{100\,P}{IT}$ (C) $\frac{100\,T}{PI}$ (D) $\frac{100}{PIT}$

2. నెలకు నూటికి రూ. 2-50 వడ్డీ అయిన వడ్డీ రేటు ( )

(A) $2^1/_2\%$ (B) 24% (C) 30% (D) 10%

3. 2,500 రూ॥లు 6% చక్రవడ్డీ రేటు చొప్పున 2 సం॥లకు అగు మొత్తం ( )

(A) 2,809 రూ॥లు (B) 2,600 రూ॥లు (C) 2,650 రూ॥లు (D) 2,742 రూ॥లు

4. 2,000 రూ॥లు 10% రేటు చొ॥న 2 సం॥లకు అగు చక్రవడ్డీ ( )

(A) 680 రూ॥లు (B) 420 రూ॥లు (C) 2,420 రూ॥లు (D) 720 రూ॥లు

5. $A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$ నందు n తెలియచేయునది. ( )

(A) రేటు (B) అసలు (C) మొత్తం (D) కాలము

6. మొదటి మార్పిడి వ్యవధిలో తప్ప చక్రవడ్డీ సాధారణ వడ్డీ కంటే ( )

(A) తక్కువ (B) ఎక్కువ (C) సమానము (D) ఏమీ ఉండదు.

7. అసలు = రూ. 10,000, మొత్తం = 25,000 రూ॥ అయిన వడ్డీ = ( )

(A) 15,000 రూ॥లు (B) 35,000 రూ॥లు (C) 25,000 రూ॥లు (D) 10,000 రూ॥లు

8. అప్పు తెచ్చిన సొమ్మును ఏమందురు ( )

(A) కాలము (B) అసలు (C) రేటు (D) వడ్డీ

9. వడ్డీగా నూటికి ఎంత నిర్ణయించుకుంటారో దానిని ఏమంటారు. ( )

(A) అసలు (B) కాలము (C) వడ్డీ (D) వడ్డీరేటు

10. మొత్తం - వడ్డీ ( )

(A) కాలము (B) రేటు (C) అసలు (D) వడ్డీ

జతపరుచుట

A		B
1. వడ్డీ = 200 రూ॥ల అసలు = రూ. 1,000 వడ్డీరేటు = 10% అయిన కాలము	( )	A) 2 సం॥
2. వడ్డీ = 400 రూ॥లు అసలు = 4,000 రూ॥లు కాలము = 2 సం॥లు అయిన వడ్డీరేటు	( )	B) 5%
3. వడ్డీ = 500 రూ॥లు కాలము = 5 సం॥ రేటు = 5% అయిన అసలు	( )	C) రు. 2000
4. చక్రవడ్డీ సూత్రం	( )	D) $P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n - P$
5. సాధారణ వడ్డీకి సూత్రం	( )	E) $\frac{PRT}{100}$
6. $I + P =$	( )	F) మొత్తం (A)
7. $A - P =$	( )	G) వడ్డీ
8. చక్రవడ్డీ, బారువడ్డీల మధ్యతేడా	( )	H) $P\left[\left(1+\frac{R}{100}\right)^n - 1 - \frac{RT}{100}\right]$
9. బారువడ్డీ ప్రకారం మొత్తం	( )	I) $P\left(1+\frac{TR}{100}\right) \Big/ P+I$
10. $A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$ నందు n =	( )	J) వడ్డీ కట్టు పర్యాయాల సంఖ్య
11. గ్రామజనాభా ప్రతి సం॥రం 10% క్షీణించిన 2 సం॥రాల తరువాత జనాభా	( )	K) $P\left[1-\frac{10}{100}\right]^2$
12. రూ. 1,000 లపై 31/2 సం॥లకు R = 6% చొప్పున వడ్డీ =	( )	L) 210 రూ॥లు
13. ఎంత అసలుపై 5% వడ్డీ రేటు ప్రకారం 2 సం॥లలో వడ్డీ 50 రూ॥లు అగును	( )	M) 500 రూ॥లు

జవాబులు

ఖాళీలు పూరించటం

1. 6 సం॥రాలు
2. 210 రూ॥లు
3. $\frac{PRT}{100}$
4. మార్పిడి వ్యవధి
5. $P\left[\left(1+\frac{R}{100}\right)^n-1\right]$
6. ఉండదు
7. $V_0\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$
8. $V_0\left(1-\frac{R}{100}\right)^n$
9. మొత్తం
10. రేటు
11. అసలు
12. 100 రూ॥లు
13. $\frac{100I}{RT}$
14. $P\left(1+\frac{TR}{100}\right)$
15. 750-00 రూ॥లు
16. 30%

బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు

1. A
2. C
3. A
4. B
5. D
6. B
7. A
8. B
9. D
10. C

3 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. వినియోగదార్ల సౌకర్యం కొరకు బ్యాంకులు నిర్వహించే ఖాతాలు కొన్నింటిని వ్రాయుము.

2. రాముడు స్టేట్ బ్యాంకు ఆఫ్ ఇండియాలో ఒక సేవింగ్స్ ఖాతాను మార్చి 5, 2003 న 5,000 రూ।।లు జమకట్టి ప్రారంభించెను. అతడు 10 వ తారీఖు మార్చి 2003 న రూ 1500 జమ చేసేను. తర్వాత 29 మార్చి 2003 న 3,000 రూ।।లు వాపసు తీసుకొనెను. మార్చి 2003 నెలకుగాను అతడు వడ్డీ సంపాదించునట్టి అసలు ఎంత?

3. అనీషా యొక్క పాస్‌బుక్ నందలి వివరాలు ఈ క్రింది విధంగా ఉన్నాయి.

తేది	వివరాలు	వాపసు తీసుకున్న మొత్తం	జమచేసిన మొత్తం	నిలువ
2002				
జనవరి 8	క్యాష్ ద్వారా		20,000–00	20,000–00
ఫిబ్రవరి 11	క్యాష్ ద్వారా		10,000–00	30,000–00
ఏప్రిల్ 27	చెక్కు ద్వారా	18,000–00		12,000–00

జనవరి నుండి జూన్ వరకు అనీషా వడ్డీ పొందునట్టి రాశి ఎంత?

4. అంజు ఒక బ్యాంకులో 3,650 రూ।।లను ఫిక్స్‌డ్ డిపాజిట్ పథకంలో 90 రోజులకు జమ చేసేను. బ్యాంకు వార్షిక వడ్డీ 6% ఇచ్చినచో 90 రోజుల తర్వాత ఆమెకు ఇవ్వబడు రాశిని కనుగొనుము.

5. లక్ష్మీ ఒక ఫిక్స్‌డ్ డిపాజిట్‌గా $1\frac{1}{2}$ సం।। కొరకు 30,000 రూ।। ఒక బ్యాంకులో వేసెను. వడ్డీ యొక్క వార్షిక రేటు 8% అయితే ఆమె జమ చేసిన రాశి యొక్క పరిపక్వవిలువ ఎంత?

జవాబులు 3 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. 1. సేవింగ్స్ బ్యాంక్ అక్కౌంటు

   2. కరెంట్ అక్కౌంట్

   3. ఫిక్స్‌డ్ డిపాజిట్ అక్కౌంటు

   4. రికరింగ్ డిపాజిట్ అక్కౌంటు

2. 5వ తేదీ మార్చి 2003న మిగులు = 5,000 రూ।।లు

   10వ తేదీన మార్చి 2003న మిగులు = 6,500 రూ।।లు

   29 వ తేదీ మార్చి 2003న మిగులు = 3,500 రూ।।లు

   మార్చి 10వ తేదీ నుండి 31 వ తేదీ మార్చి 2003 మధ్యకనిష్ఠమైన మిగులు = 3,500 రూ।।లు అని వ్రాసినందుకు

   అందుచేత మార్చి 2003కు వడ్డీ సంపాదించునట్టి అసలు = 3,500

3. 10 వ తారీఖు నుండి నెలాఖరు వరకు గల కనిష్ఠ రాశి వడ్డీ పొందుటకు అర్హమగును

జనవరికి అసలు = రూ 20,000

ఫిబ్రవరికి అసలు = రూ. 20,000

జూన్‌కి అసలు = రూ. 12,000

రూ. 52,000

కావున ఒక నెలకు గాను అనీషా వడ్డీ పొందునట్టి అసలు = 52,000 రూ॥లు

4. ఇక్కడ P = 3,650 రూ॥ R = 6% T = $\frac{90}{365}$ సం॥

వడ్డీ = PRT = $\left[\frac{3,650\times6\times90}{365\times100}\right]$ = 54 రూ॥లు

అంజు ఇవ్వబడు రాశి = రూ. 3,650 + రూ. 54

= రూ. 3,704

5. P = 30,000 రూ॥లు R = 8% T = $1\frac{1}{2}$ సం॥

$$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

ఒక సంవత్సరం తర్వాత మొత్తం = $30,000\left(1+\frac{8}{100}\right)$

$1\frac{1}{2}$ సం॥ల తర్వాత మొత్తం A = $30,000\left(1+\frac{8}{100}\right)\left(1+\frac{4}{100}\right)$

= $30,000\left(\frac{108}{100}\right)\left(\frac{104}{100}\right)$

= 3 × 108 × 104

= 33,696 రూ॥లు

కనుక పరిపక్వ రాశి = 33,696 రూ॥లు

5 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. రాముడు స్టేట్ బ్యాంకు ఆఫ్ ఇండియాలో ఒక సేవింగ్స్ ఖాతాను మార్చి 5, 2003న 5,000 రూ॥లు జమకట్టి ప్రారంభించెను. అతడు 10వ తారీఖు మార్చి 2003న 1500 రూ॥లు జమ చేసెను. తర్వాత మార్చి 29, 2003న రూ 3000 వాపసు తీసుకొనెను. మార్చి 2003 నెలకుగాను అతడు వడ్డీ సంపాదించునట్టి అసలు ఎంత?

2. సీత యొక్క పాస్ బుక్ యందలి వివరాలు ఈ క్రింది విధంగా ఉన్నవి

తేది	వివరాలు	వాపసు తీసుకున్న మొత్తం	జమచేసిన మొత్తం	నిలువ
2002				
జనవరి6	క్యాష్‌ద్వారా	–	30,000–00	30,000–00
ఫిబ్రవరి 11	,,	–	15,000–00	45,000–00
ఏప్రిల్ 05	చెక్కుద్వారా	–	10,000–00	55,000–00
ఏప్రిల్ 27	చెక్కుద్వారా	20,000–00		35,000–00
మే 3	క్యాష్ ద్వారా		15,000–00	50,000–00
జూన్ 15	చెక్కు ద్వారా	20,000–00		30,000–00

జనవరి నుండి జూన్ 2002 వరకు సీత వడ్డీ పొందునట్టి రాశి ఎంత?

3. లక్ష్మీ యొక్క పాస్‌బుక్‌లో ఈ క్రింది వివరాలు కలవు

తేది	వివరాలు	వాపసు తీసుకున్న మొత్తం	జమచేసిన మొత్తం	నిలువ
2003				
జనవరి 1	ముందు తెచ్చినది	–	–	12,000–00
జనవరి 9	క్యాష్‌కు	7,000–00	–	5,000–00
జనవరి 11	చెక్‌ద్వారా	–	20,000–00	25,000–00
ఫిబ్రవరి 10	చెక్‌కు	10,000–00	–	15,000–00
ఏప్రిల్ 3	క్యాష్ ద్వారా	–	5,000–00	20,000–00
జూన్ 5	చెక్ ద్వారా		10,000–00	30,000–00
జూన్ 25	చెక్కు ద్వారా	–	5,000–00	35,000–00

వడ్డీ రేటు 4% సం॥కు అయితే లక్ష్మీ సేవింగ్ ఖాతాలో జూన్ నెలాఖరుకు పొందిన వడ్డీ ఎంత?

4. కృష్ణ వద్ద ఒక బ్యాంకులో సేవింగ్ బ్యాంకు ఖాతాయున్నది. అతని పాస్‌బుక్ యందు ఈ క్రింది వివరాలు ఉన్నాయి.

తేది	వివరాలు	వాపసు తీసుకున్న మొత్తం	జమచేసిన మొత్తం	నిలువ
2003				
జూలై 11	క్యాష్‌ద్వారా	–	10,000–00	10,000–00
ఆగష్టు 12	చెక్‌ద్వారా	–	6,000–00	16,000–00
సెప్టెంబర్ 5	చెక్‌ద్వారా	–	20,000–00	36,000–00
సెప్టెంబర్ 21	చెక్కుద్వారా	10,000–00	–	26,000–00
నవంబర్ 9	చెక్కుద్వారా		10,000–00	36,000–00
డిసెంబర్ 10	చెక్ ద్వారా	–	20,000–00	56,000–00
డిసెంబర్ 29	క్యాష్ ద్వారా	16,000–00		40,000–00

3వ తేదీ జనవరి 2004 న ఖాతా సమాప్తి చేయబడినది. వడ్డీ రేటు 4% సం॥కు అయినచో కృష్ణకు ఎంత మొత్తం వచ్చును.

5. రాజు యొక్క సేవింగ్స్ బ్యాంక్ ఖాతాయందలి తేదీలు, అందలి మిగులు రాశులు క్రింద వివరించబడినవి.

	తేదీలు	మిగుళ్ళు
2002	అక్టోబరు 5	2,000–00 రూ॥లు
	అక్టోబరు 25	4,000–00 రూ॥లు
	డిశెంబరు 8	10,000–00 రూ॥లు
2003	జనవరి 11	16,000–00 రూ॥లు
	ఫిబ్రవరి 5	10,000–00 రూ॥లు
	ఫిబ్రవరి 9	20,000–00 రూ॥లు
	ఫిబ్రవరి 11	30,000–00 రూ॥లు
	మార్చి 15	40,000–00 రూ॥లు
	మార్చి 29	50,000–00 రూ॥లు

వడ్డీ రేటు వార్షికంగా 4% అయినచో మార్చి 2003 వరకు పొందబడిన వడ్డీని కనుగొనుము.

జవాబులు **5 మార్కుల ప్రశ్నలు**

1.

తేదీ	వాపసు తీసుకున్న మొత్తం	జమచేసిన మొత్తం	నిలువ
మార్చి 5, 2003	–	5,000 రూ॥లు	5,000 రూ॥లు
మార్చి 10, 2003	–	1,500 రూ॥లు	6,500 రూ॥లు
మార్చి 29, 2003	3,000 రూ॥లు	–	3,500 రూ॥లు

మార్చి 10, 2003 నుండి 31 మార్చి 2003 మధ్య కనిష్ఠమైన మిగులు = 3,500 రూ॥లు

అందుచేత మార్చి 2003కు వడ్డీ సంపాదించునట్టి అసలు = 3,500 రూ॥లు

2. ఒక నెలలో 10వ తారీఖు నుండి నెలాఖరు వరకు గల కనిష్ఠ రాశి వడ్డీ పొందుటకు అర్హమగును.

జనవరి కి	అసలు	రూ. 30,000–00
ఫిబ్రవరికి	,,	రూ. 30,000–00
మార్చి కి	,,	రూ. 45,000–00
ఏప్రిల్‌కి	,,	రూ. 35,000–00
మేకి	,,	రూ. 50,000–00
జూన్‌కి	,,	రూ. 30,000–00
	మొత్తం	రూ. 2,20,000–00

కావున ఒక నెలకు సీత వడ్డీ పొందునట్టి అసలు = 2,20,000 రూ॥లు

3. వడ్డీకి అర్హత పొందిన సొమ్ము ఈ క్రింది విధంగా ఉండును.

నెల	రాశి
జనవరి	5,000 రూ॥లు
ఫిబ్రవరి	15,000 రూ॥లు
మార్చి	15,000 రూ॥లు
ఏప్రిల్	20,000 రూ॥లు
మే	20,000 రూ॥లు
జూన్	30,000 రూ॥లు
మొత్తం	1,05,000 రూ॥లు

ఇక్కడ P = 1,05,000 రూ॥లు R = 4% మరియు T = 1/12 సం॥

$$\text{వడ్డీ} = \frac{PRT}{100} = \frac{1,05,000 \times 4 \times 1}{12 \times 100}$$

$$= \frac{1050}{3} = 350 \text{ రూ॥లు}$$

4. వడ్డీకి అర్హత పొందు మొత్తము యొక్క వివరాలు

నెల	రాశి
జూలై	- - -
ఆగష్టు	10,000 రూ॥లు
సెప్టెంబరు	26,000 రూ॥లు
అక్టోబర్	26,000 రూ॥లు
నవంబర్	36,000 రూ॥లు
డిశెంబర్	40,000 రూ॥లు
మొత్తం	1,38,000 రూ॥లు

ఇక్కడ P = 1,38,000 రూ॥లు R = 4% మరియు T = 1/12 సం॥

$$\text{వడ్డీ} = \frac{PRT}{100} = \frac{1,38,000 \times 4 \times 1}{12 \times 100} = \frac{1380}{3}$$

= 460 రూ॥లు

మొత్తము = అసలు + వడ్డీ

= 40,000 + 460 = 40,460 రూ॥లు

5. వడ్డీకి అర్హత పొందిన సొమ్ము ఈ క్రింది విధంగా ఉండును.

నెల	రాశి
అక్టోబర్ 2002	2,000-00
నవంబర్ 2002	4,000-00
డిశంబర్ 2002	10,000-00
జనవరి 2003	10,000-00
ఫిబ్రవరి 2003	10,000-00
మార్చి 2003	30,000-00
మొత్తం	76,000-00

ఇక్కడ P = 76,000 రూ॥లు వడ్డీ R = 4% మరియు T = 1/12 సం॥లు

$$\text{వడ్డీ} = \frac{PRT}{100} = \frac{76,000 \times 4 \times 1}{12 \times 100} = \frac{760}{3}$$

= 286.6 రూ॥లు

రాజు పొందిన వడ్డీ = 286-6 రూ॥లు

ఖాళీలను పూరించండి.

1. ఖాతాయందు డబ్బు జమచేయుట తీసుకొనుటను విశదపరచు పుస్తకం .....
2. ఖాతాదారుడు తన ఖాతాలో నిలువ ఉంచిన ధనానికి ..... ను బ్యాంకు ఇస్తుంది.
3. సేవింగ్స్‌బ్యాంకు ఖాతాయందు ప్రతి ..... నెలలకొకసారి వడ్డీని ఖాతాలో జమ చేస్తారు.
4. నెలకు ఒకసారి వడ్డీని లెక్కకట్టుటకు సూత్రము .....
5. ఒక నెలలో ..... వ తేదీ తర్వాత ఖాతా తెరిస్తే దానిమీద ఆ నెలకు వడ్డీ దొరకదు.
6. జమచేసిన మొత్తాలకంటే ఎక్కువ మొత్తమును తీసుకొనుటను ..... అందురు.
7. నిర్ణీత అవధి ముగిసిన పిదప చెల్లించబడే రాశిని ..... విలువ అందురు.
8. ఖాతను మూసివేసే నెలకు ..... రాదు.
9. ఒక సేవింగ్స్ బ్యాంకు ఖాతాయందు సాధారణంగా మూడు నెలల్లో ..... కన్నా ఎక్కువ సార్లు డబ్బును వాపసు తీసుకోనివ్వరు.

బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు

1. సేవింగ్స్ బ్యాంకు అక్కౌంటులో జమ చేసిన నగదుకు బ్యాంకు ఏమి చెల్లిస్తుంది. ( )

   (A) వడ్డీ (B) అసలు (C) ఏమిచెల్లించదు (D) రుణం

2. వినియోగదారుల కొరకు సర్వసమయాలలో ధనంను అందించే సౌకర్యం ఈ క్రింది వానిలో ఏది? ( )

   (A) పాస్‌బుక్ (B) బాండ్లు (C) ATM (D) చెక్కు

3. ఒక బ్యాంకు నుండి మూడు నెలల్లో ఎన్నిసార్లు గరిష్ఠంగా డబ్బును వాపసు తీసుకొనవచ్చును? ( )

   (A) 20 సార్లు (B) 25 సార్లు (C) 10 సార్లు (D) 12 సార్లు

4. అసలుపై ఒక సం।।రంనకు వడ్డీని ఈ క్రిందివిధంగా లెక్కిస్తారు. ( )

   (A) వడ్డీ = $\frac{PTR}{100}$ (B) వడ్డీ = $\frac{PTR}{100\times12}$ (C) వడ్డీ = $\frac{100}{PTR}$ (D) వడ్డీ = $\frac{100\times12}{PTR}$

5. ఈ క్రింది ఖాతాకు బ్యాంకు వడ్డీ చెల్లించదు ( )

(A) నిశ్చితజమ (B) సేవింగ్స్ (C) టర్మ్ (D) కరెంట్ అక్కౌంటు

6. సేవింగ్స్ బ్యాంకు ఖాతా తెరువగానే, ఖాతాదారునికి ముందుగా ఇచ్చేది ( )

(A) పాస్‌బుక్ (B) చెక్కుబుక్ (C) ATM CARD (D) క్రెడిట్ కార్డు

7. ఖాతాదారుడు ఒక నెలలో 10వ తేదీ తర్వాత 1200 రూ॥ జమచేస్తే వడ్డీరేటు 4% ప్రకారం చెల్లించుటకు వడ్డీ ( )

(A) రూ. 40 (B) రూ. 4 (C) వడ్డీ ఏమి ఉండదు (D) రూ. 20

8. జనవరి 1 వ తేదీన 20,000 రూ॥లు, ఫిబ్రవరి 1వ తేదీన 25,000 రూ॥లు ఖాతాలో జమచేస్తే, ఒక నెలకుగాను పొందునట్టి అసలు ( )

(A) 20,000 రూ॥లు (B) 25,000 రూ॥లు (C) 45,000 రూ॥లు (D) 5,000 రూ॥లు

జతపరుచుట

A		B
1. P = 120 రూ॥ R = 2% అయిన ఒక నెల వడ్డీ	( )	A) 20 పైసలు
2. వయస్సులో పెద్దవారైన పౌరులకు వారు జమ చేసిన మొత్తాలపై ఎంత వడ్డీని అధికంగా చెల్లిస్తారు.	( )	B) 0.5%
3. ప్రస్తుత వడ్డీ రేటు వార్షికంగా 4% దీనిని ఏ వార్షికంగా జోడిస్తారు.	( )	C) అర్ధ
4. జనవరి 1, 2009న బ్యాంకులో ఉన్న నగదు 75,000 రూ॥లు జనవరి 15, 2009న వాపసు తీసుకున్న నగదు 50,000 రూ॥లు అయితే నిలవ ..... రూ॥లు	( )	D) 25,000 రూ॥లు
5. ఒక నెలలో ఏ తారీఖు నుంచి నెలాఖరు వరకు మధ్యగల కనిష్ఠ మిగులు రాశిపై ఆ నెలకు బ్యాంకు వడ్డీ ఇస్తుంది.	( )	E) 10వ
6. బ్యాంకు సంవత్సరానికి ఎన్ని సార్లు వడ్డీని లెక్క కడుతుంది.	( )	F) 2 సార్లు

జవాబులు

ఖాళీలు

1. పాస్‌బుక్
2. వడ్డీ
3. 6
4. $P \times R \times \frac{1}{12}$
5. 10
6. ఓవర్ డ్రాఫ్ట్
7. పరిపక్వ
8. వడ్డీ
9. 25

జవాబులు

1. A	2. C	3. B	4. A
5. D	6. A	7. C	8. C

3

యూనిట్

రేఖాగణితము

లక్ష్యాలు :

విద్యార్థి రేఖాగణితము అభ్యసించిన తర్వాత

* బిందువు, సరళరేఖ, కోణము, సమాంతరరేఖలు, తిర్యగ్రేఖలు మరియు వానిచే ఏర్పడు కోణద్వయములు మొదలగు అంశాలు తెలుసుకోగల్గుతాడు.
* ఒక త్రిభుజము నందలి కోణముల మొత్తం 180^0 అని నిరూపించగల్గుతాడు.
* రెండు త్రిభుజముల యొక్క సర్వసమానత్వమునకు అవసరమైన నిబంధనలను ప్రతిపాదించును.
* త్రిభుజము నందలి సమాన కోణాల కెదురుగా గల భుజములు సమానమని నిరూపించగల్గును.
* త్రిభుజములోని అసమానతలను ప్రస్తావించి సత్యాపనము చేయును.
* ఒక త్రిభుజంలోని మధ్యగత రేఖలు, కోణసమద్విఖండన రేఖలు, శీర్షాగత లంబములు మిళితములని స్పష్టము చేయును.
* వివిధ రకాల చతుర్భుజాలను అనగా ట్రపీజియమ్ సమాంతర చతుర్భుజము, దీర్ఘచతురస్రము మరియు చతురస్రములను వర్ణించగల్గును.
* ఒక తిభుజంలో రెండు భుజాల మధ్య బిందువులను జోడించు రేఖాఖండము మూడవ భుజానికి సమాంతరంగాను, పరిమాణంలో సగం ఉండునని ఋజువు చేయును.
* సరూపములైన ఆకృతులను గుర్తించగల్గును.
* సర్వసమానములైన ఆకృతులకు సరూపములైన ఆకృతులకు మధ్యగల భేదము నెరుగును.
* త్రిభుజాల సరూపతాసూక్తులను అన్వయించును.

* పైథాగరస్ సిద్ధాంతమును రుజువు చేయును.

* వృత్తమును నిర్వచించి వృత్తమునకు సంబంధించిన వివిధ పదములకు ఉదాహరణలిచ్చును.

* సెక్టరు, వృత్తఖండము మొ. వానిని గుర్తించి వ్యక్తపరుచగల్గును.

* ఒక వృత్త ఖండములోని కోణములన్ని సమానమని నిరూపించగల్గును.

* చక్రీయ చతుర్భుజమును నిర్వచించి, చక్రీయ చతుర్భుజంలోని అభిముఖ కోణాల మొత్తం 180^0 అని నిరూపించగల్గును.

* ఇవ్వబడిన వ్యాసార్ధముతో వృత్తములను గీయగల్గుట, దత్త సరళరేఖలకు సమాంతరంగా, లంబముగా రేఖలను గీయగలిగే పటనైపుణ్యాలను పెంపొందించుకొనును.

* దత్తాంశమునకనుసారము త్రిభుజమును నిర్మించగల్గును.

* సమాంతర చతుర్భుజము, దీర్ఘచతురస్రము, చతురస్రము, రాంబస్ మరియు సమ లంబ చతుర్భుజము మొదలగు వాటిని నిర్మించుటలో నైపుణ్యమును పెంపొందించు కొనును.

* దత్త నిరూపకాలు ఇచ్చినపుడు రెండు వేర్వేరు బిందువుల మధ్యగల దూరాన్ని కనుగొనగల్గును.

* రెండు బిందువులను కలిపే రేఖాఖండము యొక్క మధ్యబిందువును కనుగొనగల్గును.

ముఖ్యాంశాలు :

* ఒక సరళరేఖా మూడు గాని అంతకన్న ఎక్కువ బిందువుల ద్వారా పోయినచో ఆ బిందువులను సరేఖీయాలు అంటారు.

* రెండు కోణముల మొత్తము 90^0 అయినచో వానినిపూరక కోణములు అంటారు.

* రెండు కోణముల మొత్తం 180^0 అయనచో వానిని సంపూరక కోణములు అంటారు.

* ఒక సరళరేఖ మీద ఒక కిరణము స్థితమైనప్పుడు ఏర్పడునట్టి శీర్షాభిముఖ కోణములు సమానములు.

* ఒక త్రిభుజము యొక్క బాహ్యకోణము అంతర్గత అభిముఖ కోణాల మొత్తానికి సమానము.

* రెండు త్రిభుజాల సర్వసమానత్వం గురించి తెలుసుకొనుటకు కేవలం మూడు అనురూప భాగాల సమానత్వం గురించి తెలిసిన చాలు. ఈ అనురూప భాగాలు క్రింది వానిలో ఒక నిబంధన కనుసారంగా ఉండాలి.
  (i) SAS (ii) ASA or AAS (iii) SSS (iv) RHS

* ఒక త్రిభుజంలోని ఏ రెండు భుజాల మొత్తం మూడవ భుజాని కంటే ఎక్కువ.

* ఒక త్రిభుజం యొక్క ఒక భుజాన్ని లంబకోణం చేస్తూ రెండు సమభాగాలుగా ఖండించే రేఖను త్రిభుజం యొక్క లంబసమద్విఖండన రేఖ అంటారు.

* ఒక త్రిభుజంలోని ఒక శీర్షాన్ని ఎదుటి భుజం యొక్క మధ్యబిందువుతో జోడించే రేఖను మధ్యగత రేఖ అంటారు.

* ఒక త్రిభుజంలో కోణ సమద్విఖండన రేఖల మిళితబిందువును అంతర్గత కేంద్రం అంటారు.

* భుజాల లంబసమద్విఖండన రేఖల మిళిబిందువును బహిర్గత కేంద్రము అంటారు.

* శీర్షగత లంబముల మిళిత బిందువును లంబకేంద్రం అంటారు.

* మధ్యగత రేఖల మిళిత బిందువును గురుత్వ కేంద్రం అంటారు. అది మధ్యగత రేఖలను 2:1 నిష్పత్తిలో విభజించును.

* సమ చతుర్భుజంలోని కర్ణములు పరస్పరము లంబ సమద్విఖండనము చేయును.

* ఒకే భూమిపై గాని సమాన భూములపై గాని స్థితమై ఒకే సమాంతర రేఖల మధ్య నుండు సమాంతర చతుర్భుజాల వైశాల్యములు సమానము.

* ఒక వృత్తము లోని సమాన జ్యాలు కేంద్రము వద్ద సమాన కోణములు చేయును. సమాన కోణములను కేంద్రబిందువు వద్ద చేయు జ్యాలు సమానము కేంద్రము నుంచి జ్యా యొక్క మధ్యబిందువును కలుపు రేఖ జ్యా కు లంబముగా నుండును.

* వృత్తము యొక్క సమానమైన జ్యాలు కేంద్రము నుండి సమాన దూరములో నుండు జ్యాలు సమానములు.

* ఒకే వృత్తము మీది బిందువులను చక్రీయ బిందువు లంటారు.

* ఒక వృత్తములో ఒక చాపము కేంద్రము వల్ల ఏర్పరిచే కోణము. అది వృత్తము యొక్క మిగిలిన భాగంలో ఏ బిందువు వద్దనైనా ఏర్పరిచే కోణానికి రెట్టింపు.

* అర్ధవృత్తములోని కోణము లంబకోణము.

* ఒకే వృత్తఖండములోని కోణాలు సమానం.

* ఒక చక్రీయ చతుర్భుజంలోని ఒక జత అభిముఖ కోణాలు సంపూరకాలైతే ఆ చతుర్భుజం చక్రీయ చతుర్భుజమగును.

* ఒక వృత్తమునకు ఒక బాహ్య బిందువు నుండి రెండు సమానములైన సర్వరేఖలను గీయవచ్చు.

* ఒకే భూమిపై గాని సమాన భూములపై గాని స్థితమై ఒకే సమాంతర రేఖల మధ్యనుండు త్రిభుజాల వైశాల్యములు సమానము.

* సమాన భూములపై నుండు సమవైశాల్యములు గల త్రిభుజముల ఉన్నతులు సమానం.

* ఒక త్రిభుజంలోని ఒక భుజానికి సమాంతరముగా ఒక సరళరేఖ గీయబడినచో అది మిగిలిన రెండు భుజాలను ఒకే నిష్పత్తిలో ఖండించును.

* ఒక లంబకోణ త్రిభుజంలోని లంబకోణ శీర్ష బిందువు నుండి కర్ణముపై లంబము గీయబడినచో ఏర్పడు రెండు త్రిభుజాలు పరస్పరం మరియు దత్త త్రిభుజముతో సరూపములగును.

* రెండు సరూప త్రిభుజాల వైశాల్యముల నిష్పత్తి ఆ త్రిభుజాలలోని అనురూప భుజాల వృత్తముల నిష్పత్తికి సమానం.

* ఒక లంబకోణ త్రిభుజములో కర్ణముపైని చతురస్రము యొక్క వైశాల్యము మిగిలిన రెండు భుజాల పైని చతురస్రముల వైశాల్యము మొత్తమునకు సమానం.

* ఒక త్రిభుజములో ఒక భుజము మీది చతురస్రము యొక్క వైశాల్యము మిగిలిన రెండు భుజాల మీది చతురస్రాల, వైశాల్యాల మొత్తముతో సమానమయినచో, మొదటి భుజమున కెదురుగా గల కోణము లంబకోణము.

* ఒక వృత్తము యొక్క రెండు జ్యాలు AB మరియు CD లు P బిందువు (వృత్తము యొక్క అలతర్భాగములో గాని బాహ్యముగా గాని) వద్ద ఖండించుకొన్నచో $PA \times PB = PC \times PD$ అగును.

* PAB ఒక వృత్తఖండన రేఖ వృత్తాన్ని A మరియు B లలో ఖండించును. PT వృత్తఖండన రేఖ వృత్తానికి T వద్ద ఒక స్పర్శరేఖ అయినచో $PA \times PB = PT^2$.

* ఒక రేఖ ఒక జ్యాతో చేయు కోణములు ఆ జ్యా వలన ఏర్పడు ఏకాంతర వృత్త ఖండములలోని కోణాలతో క్రమముగా సమానమైనచో, ఆ రేఖ ఆవృత్తమునకు స్పర్శరేఖయగును.

* X- అక్షము మీది ప్రతి బిందువు యొక్క Y- నిరూపకం 0 మరియు Y – అక్షము మీది ప్రతి బిందువు యొక్క X – నిరూపకం 0.

* (x_1, y_1) మరియు (x_2, y_2) రెండు బిందువులను కలుపు రేఖాఖండము యొక్క పొడవు $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

* రెండు బిందువులు (x_1, y_1) మరియు (x_2, y_2) లను కలుపు రేఖా ఖండమును అంతర్గతముగా $m : n$ నిష్పత్తిలో విభజించు బిందువు యొక్క నిరూపకములు $X=\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}\right)$

* రెండు బిందువులు (x_1, y_1) మరియు (x_2, y_2) లను కలుపు రేఖా ఖండము యొక్క మధ్య బిందువు నిరూపకములు $X = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$.

13. రేఖలు, కోణములు

1 మార్కు ప్రశ్నలు

1. పక్క పటములో $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ ల కొలతల మొత్తము ఎంత?

2. $\angle 1$ మరియు $\angle 2$ లు సంపూరకాలు మరియు $\angle 3$ మరియు $\angle 4$ లు సంపూరకాలు. $\angle 1$ మరియు $\angle 3$ ల కొలతలు సమానమైన $\angle 2$ మరియు $\angle 4$ ల కొలతలు సమానమని చూపండి.

3. పక్క పటములో $\angle 1$ యొక్క కొలత 80^0 అయిన $\angle 6$ కొలత ఎంత?

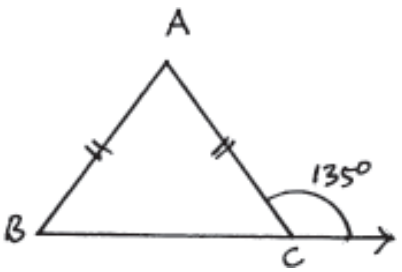
3. మార్కుల ప్రశ్నలు

1. ఒక త్రిభుజంలోని కోణాల కొలతల నిష్పత్తి 2 : 3 : 4 అయిన కోణముల కొలతలను కనుగొనండి?

2. ఒక చతుర్భుజమునందలి నాలుగు కోణాల కొలతల మొత్తము 360^0 అని చూపండి.

3. ఒక త్రిభుజములోని ఒక కోణము కొలత మిగిలిన రెండు కోణాల కొలతల మొత్తమునకు సమానమైన అది లంబ కోణ త్రిభుజమని చూపండి.

4. పక్క పటము ΔABC లో AB = AC బాహ్యకోణము కొలత 135^0 అయిన $\angle A$ యొక్క కొలత ఎంత?



5. పక్క పటము ΔABC లో $\angle B, \angle C$ కోణముల నమద్వి ఖండన రేఖలు ' O' బిందువు వద్ద కలియును. $\angle BOC = 125^0$ అని నిరూపించండి.

5 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. ఒక త్రిభుజంలోని కోణాల కొలతల మొత్తం 180^0 అని నిరూపించండి.
2. ఒక త్రిభుజం యొక్క ఒక భుజాన్ని పొడిగించగా ఏర్పడు బాహ్య కోణం కొలత అంతరాభిముఖ కోణాల కొలతల మొత్తానికి సమానము నిరూపించండి.
3. పక్కపటములో OA అనునది $\angle LOB$, మరియు OC అనునది $\angle MOB$ ల సమద్విఖండన రేఖలు. $\angle AOC = 90^0$ అయినL, O మరియు M బిందువులు రేఖా స్థితములని నిరూపించండి.
4. ఒక పంచ భుజి యొక్క అంతర్కోణాల కొలతల మొత్తము 540^0 అని నిరూపించండి.

సమాధానములు - 3 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. త్రిభుజంలోని కోణాలు కొలతల నిష్పత్తి = 2 : 3 : 4

   త్రిభుజంలోని కోణాలు $2x, 3x, 4x$ అనుకోండి.

   త్రిభుజంలోని మూడు కోణాల కొలతలు మొత్తం = 180^0.

   $$2x + 3x + 4x = 180^0$$
   $$9x = 180^0$$
   $$x =$$
   $$x = 20^0.$$

   కోణాల కొలతలు $2x$
   $= 2x \times 20^0 = 40^0$
   $3x$
   $= 3x \times 20^0 = 60^0$
   $4x$

   $= 4x \times 20^0 = 80^0$

   త్రిభుజంలోని కోణాల కొలతలు = 40^0, 60^0, 80^0.

2. ABCD చతుర్భుజమును కర్ణము AC

రెండు త్రిభుజాలుగా విభజిస్తుంది

ఆ త్రిభుజాలు ΔABC మరియు ΔACD

చతుర్భుజం $ABCD = \Delta ABC + \Delta ACD$

చతుర్భుజం ABCD లో కోణాల కొలతల మొతం

$= \Delta ABC$ లో కోణాల కొలతల మొత్తం

$+ \Delta ACD$ లో కోణాలు కొలతల మొత్తం

$= 180^0 + 180^0$ [$\because$ ఒక త్రిభుజంలో మూడు కోణాల కొలతల మొత్తం $= 180^0$]

$= 360^0$

3. త్రిభుజంలోని కోణాలు $\angle A, \angle B, \angle C$ అనుకొనిన

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^0$

$\angle A = \angle B + \angle C$ ($\because$ ఒక కోణం కొలత మిగిలిన రెండు కోణాల కొలతలు మొత్తమునకు సమానము)

$\therefore \angle A + \angle A = 180^0$

$\therefore 2\angle A = 180^0$

$\angle A = 90^0.$

$\therefore \Delta ABC$ ఒక లంబకోణ త్రిభుజం.

4. ΔABC లో $AB = AC$

బాహ్యకోణము కొలత $= 135^0$

$$\angle ABC = 180^0 - 135^0$$
$$= 45^0$$

$$AB = AC$$

కావున $\angle ABC = \angle ACB$

$\therefore \angle AB = 45^0$

త్రిభుజంలోని మూడు కోణాల మొత్తం $= 180^0$

$\therefore \angle A + \angle A + \angle ACB = 180^0$

$\angle A + 45^0 + 45^0 = 180^0$

$\angle A + 90^0 = 180^0$

$\angle A = 180^0 - 90^0$

$\angle A = 90^0$

5. $\angle BOC = 180^0 - (\frac{1}{2}\angle ABC + \frac{1}{2} ACB)$

$= 180^0 - \frac{1}{2}(\angle ABC + ACB)$

$= 180^0 - \frac{1}{2}(180^0 - 70^0)$

$= 180^0 - \frac{1}{2}(110^0)$

$= 180^0 - 55^0$

$= 125^0$

$\therefore \angle BOC = 125^0$

సమాధానములు – 5 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. ΔABC లో BC కి సమాంతరంగా l అను రేఖ A గుండా గీయబడినది.

$\angle C = 1, \angle B = 2$ అనుకొంటే

$\angle a = \angle 1$ (ఏకాంతర కోణాలు)

$\angle b = \angle 1$ (ఏకాంతర కోణాలు)

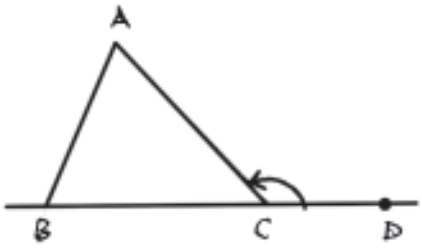
సరళ రేఖ 'l' పై 'A' వద్ద ఏర్పడు కోణముల కొలతల మొత్తము = 180^0

$\angle b + \angle A + \angle a = 180^0$

$\angle 2 + \angle A + \angle 1 = 180^0$

$\angle C + \angle A + \angle B = 180^0$

2. ΔABC లో BC D వరకు పొడిగింపబడినది.



$\angle ABC + \angle BAC + \angle ACB = 180^0$ ..... (1)

(త్రిభుజంలోని కోణముల కొలతల మొత్తము)

BC రేఖ పై 'C' వద్ద ఏర్పడు కోణముల కొలతల మొత్తము 180^0

$\angle BCA + \angle ACD = 180^0$ ..... (2)

(1) మరియు (2) ల వలన

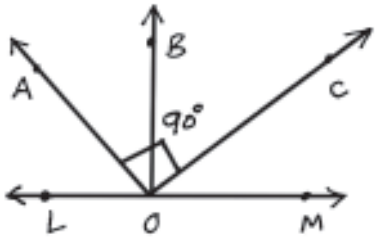
$\angle ABC + \angle BAC + \angle ACB = \angle BCA + \angle ACD$

$\angle ABC + \angle BAC = \angle ACD$

3. $\angle AOC = 90^0$

OA అనునది $\angle LOB$

యొక్క సమద్వి ఖండన రేఖ



$\therefore$ $2\angle AOB = \angle BOL$ ..... (1)

$\overline{OC}$ అనునది $\angle BOM$

యొక్క సమద్వి ఖండన రేఖ

$\therefore 2\angle BOC = \angle BOM$ ..... (2)

(1) మరియు (2) లను కూడగా

$2\angle AOB + 2\angle BOC = \angle BOL + \angle BOM$

$2(\angle AOB + \angle BOC) = \angle BOL + \angle BOM$

$2(90^0) = \angle LOM$

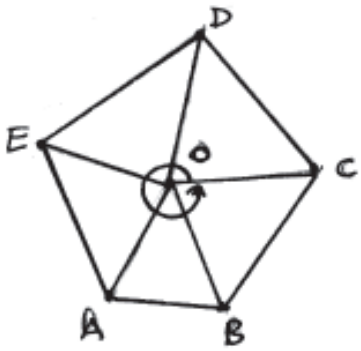
$180^0 =$ రేఖాకోణం $\angle LOM$

కావున L,O, M రేఖా స్థితములు

4. ABCDE అను పంచభుజి

అంతరంలో ' O ' అనేది

ఏదేని ఒక బిందువు



A, O: B,O : C , O D,O మరియు E, O కలుపబడినవి.

Δ AOB లో $\angle OAB + \angle ABO + \angle AOB = 180^0$

Δ BOC లో $\angle OBC + \angle BCO + \angle BOC = 180^0$

Δ COD లో $\angle OCD + \angle CDO + \angle DOC = 180^0$

Δ DOE లో $\angle EDO + \angle DEO + \angle DOE = 180^0$

Δ AOE లో $\angle AEO + \angle EAO + \angle AOE = 180^0$

అన్నింటిని కూడగా

$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E$ బిందువు ' O' వద్ద ఏర్పడు

కోణాల మొత్తము= $5\ (180^0) = 900^0$

కాని 'O ' వద్ద ఏర్పడు కోణము = 360^0

$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 900^0 - 360^0 = 540^0$

ఖాళీలు పూరించుము.

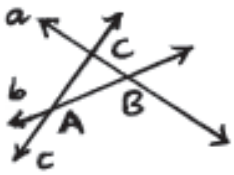
1. రెండు విభిన్న బిందువులు మరియు వాటి మధ్యగల బిందువుల సమితిని ..... అంటాం.
2. ఒక బిందువు మరియు దాని నుండి ఒకే దిశలో నుండు అనంత బిందువుల సమితిని..... అంటాం.
3. ఒక బిందువు ద్వారా గీయగల సరళరేఖల సంఖ్య.....
4. A,B,C లనేవి ఒకే రేఖ *'l'* పైనున్న బిందువులు వాటిని ..... అంటాం.
5. రెండు బిందువుల ద్వారా గీయదగు రేఖల సంఖ్య.....
6. రెండు అంత కంటే ఎక్కువ రేఖలను వేర్వేరు బిందువుల వద్ద ఖండించు రేఖను .....అంటాం.
7. ఉమ్మడి బిందువు గల రెండు రేఖలను..... అంటాం.
8. ఒకే తలములో ఉండి, ఉమ్మడి బిందువు లేని రెండు రేఖలను ..... అంటాం.
9. మూడు లేక అంతకంటే ఎక్కువ సరళరేఖలకు ఒకే ఒక ఉమ్మడి బిందువు ఉంటే ఆ రేఖలు..... అంటాం.
10. ఒకే ఉమ్మడి బిందువు గలిగిన రెండు కిరణాల సమ్మేళనమును..... అంటాం.
11. ఎదురెదురు దిశలలో నుండు రెండు కిరణాలు ఏర్పరుచుకోణమును ..... అంటాం.
12. ఒక కోణం కొలత 60^0 అయితే. దానిని..... కోణం అంటాం.
13. ఒక కోణం కొలత 90^0 దానిని ..... కోణం అంటాం.
14. ఒక కోణం కొలత 160^0 అయినచో దానిని..... కోణం అంటాం.
15. ఒక ఉమ్మడి భుజమును కలిగిన రెండు కోణముల అంతరాల ఛేదనము శూన్య సమితి అయితే వాటిని..... అంటాం.
16. రెండు ఆసన్న కోణాల కొలతల మొత్తము. 180^0 అయితే వాటిని ..... అంటాం.
17. రెండు కోణముల కొలతల మొత్తం 90^0 అయితే వాటిని.....కోణాలు అంటాం.
18. ఒక రేఖ మీద ఒక కిరణం స్థితమైతే ఏర్పడు రెండు ఆసన్న కోణాల మొత్తము
19. ఒక రేఖ మీద ఒక కిరణం స్థితమై ఏర్పడే రెండు అసన్న కోణాలు సమానమైతే అవి..... కోణాలు
20. రెండు రేఖలు పరస్పరం ఖండించుకొన్నప్పుడు ఏర్పడు. శీర్షాభిముఖ కోణములు.....
21. రెండు సమాంతరేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించినచో, తిర్యగ్రేఖకు ఒకే వైపున గల అంతర కోణాల మొత్తము...

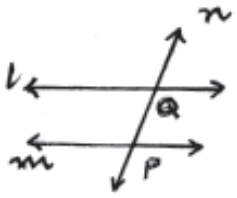
II. సరియైన సమాధానమును సూచించు అక్షరమును బ్రాకెట్టులో రాయండి.

1. ప్రక్క పటము ..... ను సూచించును. ( )

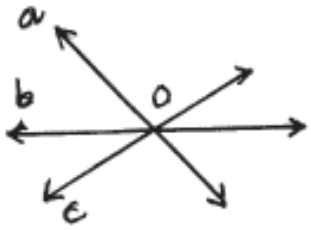
   ఎ) రేఖాఖండం బి) కిరణం సి) రేఖ డి) రేఖా కిరణం

2. కింది వాటిలో మిళిత రేఖలను సూచించు పటం ( )

ఎ) 

బి) 

సి)

డి) 

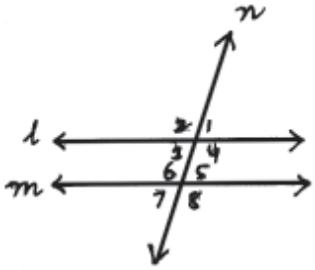
3. పక్క పటము.....కోణమును సూచించును. ( )

ఎ) అల్ప బి) అధిక సి) సరళ డి) లంబ

4. కోణా ధ్వయాలలో ఒక కోణం కొలత 60^0 అయిన రెండవ కోణం కొలత ( )

ఎ) 30^0 బి) 120^0 సి) 150^0 డి) 180^0

5. పక్క పటంలో సదృశకోణాల జత ( )



ఎ) $\angle 2, \angle 3$ బి) $\angle 1, \angle 4$ సి) $\angle 1, \angle 5$ డి) $\angle 5, \angle 7$

6. ఒక కోణము తన సంపూరక కోణమునకు 4 రెట్లు అయిన చో ఆ కోణము కొలత ( )

ఎ) 36^0 బి) 72^0 సి) 108^0 డి) 144^0

7. క్రింది పటమునందు 'x' కు ఏ విలువ ఇచ్చినచో AB ఒక రేఖా కోణమగును? ( )

ఎ) 30^0 బి) 40^0 సి) 50^0 డి) 60^0

8. పక్కపటములో $\angle 3$ మరియు $\angle 5$ లను ..... అంటాం. ( )

ఎ) సదృశ కోణములు బి) బాహ్య కోణములు సి) అంతరకోణములు డి) ఏకాంతర కోణములు

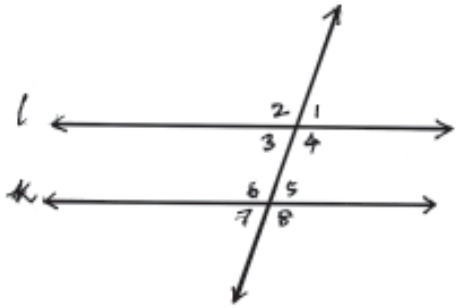
9. పక్క పటములో $\angle 8$ కొలత ..... ( )

ఎ) 60^0

బి) 90^0

సి) 120^0

డి) 150^0



సమాధానములు

FILL UP THE BLANKS

1. రేఖా ఖండము
2. కిరణం
3. అనంతం
4. సరేఖీయాలు (రేఖాస్థితములు)
5. ఒకటి
6. తిర్యగ్రేఖ
7. ఖండనరేఖలు
8. సమాంతర రేఖలు
9. మిళిత రేఖలు
10. కోణం
11. సరళ కోణం
12. అల్ప/ లఘు
13. లంబ
14. అధిక
15. కోణ ద్వయం
16. రేఖీయ ద్వయం / సంపూరక కోణాలు

17. పూరక

18. 180^0

19. లంబ

20. సమానములు

21. 180^0

II. సరియైన సమాధానమును ఎన్నుకోనండి.

1. A	6. D
2. D	7. A
3. B	8. D
4. B	9. C
5. C	

13.6 త్రిభుజం వివిధ రకాలు, వాని ధర్మాలు

1. ఒక త్రిభుజములోని ఏ రెండు భుజాల కొలతలయిననూ, సమానమైనచో ఆ త్రిభుజాన్ని .....అంటారు.

2. ఒక త్రిభుజములోని ఏ రెండు భుజాల కొలతలు అయిననూ సమానము కానిచో ఆ త్రిభుజాన్ని ..... అంటాం.

3. ఒక త్రిభుజం లోని కోణాల కొలతల మొత్తము .....

4. త్రిభుజం యొక్క ఒక శీర్షము వద్ద..... బాహ్య కోణాలుంటాయి.

5. ఒక త్రిభుజ యొక్క ఒక కోణము కొలత 75^0 అయిన దాని అనురూప బాహ్యకోణము కొలత.....

6. ABC D అనునది ఒక సమాంతర చతుర్భుజం. $\angle A = 70^0$ అయిన $\angle C$.....

7. ఒక తలములోని ఒక బిందువునుండి సమాన దూరంలో గల అన్ని బిందువుల సమితి.....

8. ఒక తలములోని రెండు వేర్వేరు బిందువులకు సమాన దూరంలో చలించు అన్ని బిందువుల సమితి ఆ రెండు బిందువులను కలుపు రేఖాఖండము యొక్క.....

9. రెండు ఖండించుకొను సరళరేఖలను సమాన దూరములో ఉండు అన్ని బిందువుల సమితి.....

10. సరేఖీయాలు కాని మూడు బిందువుల గుండా పోవు వృత్తాల సంఖ్య.....

11. రెండు దత్త బిందువుల ద్వారా పోవు వృత్తముల కేంద్రముల బిందుపథము ఆ రెండు బిందువులను కలుపు రేఖా ఖండము యొక్క .....

సమాధానములు

FILL UP THE BLANKS

1. సమబాహు త్రిభుజం

2. 180^0

3. రెండు

4. 105^0

6. 110^0

7. వృత్తము

8. లంబ సమద్విఖండన రేఖ

9. కోణ సమద్విఖండన రేఖ

10. ఒకటి

11. లంబ సమద్విఖండనరేఖ

13.6 త్రిభుజం వివిధ రకాలు వాని గుణాలు

CHOOSE THE CORRECT ANSWER

1. క్రింది కోణాల కొలతలలో ఏది సమద్విబాహ త్రిభుజాన్ని సూచించును? ( )

ఎ) 60^0, 50^0, 50^0 బి) 80^0,45^0,45^0 సి) 140^0, 20^0, 20^0, డి) 70^0, 65^0, 65^0

2. ఒక త్రిభుజం యొక్క బాహ్య కోణం కొలత దాని ..... సమానం. ( )

ఎ) అంతర కోణాల కొలతల మొత్తానికి

బి) అంతర కోణాల కొలతలకు

సి) అంతరాభిముఖ కోణాల కొలతల మొత్తానికి

డి) ఏదేని ఒక అంతరాభిముఖ కోణానికి

3. ఒక లంబకోణ త్రిభుజంలో ఒక బాహ్య కోణం 120^0 అయిన అందలి అతి చిన్న కోణం కొలత? ( )

ఎ) 60^0 బి) 30^0 సి) 45^0 డి) 120^0

4. ఒక త్రిభుజంలోని ఒక కోణము కొలత 65^0. అయిన మిగిలిన రెండు కోణాల కొలతల మొత్తము ( )

ఎ) 125^0 బి) 115^0 సి) 90^0 డి) 25^0

సమాధానములు

1. C 2. C 3. B 4. B

MATCH THE FOLLWING GROUP - A

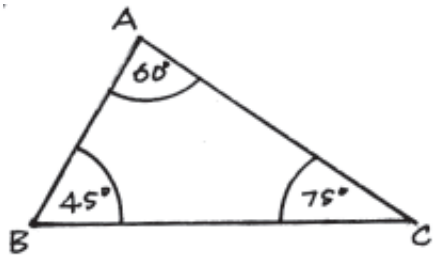
గ్రూప్ – ఎ		గ్రూప్ – బి
1. ఒకే ఒక చివరి బిందువు కలిగి ఉండునది	( )	ఎ) కిరణము
2. కోణధ్వయాల కొలతల మొత్తము 90^0 అయిన వాటిని.... అంటాం.	( )	బి) పూరక కోణద్వయం
3. కోణ ధ్వయాల కొలతల మొత్తం 180^0 అయిన వాటిని..... అంటాం.	( )	సి) సంపూరక కోణధ్వయం
4. రెండు రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించినపుడు ఏర్పడు ఏకాంతర కోణాల జత సమానమైతే ఆ రేఖలు	( )	డి) సమాంతరాలు
5. సమబాహు త్రిభుజములో ఒక త్రిభుజాన్ని పొడిగించగా ఏర్పడు బాహ్యకోణం కొలత	( )	ఇ) 120^0
6. ఒక త్రిభుజంలో ఒక కోణము కొలత మిగిలిన రెండు కోణాల కొలతల మొత్తానికి సమానమైన అది.....త్రిభుజం	( )	యఫ్) లంబకోణ
		జి) రేఖా ఖండం
		యచ్) లంబరేఖలు
		ఐ) 60^0
		జె) అధిక కోణ

14. త్రిభుజముల సర్వ సమానత్వము

3 మార్కు ప్రశ్నలు

1. AB = 8 సెం. మీ, BC = 7 సెం.మీ C A= 6 సెం.మీ. కొలతలు గల ΔABC లో ఏ కోణము కనిష్ఠము? ఎందుకు?
2. రెండు లంబకోణ త్రిభుజాలు సర్వ సమానమగుటకు నియమమును తెలుపండి.
3. రెండు త్రిభుజాలు సర్వ సమానమగుటకు రెండు నిబంధనలు తెలుపండి.
4. పక్క పటములో AB = AC, A D $\perp$ BC,

   ABC = 60^0 అయిన కొలత ఎంత.



5. సమద్విబాహు త్రిభుజము ABC లో AB = AC

   భుజము BA ను D వరకు AB = AD

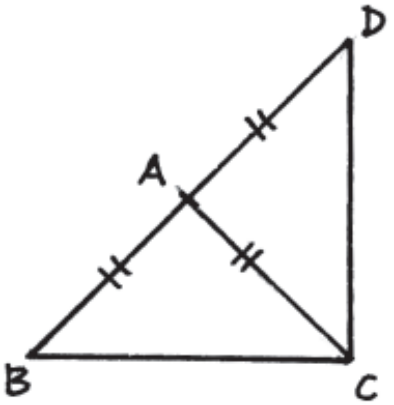
   అగునట్లు పొడిగించబడినది అయిన $\angle BCA$

   కొలత ఎంత?

6. పక్క పటములో AB మరియు CD లు సమాంతరాలు,

   BC యొక్క మధ్యబిందువు O అయిన AD యొక్క మధ్య

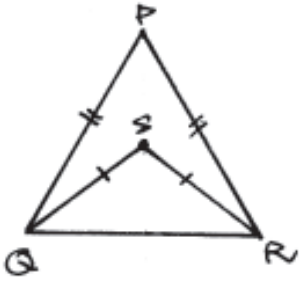
   బిందువు కూడా 'O' అని చూపండి.



7. ఒక త్రిభుజంలో సమాన భుజాలకెదురు గా నుండు కోణాల కొలతలు సమానమని చూపండి.

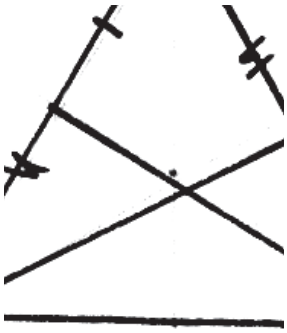
8. ఒక త్రిభుజంలో రెండు కోణాల కొలతలు సమానాలయిన వాటికెదురుగా నుండు భుజాల కొలతలు సమానమని చూపండి.

9. పక్క పటములో PQ = PR , SQ= SR అయిన $\angle PQS = \angle PRS$ అని చూపండి.



10. పక్క పటములో 'l' రేఖ సమద్విబాహు త్రిభుజం ABC యొక్క BC భుజమునకు సమాంతరం. అన్ని కోణాల కొలతలు తెలుపండి.

11. పక్క పటములో ΔABC లో AB = AC మరియు బాహ్యకోణము $\angle DAC = 120^0$ అయిన మిగిలిన కోణాల కొలతలు తెలుపండి.



12. సహబాహు త్రిభుజంలోని ప్రతి కోణం కొలత 60^0 అని చూపండి.

5 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. ΔABC లో $\angle B = 90^0$. BD ఒక మధ్యగత రేఖ. అయిన $BD = \frac{1}{2}AC$ అని చూపండి.
2. ఒక సమద్విబాహు త్రిభుజములో సమాన భుజాల పైకి గీయబడిన మధ్యగత రేఖలు సమానాలు.
3. ఒక సమద్విబాహు త్రిభుజములో సమాన భుజాలపైకి గీయబడిన లంబరేఖలు సమానాలని చూపండి.

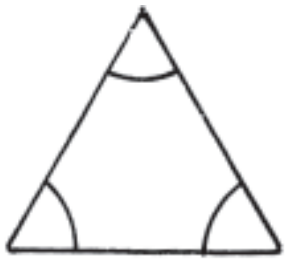
4. ఒక త్రిభుజంలో రెండు భుజాలు అసమానములయితే వాని కెదురుగా గల కోణాలలో పెద్ద భుజమునకెదురుగా గల కోణము పెద్దది.

5. ΔABC లో AD అనునది మధ్యగత రేఖ అయిన $AB + AC > 2AD$ అని చూపండి.

3 మార్కుల ప్రశ్నలు

సమాధానములు

1. త్రిభుజములోని కోణాల కొలతల మొత్తము = 180^0



కోణల కొలత నిష్పత్తి 2 : 3 : 5

: 1 వ కోణము కొలత = $\frac{2}{10} \times 180 = 36^0$

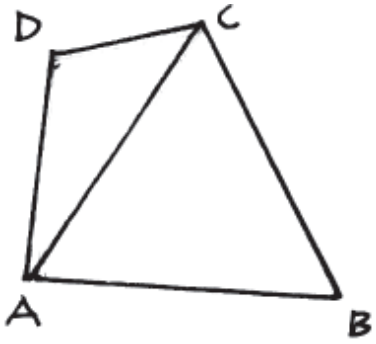
: 2 వ కోణము కొలత = $\frac{3}{10} \times 180 = 54^0$

: 3 వ కోణము కొలత = $\frac{5}{10} \times 180 = 90^0$

2. A, C లు కలుపబడినవి. చతుర్భుజము ABCD లోని కోణాల కొలతల మొత్తము

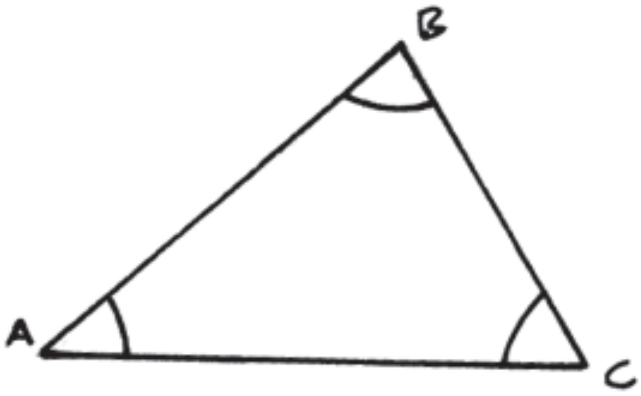
$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D +$ = $\Delta ABC + \Delta ADC$ కోణాల మొత్తము

$= 180^0 + 180^0 = 360^0$



3. ΔABC లోని కోణాల కొలతల మొత్తము = 180^0

$= 180^0$



కాని ABC $\angle A + \angle B + \angle C +$

$\angle A = \angle B + \angle C$

$\angle A + \angle A = 180^0$

$2\angle A = 180^0$

$\angle A = \frac{180}{2} = 90^0$

4. బాహ్య కోణము $\angle ACD = 135^0$

$\angle ACB - 180^0 - 135^0$ (రేఖీయ ధ్వయం)

$= 45^0$

ΔABC లో $\angle B = \angle C$

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^0$

$\angle A + 45^0 + 45^0 = 180^0$

$\angle A + 90^0 = 180^0$

$\angle A = 180^0 - 90^0 = 90^0$

5. ΔABC లో $\angle A + \angle B + \angle C + = 180^0$

$70^0 + \angle B + \angle C = 180^0$

$\angle B + \angle C = 180^0 - 70^0 = 110^0$

$\overline{BO}$ మరియు $\overline{CO}$ లు వరుసగా

$\angle B$, $\angle C$ ల సమద్విఖండన రేఖలు

$2\angle OBC + 2\angle OCB = 110^0$

$2(\angle OBC + \angle OCB) = 110^0$

$\angle OBC + \angle OCB = 55^0$

ΔBOC లో $\angle BOC + (\angle OBC + \angle OCB) = 180^0$

$\angle BOC + 55^O = 180^0$

$\therefore \angle BOC = 180^0 - 55^0 = 125^0$

6. ΔAOB మరియు ΔCOD లలో

$AB \parallel CD$

కావున $\angle BAO = \angle ODC$

ΔAOB మరియు ΔDOC లలో

$\angle BAO = \angle ODC$ (ఏకాంతర కోణాలు)

$AO = OD$ ('O' అనునది AD యొక్క మధ్యబిందువు)

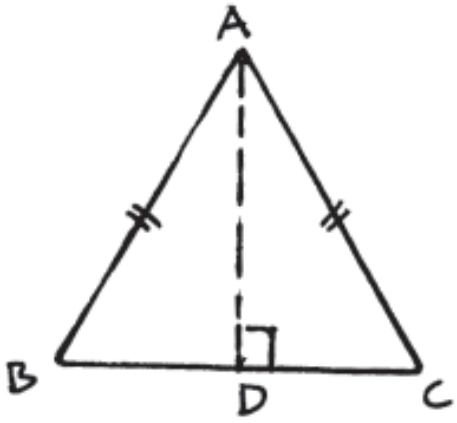
$\angle AOB = \angle DOC$ (శీర్షాభిముఖకోణాలు)

$\Delta AOB \cong \Delta DOC$ (SAS)

$\therefore$ $BO = OC$ (సదృశభుజాలు)

'O' అనునది B C యొక్క మధ్య బిందువు

7. ΔABC లో $AB = AC$



BC పైకి AD అను లంబము గీయబడినది.

ΔADB మరియు ΔADC లలో

$\angle ADB = \angle ADC = 90^0$

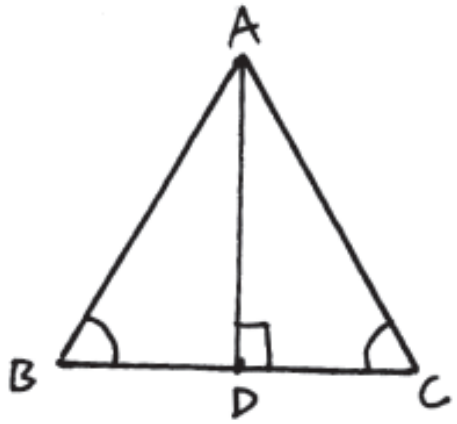
$AB = AC$

$AD = AD$

$\Delta ADB \cong \Delta ADC$ (లం. క. భు)

$\angle ABC = \angle ACB$ (సదృశ భుజాలు)

8. ΔABC లో $\angle ABC = \angle ACB$



BC పైకి లంబము $\overline{AD}$ గీయబడినది.

ΔADB లో

$\angle ABC = 90^0 - \angle BAD$ ..... (1)

ΔADC లో

$\angle ACB = 90^0 - \angle DAC$ ..... (2)

$\angle ABC = \angle ACB$ (ఈయబడినది)

$90^0 - \angle BAD$

$\angle BAD = \angle DAC$

ΔADB మరియు ΔADC లలో

$\angle BAD = \angle DAC$

$AD = AD$ (సామాన్య భుజము)

$\angle ADB = \angle ADC = 90^0$

$\therefore \Delta ADB \cong \Delta ADC$ (కో. భు. కో)

$AB = AC$ సదృశ్య భుజాలు

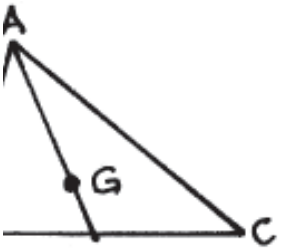
9. ΔPQR లో $PQ = PR$

$\angle PQR = \angle PRQ$ ...(1)

(సమానభుజాల కెదురుగా నుండు కోణాలు)

ΔSQR $SQ = SR$

$\angle SQR = \angle SRQ$ ...(2)



(సమానభుజాల కెదురుగా నుండు కోణాలు)

(1) నుండి

$\angle PQS + \angle SQR = \angle PRS + \angle SRQ$

(2) నుండి $\angle PQS + \angle SRQ = \angle PRS + \angle SRQ$

$\therefore \angle PQS = \angle PRS$

10. ΔABC లో $AB = AC$

$\angle YAC = 65^0$

$\angle ABC = \angle ACB$ (సమానభుజాల కెదురుగా నుండు కోణాలు)

$BC \parallel l$

$\therefore \angle YAC = \angle ACB$

$\therefore \angle ACB = 65^0$

$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 65^0$

$\angle BAC = 180 - (\angle ABC + \angle ACB)$

$= 180^0 - 65^0 + 65^0$

$= 180^0 - 130^0$

$= 50^0$

11. ΔABC లో $AB = AC$ $\angle DAC = 124^0$

$\therefore \angle ABC = \angle ACB$ (సమానభుజాలకెదురుగా నుండు కోణాలు)

కాని $\angle ABC + \angle ACB = DAC$ (బాహ్యకోణసిద్ధాంతం)

$\angle ABC + \angle ACB = 124^0$

$2\angle ABC = 124^0$

$\angle ABC = \frac{120^0}{2} = 62^0$

(1) వలన

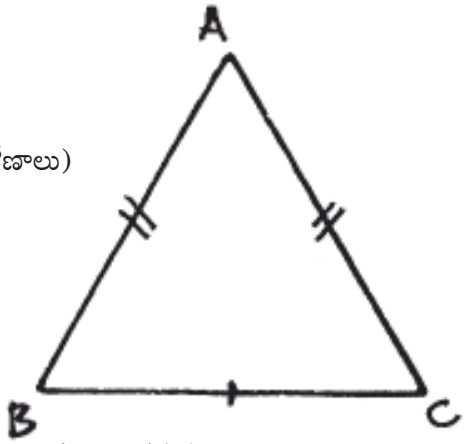
$\angle ACB = 62^0$

$\angle BAC + \angle DAC = 180^0$

$\angle BAC + 124^0 = 180^0$

$\angle BAC = 180^0 - 124^0 = 56^0$.

12. ΔABC ఒక సమబాహు త్రిభుజము



$AB = BC = AC$

$\angle ABC = \angle BCA$ (సమానభుజాలకెదురుగా నుండు కోణాలు)

ఇదేవిధంగా

$\angle BAC = \angle BCA$

(సమానభుజాలకెదురుగా నుండు కోణాలు)

$\angle ABC + \angle BCA + \angle BAC = 180^0$ (త్రిభుజంలోని కోణాల కొలతల మొత్తము)

$\angle ABC + \angle ABC + \angle ABC = 180^0$

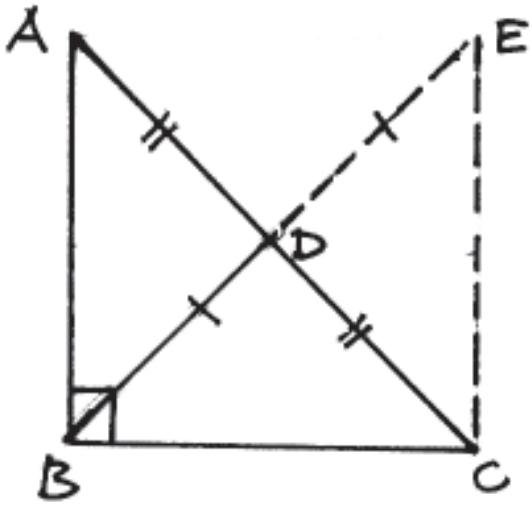
$3\ \angle ABC = 180^0$

$\angle ABC = \frac{180^0}{3} = 60^0$

$\angle ABC = \angle BCA = \angle BAC = 60^0$

సమాధానములు – 5 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. ΔABC లో $\angle B = 90^0$



BD ఒక మధ్యగతరేఖ

$\therefore AD = DC$

BD = DE అగునట్లు BD ని E వరకు పొడిగించబడినది.

E,C లు కలుపబడినవి.

ΔADB మరియు ΔEDC లలో

AD = DC (ఈయబడినది)

$\angle ADB = \angle EDC$ (శీర్షాభిముఖ కోణాలు)

$\therefore$ BD = DE (నిర్మింపబడినది)

$\therefore \Delta ADB \cong \Delta EDC$ (భు.కో.భు)

$\therefore$ AB = EC (సదృశ భుజాలు)

$\angle ABC = \angle ECB = 90^0$

ΔABC మరియు ΔEBC లలో

AB = EC (నిరూపించబడినది)

$\angle ABC = \angle ECB = 90^0$

BC = BC (ఉమ్మడిభుజము)

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta EBC$ (భు.కో.భు)

AC = BE (సదృశభుజాలు)

$BD = \frac{1}{2}$ BE (నిర్మాణము)

$BD = \frac{1}{2} AC$

2. ΔABC లో AB = AC

$\therefore \angle ABC = \angle ACB$

BD మరియు CE లు

AC , AB ల పైకి గీయబడిన మధ్యగతరేఖలు

BE = 2 AB (E మధ్య బిందువు)

DC = 2AC (D మధ్య బిందువు)

$\frac{BE}{2} = \frac{DC}{2}$ (AB = AC)

$\therefore$ BE = DC

ΔEBC మరియు ΔDCB లలో

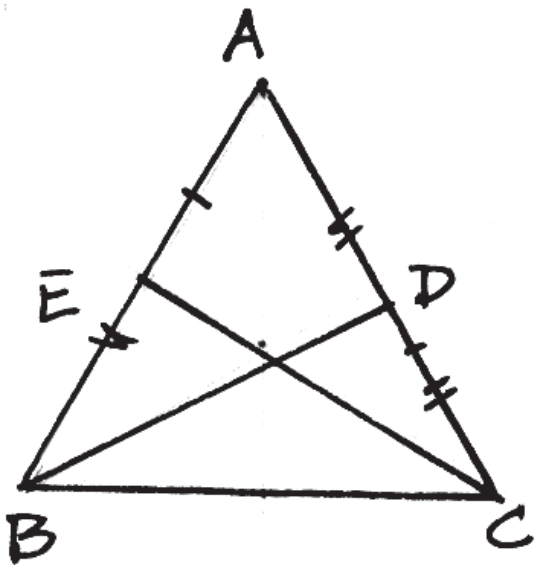
BE = DC (నిరూపించబడినది)

$\angle EBC = \angle DCB$ (ఈయబడినది)

$\angle BC = \angle BC$ (ఉమ్మడి భుజము)

$\Delta EBC \cong \Delta DCB$ (భు.కొ.భు)

EC = BD (సదృశ భుజము)



3. ΔABC లో $AB = AC$

$\angle ABC = \angle ACB$

$BD \perp AC$ మరియు $CE \perp AB$

$\angle DBC = 90^0 - \angle DCB$

$\angle ECB = 90^0 - \angle EBC$

ΔBDC మరియు ΔBEC లలో

$\angle EBC = \angle DCB$ (ఈయబడినది)

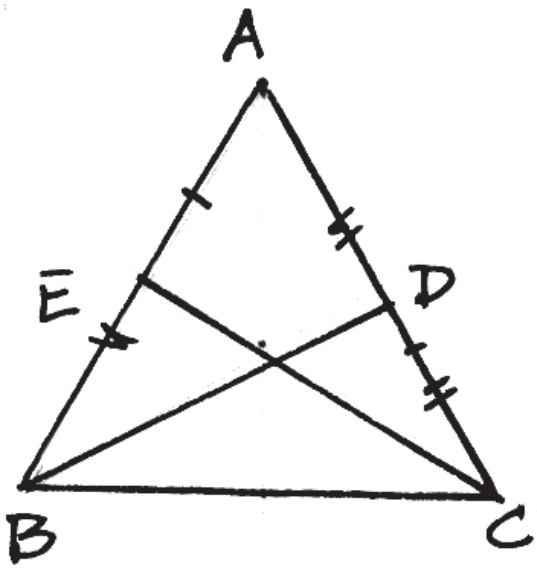
$BC = BC$ (ఉమ్మడిభుజము)

$\angle DBC = \angle ECB$ (90 - C)

(90 - B)

$\Delta BDC \quad \Delta BEC$ (కొ.భు.కొ)

$BD = EC$ (సదృశభుజాలు)



4. ΔABC లో $AB > AC$

$AC = AD$ అగునట్లు

AB పై "D" ను గుర్తించి

D, C లు కలుపబడినవి.

ΔADC లో $AD = AC$

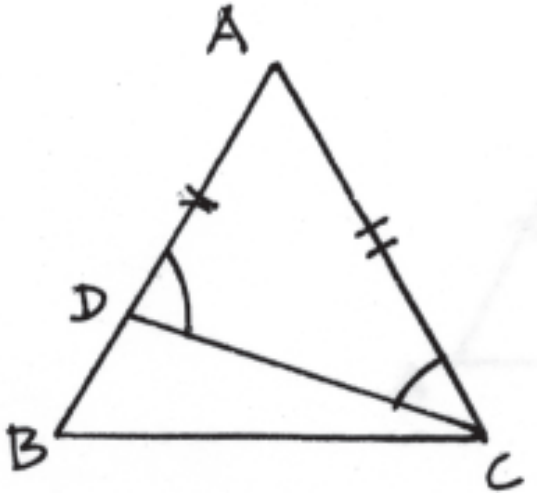
$\therefore \angle ADC = \angle ACD$

(సమానభుజాలకెదురుగా నుండు కోణాలు)

BD భుజాన్ని A వరకు పొడిగించబడినది.

(1)వలన $\angle ADC > \angle ABC$

$\therefore \quad \angle ACD > \angle ABC$



5. ΔABC లో AD మధ్యగత రేఖ

$AD = DE$ అగునట్లు

AD ని E వరకు పొడింగించి

C, E లు కలుపబడినది.

ΔADB మరియు ΔEDC లలో

$AD = DE$ (నిర్మాణము)

$\angle ADB = \angle EDC$ (శీర్షాభిముఖ కోణాలు)

$BD = DC$ (ఈయబడినది.)

$\therefore \Delta ADB \cong \Delta EDC$ (భు.కొ.భు)

$\therefore AB = EC$ (సదృశ భుజాలు)

ΔACE లో

$AC + CE > AE$

$AC + AB > AD + DE$

$AC + AB > 2\,AD(\ AD = DE)$

FILL UP THE BLANKS

1. పక్క పటములో త్రిభుజాల సర్వ సమానత్వమును తెలుపు నియమము.....

2. రెండు ఆకారాల ఆకృతులు మరియు పరిమాణాలు సమానాలయిన ఆ ఆకారాలు..... అంటాం.
3. రెండు రేఖా ఖండముల పొడవులు సమానములు అయితే అవి.....
4. రెండు చతురస్రాల భుజాల కొలతలు సమానాలు అయిన అవి.....
5. ఒక త్రిభుజములోని సర్వ సమాన భుజాల కెదురుగా గల ..... సర్వ సమానం
6. ఒక త్రిభుజములోని సర్వ సమాన కోణాల కెదురుగా నుండు.....సర్వ సమానం
7. ఒక త్రిభుజంలో ముడు కోణాలు సర్వ సమానములైన అది.....అవుతుంది.
8. సమబాహు త్రిభుజంలోని ఉన్నతుల కొలతలు.....
9. ఒక త్రిభుజములోని రెండు భుజాల కొలతల భేదము మూడవ భుజము కొలత కంటె.....

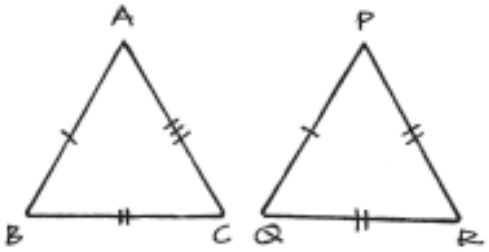
సమాధానములు

FILL UP THE BLANKS

1. భుజము, భుజము, భుజము
2. సర్వ సమానం
3. సర్వ సమానం
4. సర్వ సమానాలు
5. కోణాలు
6. భుజాలు
7. సమబాహు త్రిభుజం
8. సమానాలు
9. తక్కువ

CHOOSE THE CORRECT ANSWER

1. పక్క పటములోని త్రిభుజాలు సర్వసమానమని తెలుపు విధం ( )



(A) $\Delta ABC \cong \Delta PRQ$

(B) $\Delta ABC \cong \Delta QRP$

(C) $\Delta ABC \cong \Delta PQR$

(D) $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$

2. రెండు బహుభుజులు సర్వ సమానము లగుటకు నియమము ( )

(A) అనురూప భుజాలు సమానాలు

(B) అనురూప కోణాలు సమానాలు

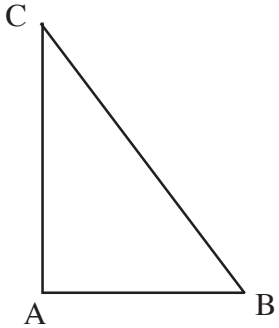
(C) సమాన వైశాల్యాలు కలిగి యుండుట

(D) అనురూప భుజాలు, మరియు అనురూప కోణాలు సమానాలు

3. ఈ క్రింది కొలతలలో, వేటితో త్రిభుజాన్ని నిర్మించవచ్చును ? ( )

(A) 8, 4, 13 (B) 8, 4 , 4 (C) 7, 6, 10 (D) 8, 4, 3,

4. పక్క పటములో పెద్ద భుజము ( )



(A) AB (B) BC

(C) AC (D) CB

5. రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానమగుటకు వర్తించాల్సిన నియమాలలో కనీసం..... ( )

(A) ఒక అనురూప కోణము కొలత సమానం కావాలి

(B) ఒక అనురూప భుజము కొలత సమానం కావాలి

(C) రెండు అనురూప కోణాల కొలతలు సమానాలు కావాలి

(D) ఒక భుజము , ఒక కోణము కొలతలు సమానాలు కావాలి.

సమాధానములు

CHOOSE THE CORRECT ANSWER

1. C
2. D
3. C
4. A
5. B

జతపరచండి.

	గ్రూప్ –ఎ		గ్రూప్ – బి
1.	రెండులంబకోణాల త్రిభుజాలలో అనునూప భుజాల కొలతలుసమానం అత్రిభుజాలు సర్వ సమాన మగుటకు వర్తించవలసిన మరొక నియమం	( )	ఎ) కర్ణాలు సమానం కావాలి
2.	ఒక సమద్వి బాహుత్రిభుజంలో శీర్షకోణం కొలత 40^0 అయిన భూకోణం కొలత	( )	బి) 70^0
3.	సమబాహు త్రిభుజంలో ఒక భుజాన్ని పొడిగించగా ఏర్పడు బాహ్య కోణం కొలత	( )	సి) 120^0
4.	ఒక త్రిభుజం లోని రెండు భుజాల కొలతలు 7 సెం.మీ 3 సెం.మీ అయిన మూడవ భుజం కొలత ఉండాలి.	( )	డి) 4 సెం.మీ కంటె పెద్దది 10 సెం.మీ కంటె చిన్నది అయి ఉండాలి.
5.	ఒక త్రిభుజంలోని భుజాల మొత్తం దాని మూడు మధ్యగత రేఖ ల కంటె	( )	ఇ) పెద్దది

15. మిళిత రేఖలు

1మార్కు ప్రశ్నలు

1. ఒక లంబకోణ త్రిభుజము యొక్క కర్ణము 10 సెం.మీ అయిన దాని పరివృత్త వ్యాసార్ధము పొడవు ఎంత?

2. ABC సమబాహు త్రిభుజంనకు G గురుత్వ కేంద్రము AG= 4.8 సెం.మీ అయిన మధ్యగతము BE కొలత ఎంత?

3 మార్కు ప్రశ్నలు

1. ABC సమబాహు త్రిభుజ భుజము 12 సెం.మీ. దాని గురుత్వ కేంద్రము G అయినచో AG పొడవు ఎంత?

2. ΔABC లో H లంబ కేంద్రము అయిన HBC త్రిభుజానికి లంబ కేంద్రము A అని చూపండి.

5 మార్కు ప్రశ్నలు

1. 5 సెం.మీ భుజముగల ఒక సమబాహు త్రిభుజమును నిర్మించండి దాని యొక్క అంతర వృత్త కేంద్రము, పరివృత్త కేంద్రము, లంబకేంద్రము, గురుత్వ కేంద్రంలను కనుగొనండి.

2. సమద్వి బాహు త్రిభుజము ABCలో AB=AC =17 సెం.మీ దాని భూమి 16 సెం.మీ. ΔABC యొక్క గురుత్వ కేంద్రము G అయినచో AG విలువ ఎంత

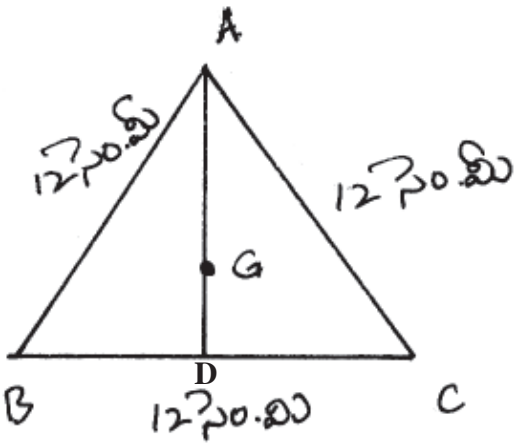
సమాధానములు 3 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. ΔABC లో భుజము 12 సెం.మీ

$\therefore a = 12$ సెం.మీ

ఉన్నతి $AD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{12\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$



G అనునది గురుత్వ కేంద్రము

$\therefore$ G అనునది AD ని 2:1 లో విభజిస్తుంది

$\therefore AG = \frac{2}{3} \times 6\sqrt{3}$

$= 4\sqrt{3}$ యూనిట్లు.

2. ΔABC లో AD,BE, CF లు

BC, AC, AB లపైకి

గీయబడిన లంబాలు H వద్ద ఖండించు కొంటున్నవి.

ΔHBC లో భుజము HC పైకి B నుండి గీయబడిన

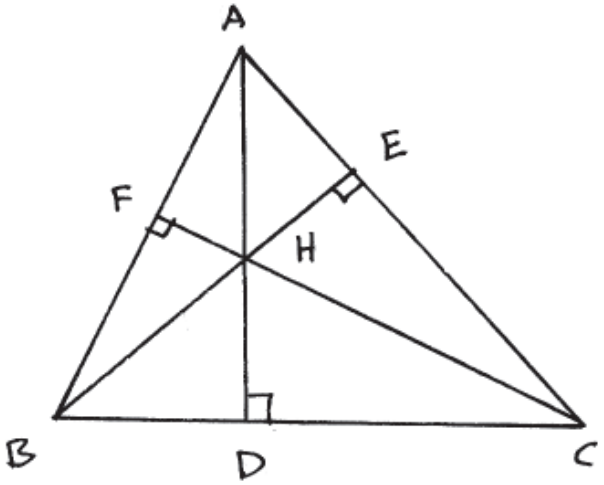
లంబము BF

భుజము BH. పైకి C నుండి గీయబడిన లంబము CA

భుజము BC. పైకి H నుండి గీయబడిన లంబము

HD లేదా AD BF, CE మరియు AD లు A వద్ద

ఖండించుకొంటున్నాయి.



సమధానములు – 5 మార్కుల ప్రశ్నలు

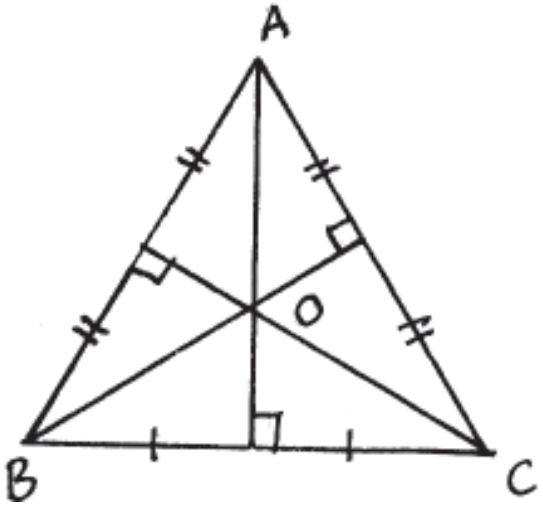
1. సమ బాహు త్రిభుజపు కోణాల సమద్వి ఖండన రేఖలు, ఎదుటి భుజాలను లంబంగా సమద్వి ఖండన చేయును. కావున

(a) కోణ సమద్వి ఖండన రేఖల మిళిత బిందువు అంతరవృత్త కేంద్రము

(b) భుజముల లంబ సమద్వి ఖండన రేఖల మిళిత బిందువు పరివృత్త కేంద్రము

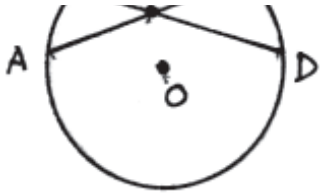
(c) మధ్యగతముల మిళిత బిందువు. గురుత్వ కేంద్రము

(d) ఉన్నతుల మిళిత బిందువులు అన్ని ఒకదానితో నోకటి ఏకీభవిస్తాయి.



2. ΔABC లో $AB = AC = 17$ సెం.మీ.

$BC = 16$సెం.మీ.



AD మధ్య గత రేఖ

$\therefore$ $BD \perp BC$ (ΔABC సమద్వి బాహు త్రిభుజము)

$BD = 1/2\ BC$ ΔABC సమద్వి బాహు త్రిభుజం

మరియు

$BD = 1/2\ BC$

$= 1/2 \times 16 = 8$

ΔADB లో $\angle D = 90^O$

$AD^2 = AB^2 - BD^2$

$= 17^2 - 8^2 = 289 - 64 = 225$

$\therefore AD = \sqrt{225}$ 15 సెం.మీ.

G అనునది గురుత్వ కేంద్రము కావున AD G.2 : 1 లో విభజించును

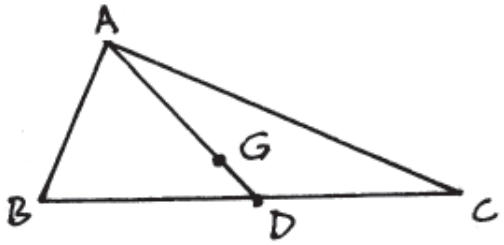
$\therefore AG = 2/3 \times 15 = 10$ సెం.మీ

FILL UP THE BLANKS

1. మూడు అంత కంటే ఎక్కువ సతలీయరేఖలు ఒకే బిందువు వద్ద ఖండంచుకున్నచో ఆ రేఖలను .....అంటాం.
2. ఒక త్రిభుజం యొక్క అంతరకోణాల సమద్విఖండన రేఖల మిళిత బిందువును.....అంటాం.
3. ఒక త్రిభుజం యొక్క అన్ని భుజాలకు సమాన దూరములో ఉండు బిందువును .....అంటాం.
4. ఒక త్రిభుజం యొక్క భుజాల లంబ సమద్వి ఖండన రేఖల మిళిత బిందువును.....అంటాం.
5. లంబకోణ త్రిభుజం యొక్క పరివృత్త కేంద్రం .....పై ఉంటుంది.
6. అధిక కోణ త్రిభుజం యొక్క పరివృత్త కేంద్రం త్రిభుజానికి.....ఉంటుంది.
7. ఒక త్రిభుజంలో శీర్షాలనుండి ఎదుటి భుజాలకు గీయబడిన లంబాల మిళిత బిందువును.....కేంద్రం అంటాం.
8. ఒక త్రిభుజంలో ఒక భుజం యొక్క మధ్య బిందువును, మరియు ఆభుజానికి ఎదురుగా నుండు శీర్షాన్ని కలుపు రేఖను .....అంటాం.
9. ఒక త్రిభుజం యొక్క మధ్యగత రేఖల మిళిత బిందువును.....అంటాం.

10. పక్క పటములో AD మధ్య గత రేఖ,

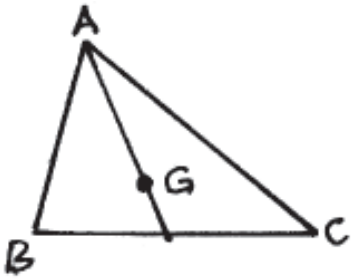
G గురుత్వ కేంద్రం అయిన AG : GD =



11. పక్క పటములో AD మధ్యగత రేఖ,

G గురుత్వ కేంద్రం AG = 10 సెం.మీ

అయిన ΔGD=.....



12. లంబ కేంద్రం, గురుత్వ కేంద్రం, పరివృత్త కేంద్రము, అంతరవృత్త కేంద్రము ఒకే ఒక బిందువుగా కలిసియున్న త్రిభుజాన్ని.....అంటాం.

సరియైన సమాధానమును బ్రాకెట్లలో రాయుము

1. ఒక తలములోని మూడు విభిన్న రేఖలకు ఒకే ఒక ఉమ్మడి బిందువు ఉన్నచో వాటిని ..... అంటాం. ( )

   (A) ఖండన రేఖలు (B) మిళిత రేఖలు (C) లంబరేఖలు (D) సమాంతర రేఖలు

2. పరివృత్త కేంద్రము, అంతరవృత్త కేంద్రములు ఒకే బిందువును కలిగిన త్రిభుజం ( )

   (A) సమబాహు త్రిభుజం (B) సమద్విబహు త్రిభుజం

   (C) విషమబాహు త్రిభుజం (D) లంబకోణ త్రిభుజం

3. అధిక కోణ త్రిభుజం యొక్క పరివృత్త కేంద్రం ఆ త్రిభుజానికి.....ఉంటుంది. ( )

   (A) అంతరంగా (B) బాహ్యంగా (C) ఏదేని ఒకభుజం వై (D) ఏదేని ఒకశీర్షంపై

4. ఒక లంబ కోణ త్రిభుజం యొక్క పరివృత్త కేంద్రం ( )

   (A) దానియొక్క ఏదేని ఒక శీర్షం (B) దాని కర్ణం యొక్క మధ్య బిందువు

   (C) ఏదేని ఒక భుజం పైని బిందువు (D) దాని అంతరంలోని ఏదేని బిందువు.

5. అల్పకోణ త్రిభుజం యొక్క బాహ్య కేంద్రం ..... ఉంటుంది. ( )

   (A) అంతర్భాగంలో (B) పెద్ద భుజం మీద (C) బాహ్యంగా (D) చిన్న భుజం మీద

6. ఒక త్రిభుజం శీర్షాల నుండి సమాన దూరంలో నుండు బిందువు ( )

   (A) గురుత్వ కేంద్రం (B) అంతర్గత కేంద్రం (C) పరివృత్త కేంద్రం (D) లంబ కేంద్రం

7. ΔABC లో H లంబ కేంద్రము అయిన ΔHBCయొక్క లంబ కేంద్రం ( )

   (A) శీర్షముA (B) శీర్షము B (C) శీర్షముC (D) BC యొక్క మధ్య బిందువు

8. ఒక త్రిభుజంలో ఒక భుజం యొక్క మధ్య బిందువును దాని ఎదుటి శీర్షములను కలుపు రేఖను ( )

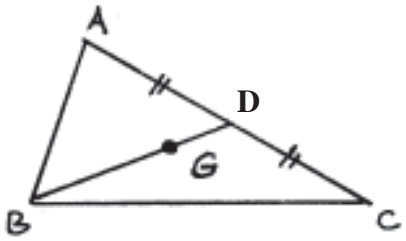
..... అంటాం

(A) శీర్షగతలంబం(ఉన్నతి) (B) లంబ సమద్వి ఖండనరేఖ

(C) మధ్యగత రేఖ (D) కోణ సమద్విఖండన రేఖ

9. పక్కపటములో BD మధ్యగత రేఖ G గురుత్వ కేంద్రం ( )

GD = 5 సెం.మీ అయిన BD = సెం.మీ



(A) 10 (B) 5 (C) 15 (D) 20

10. పక్క పటములో $\angle ACD$ = ( )

(A) 40^0 (B) 60^0

(C) 100^0 (D) 20^0

సమాధానములు

1. మిళిత రేఖలు
2. అంతరవృత్త కేంద్రము
3. అంతరవృత్తి కేంద్రము
4. పరవృత కేంద్రము (బహిర్గత కేంద్రం)
5. కర్ణము
6. బాహ్యంగా
7. లంబ
8. మధ్యగత రేఖ
9. గురుత్వ కేంద్రం
10. 2:1
11. 5 సెం.మీ
12. సమబాహు త్రిభుజం

CHOOSE THE CORRECT ANSWER

1. B
2. A
3. B
4. B
5. A
6. C
7. A
8. C
9. C
10. C

MATCH THE FOLLWING

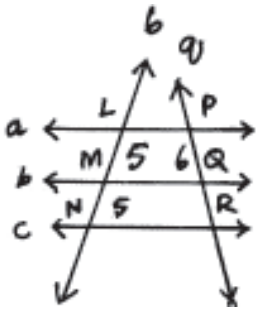
GROUP-A			GROUP-B
1. ఒక త్రిభుజంలోని అంతర కోణాల సమద్విఖండనరేఖల మిళిత బిందువు	( )	(A)	అంతర వృత్త కేంద్రము
2. ΔABC లో AD మధ్యగతం G గురుత్వ కేంద్రము AG : GD	( )	(B)	2:1
3. ఒకే బిందువును పరివృత్త కేంద్రము, అంతరవృత్త కేంద్రంగా గల త్రిభుజం	( )	(C)	సమబాహు త్రిభుజం
4. ΔABC లో $\angle B = \angle A + \angle C$ అయిన ఆ త్రిభుజ పరివృత్త కేంద్రం .....పై ఉంటుంది.	( )	(D)	AC
5. అధిక కోణ త్రిభుజం యొక్క పరివృత్త కేంద్రం, త్రిభుజానికి.....గా ఉంటుంది.	( )	(E)	బాహ్యంగా
		(F)	పరివృత్త కేంద్రం
		(G)	1:2
		(H)	AB
		(I)	అంతరంగా

16. చతుర్భుజములు

1 మార్కు ప్రశ్నలు

1. ఒక చతుర్భుజములో ఒక జత ఎదుటి కోణాలు సంపూరకాలు అయిన మిగిలిన కోణాలు గురించి ఏమి చెబుతావు?
2. చతురస్రం, రాంబస్‌ల మధ్యగల తేడాలను రాయండి
3. సమాంతర చతుర్భుజం, దీర్ఘ చతురస్రంతో ఎక్కడ విభేదిస్తుంది?
4. రాంబస్‌లో రెండు వరుస కోణములు 4:5 లో నున్న వాటి కొలతలు తెలుపండి.
5. ఒక ట్రెపీజియం యొక్క భూకోణముల కొలతలు 60, 85 అయిన మిగిలిన రెండు కోణాల కొలతలు తెలుపండి.
6. పక్క పటములో a||b||c. l, m లు తిర్యగ్రేఖలు.

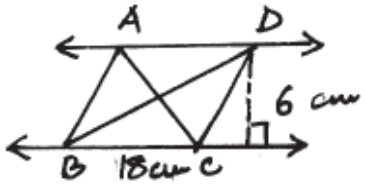
   LM = MN = 5 cm. PQ = 6 సెం.మీ. అయిన PR = ...



3 మార్కు ప్రశ్నలు

1. ABC త్రిభుజములో AB, BC మరియు CA భుజాల మధ్య బిందువులు క్రమంగా P,Q మరియు Rలు. AB = 8 సెం.మీ. BC = 7 సెం.మీ. CA = 10 సెం.మీ. అయినచో PQR త్రిభుజము యొక్క భుజాల కొలతలు కనుకొండి.
2. ఒక సమాంతర చతుర్భుజము ABCD లో $\angle A = (2x + 30)^0$ మరియు $\angle C = (3x + 20)^0$ అయిన x విలువెంత?
3. దీర్ఘ చతుర్భుజం యొక్క ధర్మాలను రాయండి.
4. పక్కపటములో BC = 18 సెం.మీ. ఉన్నతి DL = 6 సెం.మీ.

   అయిన సమాంతర చతుర్భుజం ABCD వైశాల్యమెంత?



5. పక్కపటము ABCD సమాంతర చతుర్భుజంలో AD = 10 సెం.మీ.

   CE $\perp$ AD అయిన ΔBPC వైశాల్యమెంత?

6. ట్రెపీజయం ABCD లో AB = 16 సెం.మీ. DC = 10 సెం.మీ. E, F లు వరుసగా AD, BC ల మధ్య బిందువులు EF అయిన పొడవు ఎంత?

5 మార్కు ప్రశ్నలు

1. ΔABC లో AD ఒక మధ్యగత రేఖ మరియు AD యొక్క మధ్య బిందువు E. BE ని పొడిగించినచో అది AC ని F వద్ద కలియును AC = 9 సెం.మీ, DG||BF అయిన AF పొడవును కనుగొనుము.

2. ఒకే భూమి (సమాన భూములు) పై స్థితమై ఒకే సమాంతర రేఖల మధ్య గల సమాంతర చతుర్భుజాల వైశాల్యాలు సమానాలు. అని చూపుము.

3. ఒకే భూమి పై స్థితమై, సమాన వైశాల్యాలు గల త్రిభుజాల ఉన్నతులు సమానాలు అని నిరూపించండి.

4. ABCD మరియు ACED లు రెండు సమాంతర చతుర్భుజాలు. ΔABC యొక్క వైశాల్యము 12 చ.సెం.మీ. CE = BC అయినచో ABED యొక్క వైశాల్యం కనుగొనండి.

5. ABCD రాంబస్‌లో $\angle ADC = 120^0$ అయిన ΔABD సమబాహు గల త్రిభుజమని చూపండి.

సమాధానాలు – 3 మార్కు ప్రశ్నలు

1. P.Q.R అనునవి వరుసగా

   AB, BC మరియు AC ల మధ్య బిందువులు

   AB=8 సెం.మీ, BC = 7సెం.మీ , AC = 10సెం.మీ,

   త్రిభుజములో రెండు భుజాల మధ్య బిందువులను కలుపు

   రేఖాఖండం మూడవ భుజంలో సగముంటుంది

   PR = 1/2 BC

   = 1/2 (7) = 3,5 సెం.మీ

   PQ = 1/2 AC

   = 1/2 (10) = 5 సెం.మీ

   QR = 1/2 AB

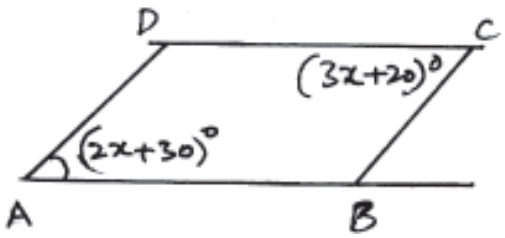
   = 1/2 (8) = 4 సెం.మీ

2. సమాంతర చతుర్భజములో ఎదుటి కోణాలు కొలతలు సమునాలు

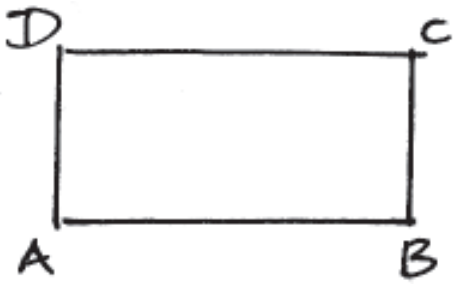
   $\angle A = \angle C$

   $2x + 30 = 3x + 20$

   $\therefore\ x = 10^0$



3. దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క ధర్మాలు



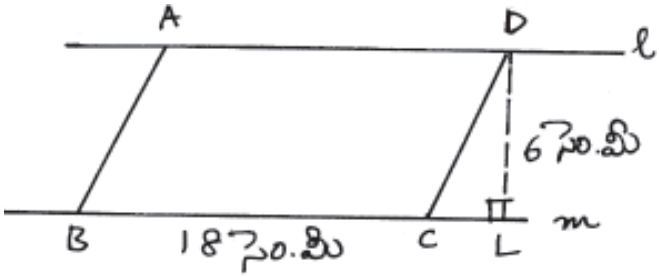
(a) ఎదుటి భుజాలు సమానాలు, సమాంతరాలు

(b) ప్రతికోణం కొలత 90^0

(c) కర్ణాలు పరస్పరం సమద్వి ఖండనం చేసికొనును

(d) కర్ణము దీర్ఘచతురస్రాన్ని రెండు సర్వ సమాన త్రిభుజాలుగా విభజిస్తుంది.

4. $l \parallel m$



$\therefore$ ABCD ఒక సమాంతర చతుర్భుజం

ఉన్నతి DL = 6 C.M

BC = 18 C.M

$\therefore$ ABCD వైశాల్యము = భూమి × ఉన్నతి

= 18 × 6

= 108 చ.సెం.మీ

5. ABCD ఒక సమాంతర చతుర్భుజం

AD =10 సెం.మీ.

ఉన్నతి = 6 సెం.మీ

$\therefore$ ABCD సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యం = భూమి × ఉన్నతి

= 10 × 6

= 60 చ.సెం.మీ

BPC మరియు సమాంతర చతుర్భుజం BCDA లు ఒకే భూమి

ఒకే సమాంతర రేఖల మధ్య ఉన్నవి.

$\therefore$ ΔBPC వై = 1/2 $\square$ ABCD వై

1/2 × 60 = 30 చ.సెం.మీ

6. ట్రెపీజియం ABCD లో

AB = 16 సెం.మీ CD = 10 సెం.మీ

E, F లు వరుసగా AD, BC ల మధ్య బిందువులు

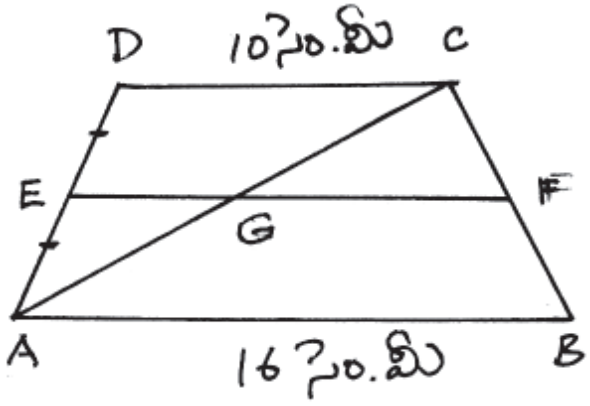
A,C కలుపు బడినవి.

G అనునది.

EF, AC ల ఖండన బిందువు.

Δ ADC లో EG || DC.

EG = 1/2 DC = 1/2 $\times$ 10 = 5 సెం.మీ



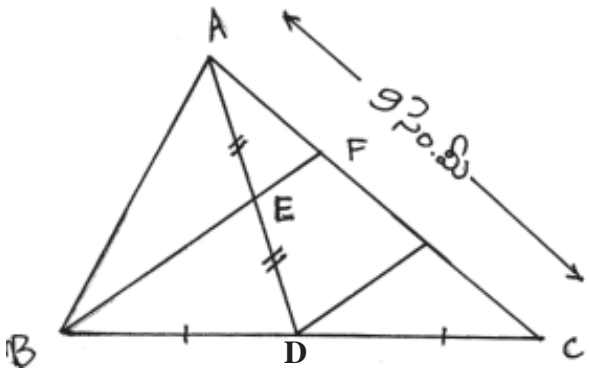
ABC లో GE || AB

GF = 1/2 AB = 1/2 $\times$ 16 = 8 సెం.మీ

EF = EG + GF = 5 + 8 = 13 సెం.మీ

సమాధానాలు – 5 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. ABC లో AD మధ్య గతం



$\therefore$ BD=DC . AC = 9 సెం.మీ.

AD మధ్య బిందువు E.

$\therefore$ AE = ED.

DG || BF.

Δ ADG లో AD మధ్య బిందువు E నుండి DG కి సమాంతరంగా EF ఉన్నది.

AF = FG ..... (1)

Δ BFC లో BD = DC.

మరియు = DG || BF

$\therefore$ FG = GC ..... (2)

(1), (2) ల నుండి AF = FG = GC

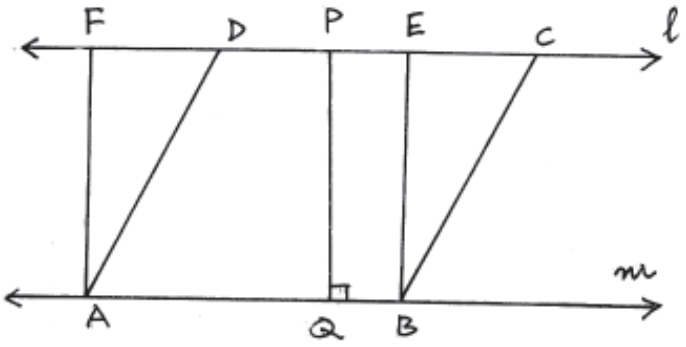
AC = AF + FG + GC

9 = AF + AF + AF

9 = 3 AF

AF = 9/3 = 3సెం.మీ.

2. $\square$ ABCD మరియు $\square$ ABEF లు



ఒకే భూమి AB, ఒకే సమాంతర రేఖలు

l, m లమధ్య నున్నవి

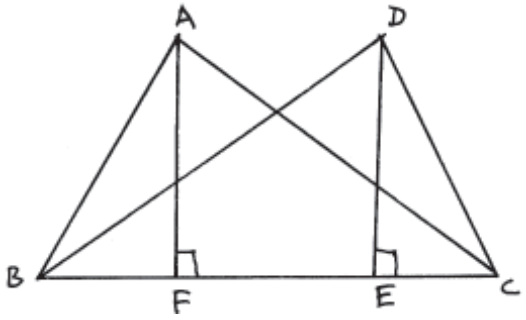
$AB \perp PQ$

$\therefore$ $\square ABCD$ = భూమి $\times$ ఉన్నతి

$= AB \times PQ$

$\therefore \square = ABEF$

3. $\triangle ABC$ మరియు $\triangle DBC$ లు ఒకే భూమి BC పై ఉన్నవి.



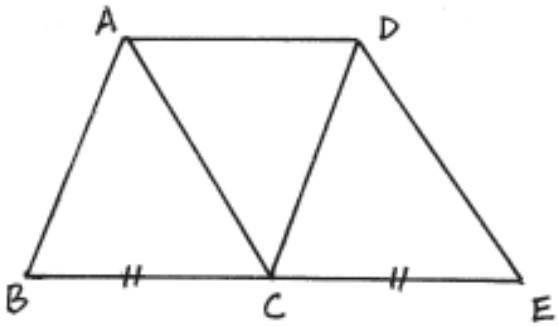
AF, DE లు $\triangle ABE$, $\triangle DBC$ ల ఉన్నతులు

$\triangle ABC$ వైశాల్యము = $\triangle DBC$ వైశాల్యము

$1/2 \times BC \times AF = 1/2 \times BC \times DE$

$AF = DE$

4. $\parallel\!\!\square$ ABCD మరియు $\parallel\!\!\square$ ACED లు



ఒకే ఉమ్మడి భుజం

AD నికలిగి ఉన్నవి

BC=CE

$\triangle ABC$ =12 చ. సెం.మీ

$AD \parallel BE$ కావున

$\triangle ABC$ యొక్క ఉన్నతి = $\triangle DCE$ యొక్క ఉన్నతి

$\therefore$ DCB వైశాల్యము = $\triangle ABC$ = 12 చ.సెం.మీ.

$\triangle$ ABCD లో AC ఒక కర్ణము

$\triangle ACD$ వై = $\triangle ABC$ వై

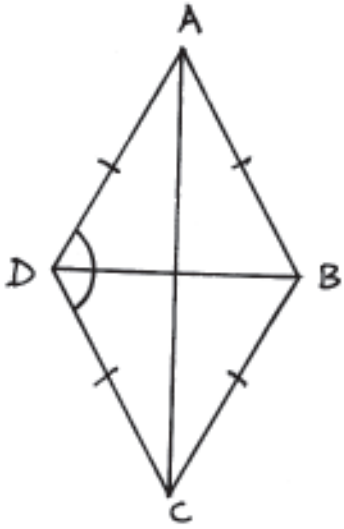
$\therefore$ ACD వై = 12 చ.సెం.మీ.

$\parallel\!\!\square ABED = \triangle ABD + \triangle ADC + \triangle DC$

$= 12 + 12 + 12$

$= 36$ చ. సెం.మీ

5. ABCD అనునది ఒక రాంబస్



కర్ణము 'DB', $\angle ADC$ ని

సమద్వి ఖండనం చేయును

$\angle ADB = 1/2 \angle ADC$

$= 1/2 \times 120^0$

$= 60^0$

Δ ADB లో AD = AB

$\therefore \angle ADB = \angle ABD$

$\therefore \angle ABD = 60^0$

$\angle DAB = 180^o - (\angle ADB + \angle ABD)$

$= 180 - (60 + 60)$

$= 60^0$

కావున Δ ABD ఒక సమ బహు త్రిభుజం.

ఖాళీలను పూరించండి.

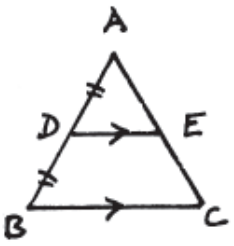
1. ఒక చతుర్భుజములోని ఒక జత ఎదుటి భుజాలు సమాంతరాలు అయినఅది.....
2. రాంబస్ లో ఒక కోణము కొలత 90° అయిన అది.....
3. చతుర్భుజము లోని కోణాల కొలతల మొత్తము.....
4. ABCD సమాంతర చతుర్భుజములో $\angle A = 80^\circ$ అయిన $\angle B$ =?
5. ఒక త్రిభుజంలో రెండు భుజాలమధ్య బిందువులను కలుపు రేఖ ముడవ భుజము కొలతలో.....ఉండును.
6. ఒక త్రిభుజం యొక్క వైశాల్యం 36 చ.సెం.మీ అయిన దాని భుజాల మధ్య బిందువులను కలుపగా ఏర్పడు త్రిభుజ వైశాల్యము.....
7. ఒక చతుర్భుజం యొక్క నాలుగు బాహ్య కోణాల (అను క్రమంగా) కొలతల మొత్తము.....
8. పక్కపటములో AB మధ్య బిందువు D. AC మధ్య బిందువు E.

   DE = 5 సెం.మీ. అయిన BC = ...సెం.మీ

9. ఒక చతుర్భుజములో కర్ణాలు పరస్పరం సమద్వి ఖండనం చేసికొంటే అది.....

10. పక్క పటములో AB యొక్క మధ్య బిందువు D. DE || BC

AE = 6 సెం.మీ అయిన EC కొలత ఎంత?



బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు

1. ఒక చతుర్భుజములో రెండు జతల ఎదుటి భుజాలు సమాంతరాలు అయిన అది..... ( )

   (A) సమాంతర చతుర్భుజ (B) సమలంబ చతుర్భుజం (C) రాంబస్ (D) దీర్ఘ చతుర్భుజం

2. కర్ణాలు పరస్పరం లంబసమద్వి ఖండనం చేసి కొను చతుర్భుజం ( )

   (A) దీర్ఘచతురసం (B) సమాంతర చతుర్భుజం (C) చతురసం (D) సమలంబ చతుర్భుజం

3. ఒక చతుర్భుజములో ఎదుటి భుజాల కొలతలు సమానాలయిన అది ( )

   (A) రాంబస్ (B) ట్రెపీజియం (C) సమాంతర చతుర్భుజం (D) చతురస్రం

4. ABCD సమాంతర చతుర్భుజము యొక్క భూమి AB = 10 సెం.మీ. AB మరియు CD ల మధ్య దూరము 5.6 సెం.మీ. అయిన దాని వైశాల్యము.....చ. సెం.మీ ( )

   (A) 28 సెం.మీ (B) 56 చ.సెం.మీ (C) 15.6 చ.సెం.మీ (D) 60 చ.సెం.మీ

5. ఒక చతుర్భుజములోని ఏ రెండు వరుస కోణముల కొలతలు సంపూరకాలయిన అది..... ( )

   (A) పతంగము (B) ట్రెపీజియం (C) చతుర్భుజం (D) సమాంతర చతుర్భుజం

6. ఒక త్రిభుజము యొక్క చుట్టు కొలత 36 సెం.మీ. అయిన అత్రిభుజం భుజాల మధ్య బిందువులను కలుపగా ఏర్పడు త్రిభుజము చుట్టు కొలత ( )

   (A) 18 సెం.మీ (B) 12 సెం.మీ (C) 72 సెం.మీ (D) 30 సెం.మీ

జవాబులు : ఖాళీలనుపూరించండి.

1. ట్రెపీజీయం
2. చతురస్రం
3. 360^0
4. 100^0
5. సగము
6. 9 చ.సెం.మీ
7. 360^0

8. 10 సెం.మీ

9. సమాంతర చతుర్భుజము

10. 6 సెం.మీ

జవాబులు బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు

1. A
2. C
3. C
4. B
5. D
6. A

జతపరచండి.

A		B
1. రాంబస్‌లో ఒక కోణం కొలత 90^0. అయిన అది .....అవుతుంది.	( )	A) చతురస్రం
2. సమాంతర చతుర్భుజంలో ఒక కోణం కొలత 90^0. అయిన అది.....అవుతుంది.	( )	B) దీర్ఘచతురస్రం
3. సమాంతర చతుర్భుజంలో ఎదుటి కోణాల కొలతల మొత్తము 180^0 అయిన అది .....అవుతుంది	( )	C) దీర్ఘచతురస్రం
4. సమచతుర్భుజం లోని కర్ణాల మధ్య కోణం కొలత	( )	D) 90^0
5. ΔABC లో BC = 10 సెం.మీ. AB, BCల మధ్య బిందువులను కలుపు రేఖా ఖండం పొడవు	( )	E) 5సెం.మీ
		F) సమాంతర చతుర్భుజం
		G) రాంబస్
		H) 60^0
		I) 10 సెం.మీ

17. త్రిభుజాల సరూపత్వము

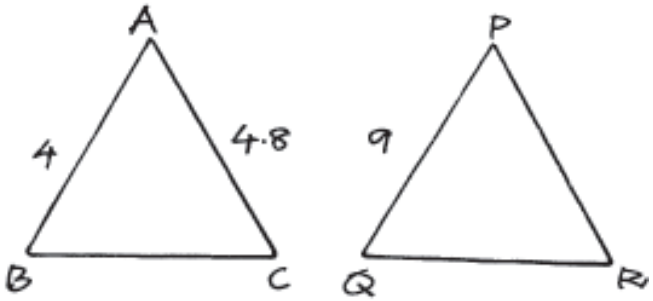
3 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. ప్రక్క పటములో $\Delta ABC \sim \Delta PQR$

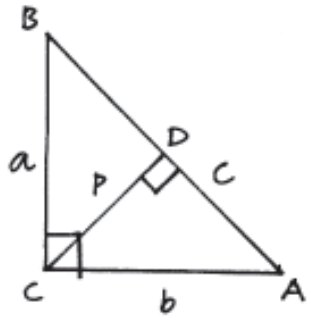
   $AC = 4.8$ సెం.మీ, $AB = 4$ సెం.మీ,

   మరియు $PQ = 9$ సెం.మీ అయిన PR

   పొడవు ఎంత?



2. లంబకోణ త్రిభుజము ABC లో C వద్ద లంబకోణము కలదు. C గుండా AB పైకి గీయబడిన లంబము పొడవు P యూనిట్లు అయిన $pc = ab$ అని చూపండి.



3. PQR అను ఒక సమద్వి బాహు త్రిభుజములో $\angle Q = 90^0$, అయిన $PR^2 = 2\ PQ^2$ అని చూపండి.

4. ΔABC లో $\angle B = 90^0$ AB మరియు AC భుజాల మధ్య బిందువులు L మరియు M అయిన $4LC^2 = AB^2 + 4\ BC^2$ అని చూపండి.

5. ఒక వ్యక్తి తన ఇంటి నుండి తిన్నగా తూర్పుదిశలో 150 మీ. నడిచి అక్కడి నుండి ఉత్తర దిశలో 200 మీ. నడిచెను. అయిన అతడు తన ఇంటి నుండి ఎంత దూరములో ఉండును?

5 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. $2a$ భుజము గాగల సమబాహు త్రిభుజ వైశాల్యమును కనుగొనండి.

2. పక్క పటము నుండి

   $AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2BC \cdot BD$

   అని చూపండి.

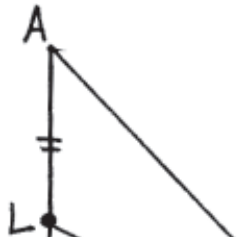
3. 12 మీ. మరియు 17 మీ. పొడవు గలిగిన రెండు బొంగులు సమతల భూమిపై నిలిచియున్నవి. వాని పాదముల మధ్య దూరము 12 మీ. అయినచో వాని శీర్షముల మధ్య దూరమును కనుగొనుము.

4. లంబకోణ త్రిభుజము A B C లో $\angle B = 90^0$ B నుండి A C పైకి గీయబడిన లంబము "p" అయిన $\frac{1}{p^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ అని రుజువు చేయండి.

5. ఒక త్రిభుజ భుజాలు 28 సెం.మీ, 26 సెం.మీ, మరియు 48 సెం.మీ. వానిలో కనిష్ట భుజానికెదురుగా నుండు కోణ సమద్వి ఖండన రేఖ విభజించు రేఖా ఖండాల పొడవులను కనుగొనండి.

సమాధానములు – 3 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. ప్రక్క పటములో (అనురూప భుజాల నిష్పత్తులు సమానం)



$\Delta A B C \sim \Delta P Q R$

$PR = x$ అనుకొనినచో

$= \frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR}$

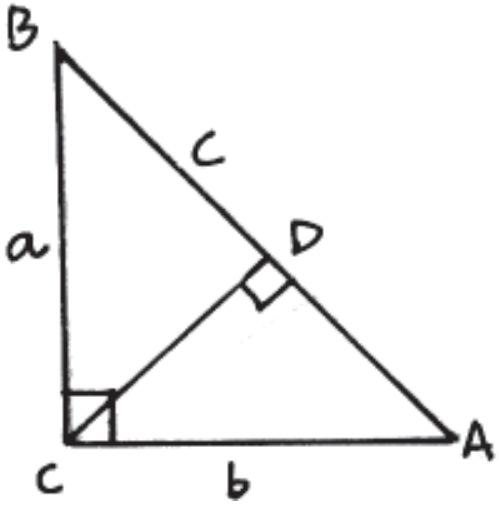
$= \frac{4}{9} = \frac{4.8}{x}$

$\therefore 4x = 43.2$

$\therefore x = \frac{43.2}{4} = 10.8$

$\therefore$ PR $= 10.8$ యూనిట్లు

2. $\Delta A B C$ లో $C = 90^0$



$\Delta A B C$లో $CD \perp AB$

$\Delta A B C$ వై $= \frac{1}{2} \times$ భూ $\times$ ఎ

$= \frac{1}{2} c \times p = \frac{cp}{2}$ ...(1)

$\Delta A B C$ లో $C = 90^0$

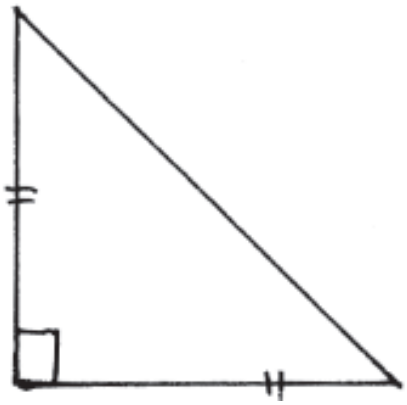
ΔABC వై $= \frac{1}{2} \times$ భూ $\times$ ఎ

$$= \frac{1}{2} \text{ b} \times \text{a}$$

(1) లో (2) ల వలన $\frac{cp}{2} = \frac{ab}{2}$

$\therefore \quad cp = ab$

3. $\Delta PQR \ \angle Q = 90^0$



$\therefore$ PQ = QR

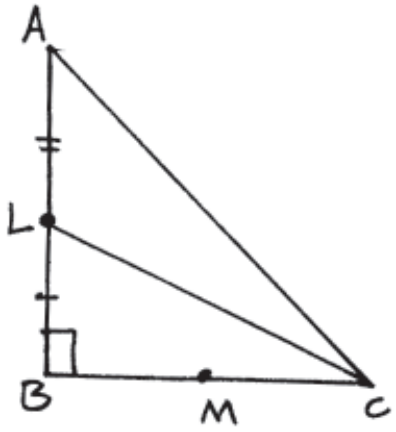
$\therefore$ పైథాగరస్ సిద్ధాంతం ప్రకారం

$PR^2 = PQ^2 + QR^2$

$= PQ^2 + PQ^2 \quad (\quad PQ = QR)$

$= 2\ PQ^2$

4. ΔABC లో $\angle B = 90^0$



$\therefore \quad LB^2 = LC^2 - BC^2$

$LC^2 = LB^2 + BC^2$

$\therefore \quad = \left(\frac{AB}{2}\right)^2 + BC^2$

$\therefore \quad = \frac{AB^2}{4} + BC^2$

$\therefore \quad 4\ LC^2 = AB^2 + 4BC^2$

5. ఒక వ్యక్తి తన ఇంటి నుండి తూర్పు దిశలో నడిచిన దూరము = 150 మీ.

$\therefore$ OA = 150

అటు నుండి ఉత్తర దిశలో నడిచిన

దూరము = 200 మీ.

$\therefore \quad$ AP = 200 మీ

$\therefore \quad$ OP $= \sqrt{AP^2 + OA^2}$

$= \sqrt{40000 + 22500}$

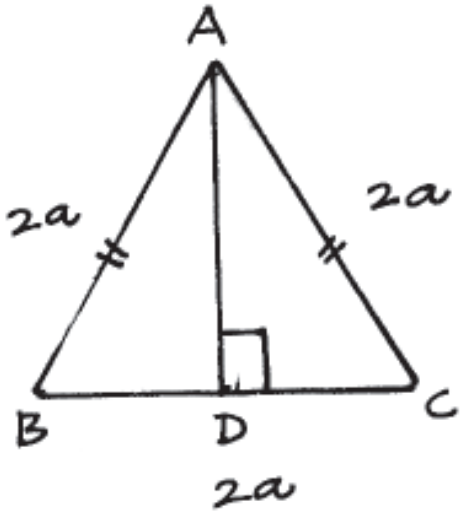
$= \sqrt{62500}$

= 250 మీ

ఇంటి నుండి తాను ఉన్నదూరము = 250 మీ.

సమాధానములు – 5 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. సమబాహు త్రిభుజము A B C = లో AB = 2 a, AD $\perp$ B C



$$\therefore \quad BD = \frac{2a}{2} = a$$

$$\therefore \quad AD^2 = AB^2 - BD^2$$

$$= (2a)^2 - (a)^2$$

$$= 4a^2 - a^2 = 3a^2$$

$$AD = a\sqrt{3}$$

$$\Delta \text{ వైశాల్యము} = \frac{1}{2} \times \text{భూ} \times \text{ఎ}$$

$$= \frac{1}{2} \times 2a \times a\sqrt{3}$$

$$= a^2\sqrt{3} \quad \text{చ.యూ}$$

2. Δ A D C లో $\angle D = 90^0$

$$AC^2 = AD^2 + DC^2$$

$$= AB^2 - BD^2 + DC^2$$

$$= AB^2 - DB^2 + (DB + BC)^2$$

$$= AB^2 - DB^2 + DB^2 + 2DB.\ BC + BC^2$$

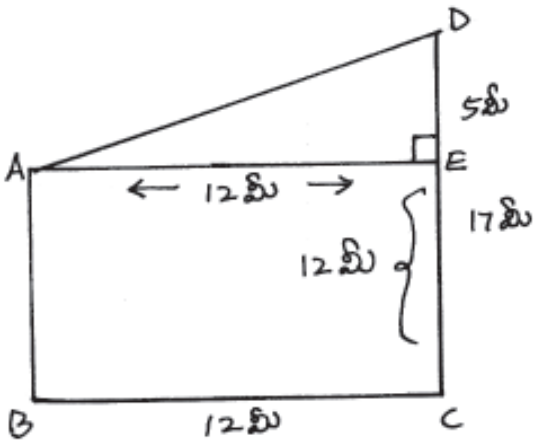
$$AC^2 = AB^2 + 2DB.\ BC + BC^2$$

3. AE = BC = 12 బొంగుల పొడవులు

DE = AC – EC AB = 12 మీ

= 17 – 12 = 5 DC = 17 మీ

వాటి మధ్యదూరము 12మీ



AE = BC = 12 మీ

DE = AC – EC

= 17 – 12 = 5మీ

వాటి శీర్షాల మధ్యదూరము $AD = \sqrt{AE^2 + DE^2}$

$= \sqrt{12^2 + 5^2}$

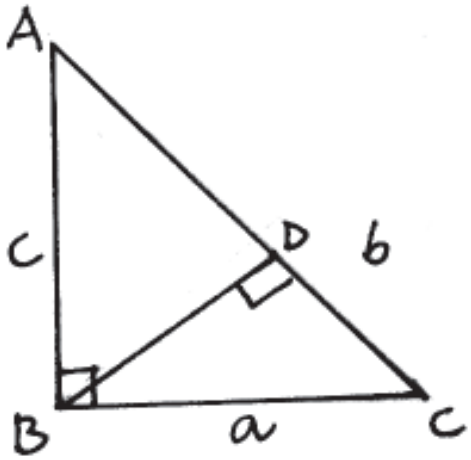
$= \sqrt{144 + 25}$

$= \sqrt{169} = 13$

4. ΔABC లో $\angle B = 90^0$

$BD \perp AC, BD = p$

$AC = b, \quad BC = a$



ABC వై $= \frac{1}{2} \times$ భూ $\times$ ఎ

$= \frac{1}{2} \times b \times p$

$= \frac{1}{2} bp.$

కాని $\angle ABC$ వై $= \frac{1}{2} \times$ భూ $\times$ ఎ

$= \frac{1}{2} \times a \times c = \frac{1}{2} ac$

$\therefore \quad \frac{1}{2} bp = \frac{1}{2} ac$

$bp = ac \quad \therefore b = \Rightarrow \frac{ac}{\rho}$ ...(1)

ΔABC లో $\angle B = 90^0$

$\therefore \quad b^2 = a^2 + c^2$

$\left(\frac{ac}{p}\right)^2 = a^2 + c^2$

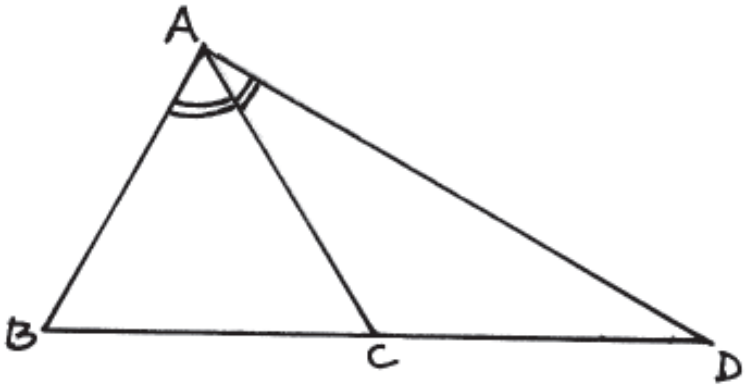
$\therefore \quad \frac{1}{p2} = \frac{a^2 + c^2}{a^2 c^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{c^2}$

5. ΔABD లో $\angle A$ యొక్క సమద్విఖండన రేఖ AC

$BC = x$ యూ. అనుకొనిన

$CD = (26 - x)$యూ.

$\therefore \quad \frac{28}{x} = \frac{48}{26-x}$ ($\therefore$ AC అనునది కోణ సమద్విఖండన రేఖ)



$28\,(26 - x) = 48\,x$

$728 - 28\,x = 48\,x$

$728 = 76\,x$

$\therefore \quad x = \frac{728}{76} = 9\frac{11}{19}.$

$\therefore \quad BC = x = 9\frac{11}{19}.$

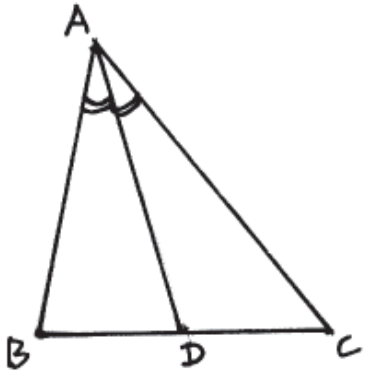
$CD = 26 - x = 26 - 9\frac{11}{19} = 16\frac{8}{19}.$

ఖాళీలను పూరించండి.

1. రెండు బహు భుజులలోని అనురూప కోణాల కొలతలు సమానమై, అనురూప భుజాలు ఒకే నిష్పత్తిలో ఉంటే అది.....
2. రెండు త్రిభుజాలలో అనురూప కోణాల కొలతలు సమానమైతే, అవి.....
3. రెండు త్రిభుజాలలో అనురూప భుజాలు ఒకే నిష్పత్తిలో ఉంటే అవి.....
4. ఒక త్రిభుజంలోని ఒక భుజానికి సమాంతరంగా ఒక రేఖను గీసినచో అది మిగిలిన రెండు భుజాలను ..... విభజిస్తుంది.
5. పక్కనున్న పటములో AD అనునది

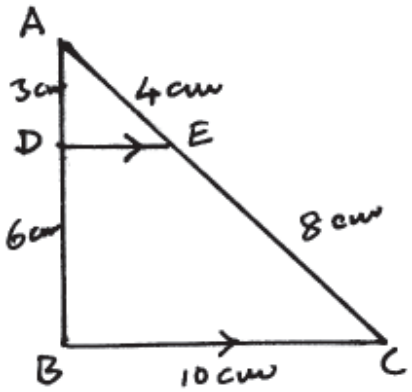
   $\angle BA\,C$ యొక్క సమద్విఖండన రేఖ

   అయిన $\frac{BD}{DC}$ = ...



6. పక్క పటములో $DE \parallel BC$

అయిన DE = ...



7. సరూప త్రిభుజాల వైశాల్యాల నిష్పత్తి వాని అనురూప భుజాల ..... నిష్పత్తికి సమానము.

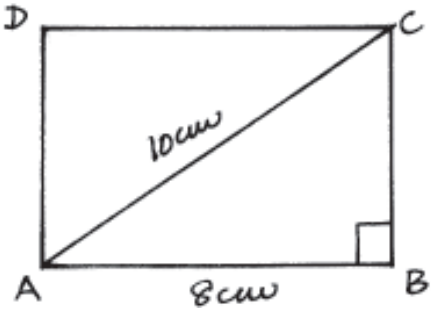
8. రెండు సరూప త్రిభుజాల భుజాలు 3 సెం.మీ, 5 సెం.మీ. అయిన వాటి వైశాల్యాల నిష్పత్తి.....

9. ఒక త్రిభుజము యొక్క భుజాల కొలతలు 3 సెం.మీ., 4 సెం.మీ మరియు 5 సెం.మీ. అయిన కోణాల కొలతల దృష్ట్యా అది.....త్రిభుజము

10. ΔABC లో $AB^2+BC^2 = AC^2$ అయిన లంబశీర్షము.....

11. $ABCD$ అను దీర్ఘచతురస్రములో AC =10 సెం.మీ.

AB = 8 సెం.మీ. అయిన BC =.....



12. 10 సెం.మీ భుజము గల చతురస్రం యొక్క కర్ణము పొడవు..... సెం.మీ

జవాబులు ఖాళీలను పూరించండి.

1. సరూపాలు
2. సరూపాలు
3. సరూపాలు
4. ఒకే నిష్పత్తిలో
5. AB/AC
6. 5 సెం.మీ
7. వర్గాల
8. 9/ 25

9. లంబకోణ

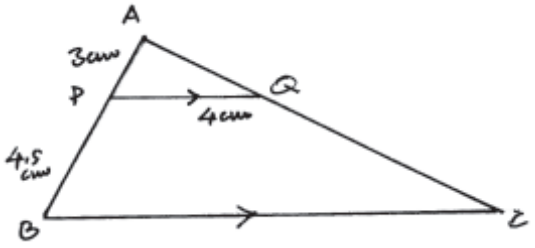
10. B

11. 6

12. $10\sqrt{2}$

బహుళ్ళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు

1. ప్రక్క పటములో PQ ‖ BC అయిన BC = ( )



(A) 8 సెం.మీ. (B) 10 సెం.మీ.

(C) 7 సెం.మీ (D) 5.5 సెం.మీ

2. ఒక లంబకోణ త్రిభుజంలో లంబకోణాన్ని కలిగి ఉన్న భుజాల పొడవులు 5 సెం.మీ. మరియు 12 సెం.మీ, కర్ణము యొక్క పొడవును .....సెం.మీ. ( )

(A) 13 సెం.మీ (B) 17 సెం.మీ (C) 7 సెం.మీ (D) 13 సెం.మీ

3. రెండు సరూప త్రిభుజాల వైశాల్యాల నిష్పత్తి 16:25 అయిన వాటి భుజాల నిష్పత్తి ( )

(A) 16:25 (B) 25:16 (C) 4:5 (D) 5:4

4. ఈ క్రింది వాటిలో లంబకోణ త్రిభుజ భుజాలు కొలతలు. ( )

(A) 3 సెం.మీ, 4 సెం.మీ, 5 సెం.మీ (B) 4 సెం.మీ, 5 సెం.మీ, 6 సెం.మీ

(C) 4 సెం.మీ, 5 సెం.మీ, 5 సెం.మీ (D) 4 సెం.మీ, 4 సెం.మీ, 5 సెం.మీ

5. ఈ క్రింది బహుభుజాలు ఎల్లప్పుడూ సరూపాలే. ( )

(A) చతురస్రాలు (B) దీర్ఘచతురస్రాలు (C) త్రిభుజాలు (D) ట్రెపీజియాలు

6. $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ మరియు $\angle A = 50^0$ అయిన $\angle Q + \angle R$ యొక్క కొలత ( )

(A) 50^0 (B) 40^0 (C) 90^0 (D) 130^0

జవాబులు బహుళ్ళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు

1. B 4. A

2. A 5. A

3. C 6. D

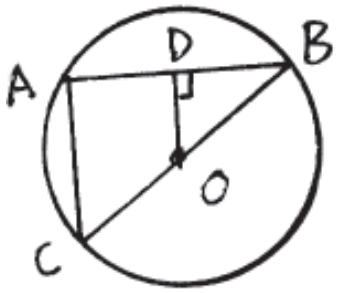
త్రిభుజాల సరూపత జతపరచండి.

గ్రూప్ - ఎ		గ్రూప్ - బి
1. $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ మరియు $\angle P + \angle Q = 140^0$ అయిన $\angle C$ కొలత =	( )	ఎ) 40^0
2. $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ మరియు వాటి వైశాల్యాల నిష్పత్తి 25:16 అయిన వాటి అనురూప భుజాల కొలతల నిష్పత్తి	( )	బి) 5:4
3. ΔABC లో $\angle B = 90^0$ AB = 12 సెం.మీ. BC = 5సెం.మీ అయిన AC కొలత	( )	సి) 13 సెం.మీ.
4. ఒక త్రిభుజ PQR లో $\angle Q$ యొక్క సమద్విఖండన రేఖ QS అయిన $\frac{PQ}{QR}$ =	( )	డి) $\frac{PS}{SR}$
5. ΔPQR లో $PQ^2 + QR^2 = PR^2$ అయిన అది ఒక	( )	ఇ) లంబకోణ త్రిభుజము
		యఫ్) 50^0
		జీ) 4:5
		హెచ్) 17 సెం.
		ఐ) $\frac{QR}{PS}$

18. వృత్తములు

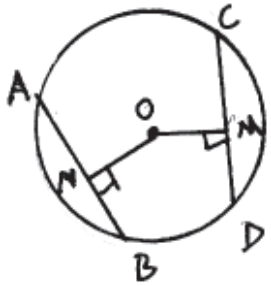
3 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. 'O' కేంద్రముగా గల వృత్తము యొక్క జ్యా AB కి OD లంబము. BC వ్యాసము అయిన CA = 2. OD అనిచూపండి.

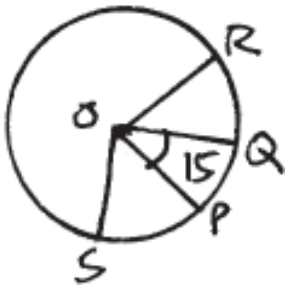


2. ఒక వృత్తములోని జ్యా పొడవు 16 సెం.మీ కేంద్రము నుండి జ్యాకు మధ్యగల దూరము 6 సెం.మీ అయిన వ్యాసార్ధము పొడవెంత?

3. O కేంద్రముగా గల వృత్తములో AB, CD లు సమాన జ్యాలు. OM $\perp$ AB మరియు ON $\perp$ CD అయిన OM = ON అని చూపండి.



4. పక్కపటములో చాపము PQ $\cong$ చాపము QR, $\angle POQ = 15^0$ మరియు $\angle SOR = 110^0$ అయిన $\angle SOP$ ఎంత?

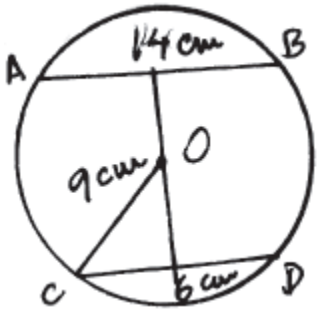


5. 'O' కేంద్రముగా గల వృత్తములో జ్యా PQ $\cong$ జ్యా RS అయిన జ్యా PQ జ్యా QS అని చూపండి.

6. ఒక వృత్తములో క్రమ పంచభుజి అంతర్లిఖించబడినది. పంచభుజి ప్రతి కోణము కేంద్రము వద్ద చేయు కోణాన్ని కనుగోనండి.

5 మార్కుల ప్రశ్నలు

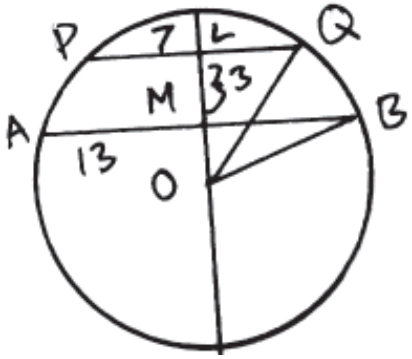
1. 'O' కేంద్రముగా గల వృత్తములో OC = 9 సెం.మీ. AB = 14 సెం.మీ, CD = 6 సెం.మీ గల రెండు సమానాంతర జ్యాలు. అయిన $\overline{AB}, \overline{CD}$ జ్యాల మధ్య దూరమును కనుగొనుము.



2. 'O' కేంద్రముగా గల వృత్తములోని రెండు జ్యాలు AB మరియు CD లు వృత్త అంతరంలో P వద్ద ఖండించుకొంటున్నాయి. OM $\perp$ CD మరియు ON $\perp$ AB మరియు $\angle OPM = \angle OPN$ అయినచో (i) OM = ON మరియు (ii)AB = CDఅని నిరూపించండి.

3. ఒక వృత్తపు వ్యాసము రెండు సమాంతర జ్యాలలో ఒకదానిని సమద్విఖండన చేసిన అది రెండవ జ్యాను కూడ సమద్విఖండన చేయునని చూపుము.

4. 'O' కేంద్రముగా గల వృత్తములో PQ మరియు AB లు సమానాంతర జ్యాలు AB = 13 సెం.మీ. PQ = 7 సెం.మీ. PQ, AB ల మధ్య దూరము 3 సెం.మీ అయిన వ్యాసార్ధము పొడవు ఎంత?



సమాధానములు – 3 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. OD $\perp$ AB కావున AB కి D మధ్య బిందువు

CB వ్యాసము 'O' కేంద్రము కావున 'O' CB కి మధ్యబిందువు

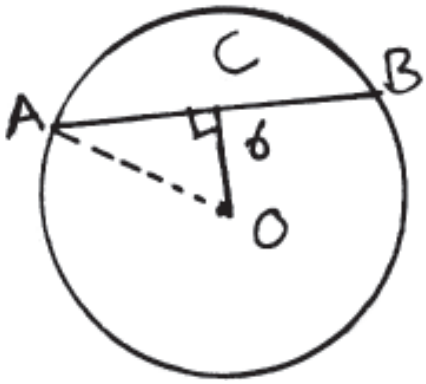
ΔABC లో AB, BC ల మధ్యబిందువులు వరుసగా D,O లు

Δ లో రెండు భుజాల మధ్య బిందువులను కలుపు రేఖాఖండము మూడవ భుజము లో సగము కావున

$$OD = \frac{1}{2} AC$$

$$\therefore \quad AC = 2.OD$$

2. జ్యా $\overline{AB}$ పొడవు 16 సెం.మీ కావున అర్ధ జ్యా $\overline{AC}$ పొడవు $\frac{16}{2} = 8$ సెం.మీ OC – AB కావున Δ AC O లం. కో. త్రిభుజం లో $\angle C = 90^0$



$AO^2 = AC^2 + OC^2$

$= 6^2 + 8^2$

$= 36 + 64$

$= 100$

$AO = 10$ సెం.మీ

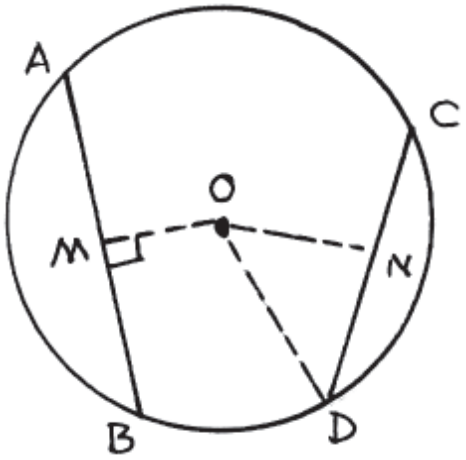
AO వ్యాసార్ధం కొలత 10 సెం.మీ

3. $OM \perp AB$

$\therefore MB = \frac{1}{2} AB$

$ON \perp CD$

$\therefore DN = \frac{1}{2} CD$



కాని $AB = CD$

$\overline{MB} \cong \overline{DN}$

O, B మరియు O,D కలుపుము

ΔOMB, ΔOND లలో

$\overline{MB} \cong \overline{DN}$

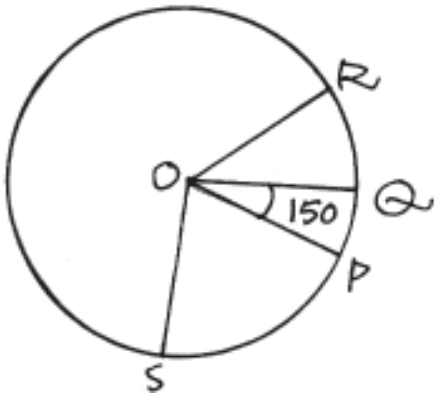
$OB = OD$ వ్యా అ

$\angle M = \angle N = 90^0$

$\therefore$ $\Delta OMB \cong \Delta OND$ (లం. క.భు)

$\therefore$ $\overline{OM} \cong \overline{ON}$

4. $\overset{\frown}{PQ} \cong \overset{\frown}{QR}$



$\angle POQ \cong \angle QOR = 15^0$

$m \angle SOR = m \angle SOP + m \angle POQ + m \angle QOR$

$110^0 = m \angle SOP + 15^0 + 15^0$

$m \angle SOP = 11^0 - 30^0$

$= 80^0$

5. $\overline{PQ} \cong \overline{RS}$ దత్తాంశము

ΔPQR మరియు ΔSRQ లలో

$\overline{QR} \cong \overline{RQ}$ ఉమ్మడిభుజం

$m \angle QPR \cong m \angle RSQ$ (QR తో ఏర్పడిన కోణాలు)

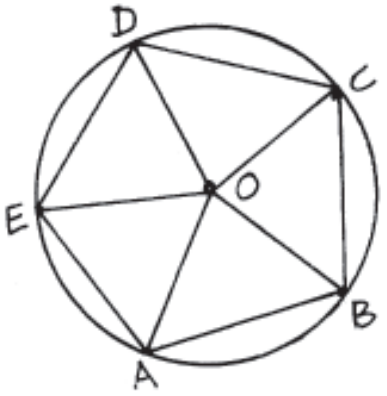
$m \angle QRP \cong m \angle RQS$ $\because \overline{PQ} \cong RS$

$m \angle PQR \cong m \angle SRQ$ ($\therefore$ కోణాల మొత్తం 180^0)

$\Delta PQR \cong \Delta SRQ$

$\overline{PR} \cong \overline{QS}$

6. అంతర్లిఖిత క్రమ పంచభుజి కేంద్రము 'O' అనుకొనిన



$\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CD} \cong \overline{DE} \cong \overline{EA}$

$m \angle AOB = m \angle BOC \cong \angle COD \cong \angle DOE \cong \angle EOA$

$m \angle AOB + m \angle BOC + m \angle COD + m \angle DOE$

$m \angle EOA = 360^0$

$= \frac{360}{5} = 72^0$

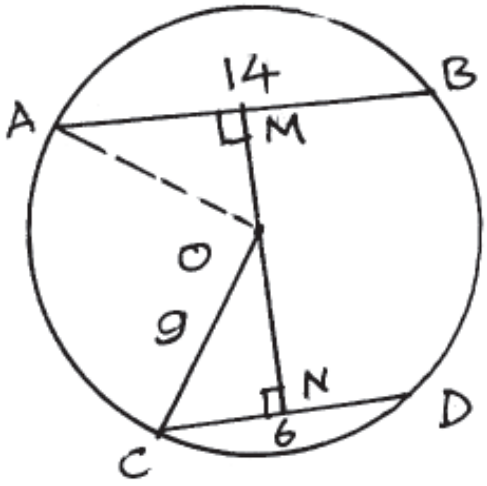
5 మార్కుల సమాధానాలు

1. O,A లను కలుపుము.

$OM \perp AB$ మరియు $ON \perp CD$ లను గీయుము

$AM = \frac{1}{2} AB = \frac{14}{2} = 7$ సెం.మీ

$CN = \frac{1}{2} CD = \frac{6}{2} = 3$ సెం.మీ.



Δ AOM లంబకోణ త్రిభుజం

$OM^2 = OA^2 - AM^2 = 9^2 - 7^2$

$= 81 - 49 = 32$

$OM = \sqrt{32}$

Δ ONC లో $ON^2 = OC^2 - CN^2 = 9^2 - 3^2$

$= 81 - 9 = 72$

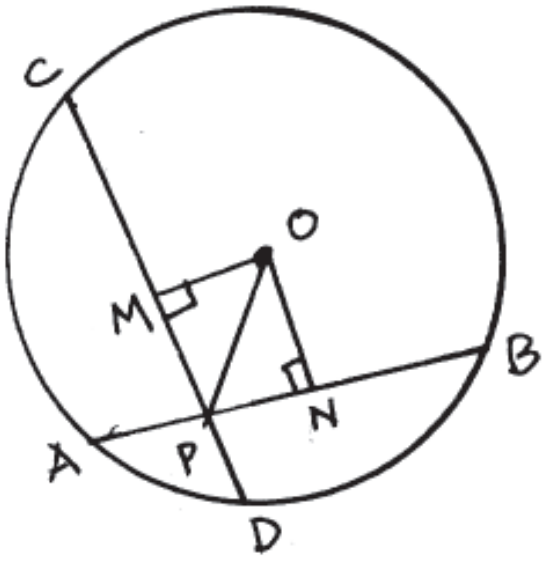
$ON = \sqrt{72}$

AB || CD మరియు MN లంబము కావున

$MN = MO + ON = \sqrt{32} + \sqrt{72}$

$= 4\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$ సెం.మీ.

2. ΔOPM , ΔOPN లలో



$\overline{OP} \cong \overline{OP}$ ఉ. భు

$m\angle OMP \cong \angle OPN = 90^0$

$m\angle OPM = m\angle OPN$

$m\angle POM = m\angle PON$

$\Delta POM = \Delta PON$ కో.భు.కో.

$\overline{OM} \cong \overline{ON}$

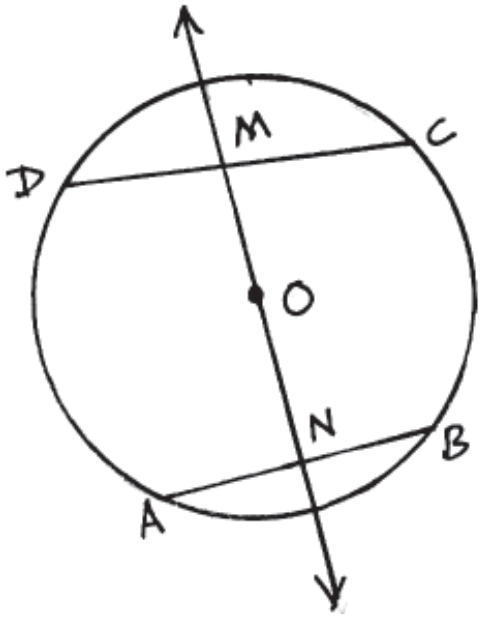
$\overline{AB} \cong \overline{CD}$ సమాన దూరములో నున్న జ్యాలు.

3. "O" కేంద్రముగా గల వృత్తములో $\overline{CD}, \overline{AB}$ లు సమాంతరములుగా గల రెండు జ్యాలు.

$\overrightarrow{DC}$ మధ్య బిందువు "M"

$\overrightarrow{MO}$ కిరణము $\overline{AB}$ ని "N" వద్ద ఖండించుననుకొనుము.

$\overline{CD}$ కి మధ్య బిందువు M కావున $\overline{OM}$, $\overline{DC}$ కి లంబ సమద్వి ఖండన రేఖ



$\overline{CD} \,||\, \overline{AB}$ కావున

$m\angle CMO = m\angle ONA = 90^0$ ఏకాంతర కోణములు

$\overline{MN}$ లంబము AB

N, $\overline{AB}$ మధ్య బిందువు

$\overline{MN}$ రేఖాఖండము $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ లకు లంబ సమద్విఖండన రేఖ

4. AB = 13 సెం.మీ MB = 6.5 సెం.మీ

PQ = 7 సెం.మీ LQ = 3.5 సెం.మీ

LM = 3 సెం.మీ MO = x సెం.మీ

OQ = OB = r సెం.మీ. అనుకొనుము.

ΔOLQ లం. కో. త్రిభుజంల

$OQ^2 = LQ^2 + OL^2$

$= (3.5)^2 + (x + 3)^2$

ΔOMB

$OB^2 = MB^2 + OM^2$

$= (6.5)^2 + x^2$

OQ = OB = r

$(3.5)^2 + (x+3)^2 = (6.5)^2 + x\,2$

$12.25 + x^2 + 6x + 9 = 42.25 + x^2$

$6x + 30 - 9$

$6x = 21$

$x = \frac{21}{6} = \frac{7}{2} = 3.5$

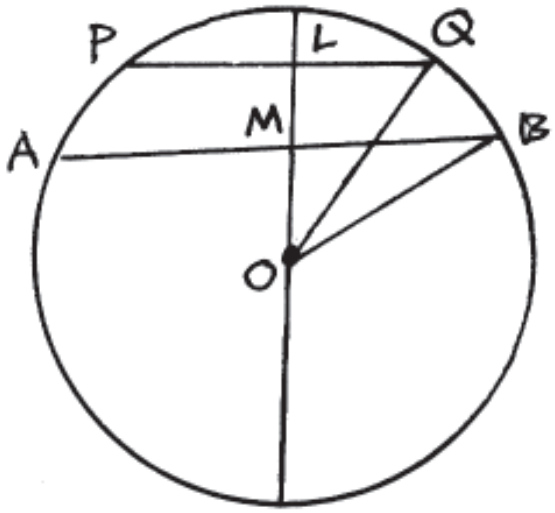
$OB^2 = r^2 = MB^2 + OM^2$

$= (6.5)^2 + (3.5)^2$

$= 42.25 + 12.25$

$= 54.50$

$r = \sqrt{54.50}$

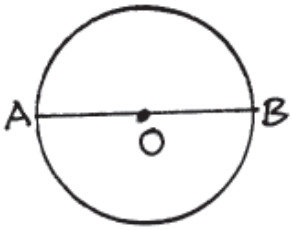


ఖాళీలను పూరించండి.

1. ఒక సమతలములోనున్న ఒక బిందువు నుండి సమాన దూరములో నున్న అన్ని బిందువుల సముదాయమును .....

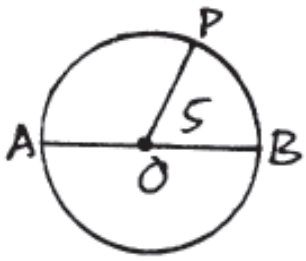
2. పక్కపటము 'O కేంద్రము గా గల వృత్తములో

   $\overline{AB}$ను ..... అంటాం.



3. పక్క పటములో 'O' కేంద్రముగా గల వృత్తములో

   OP = 5 సెం.మీ. అయిన AB = ... సెం.మీ.



4. వృత్త పరిధి పై గల రెండు బిందువులను కలుపు రేఖా ఖండమును ..... అంటాం.

5. వృత్తములోని అన్నింటికంటె పెద్ద జ్యాను ..... అంటాం.

6. పక్క పటములో ఛాయావృత్తం (గీతలతో చూపిన భాగము)

   చేయబడిన భాగమును.....అంటాం.

7. P అనునది ఒక వృత్తము పై నున్న ఒక బిందువు. ఈ బిందువు వృత్తము మీదుగా కదులుతూ తిరిగి యధాస్థానము చేరుకుంటే దాని ద్వారా పయనించబడ్డ దూరాన్ని..... అంటాం.

8. ఒక వృత్తములో రెండు చాపములు సర్వ సమానాలు. అయిన వాని అనురూప .....సమానాలు.

9. ఒక వృత్తములోని సమాన జ్యాలు. కేంద్రము నుండి..... ఉంటాయి.

10. ఒక వృత్తము యొక్క కేంద్రమును ఒక జ్యా యొక్క మధ్య బిందువు తో కలుపు రేఖ ఆ జ్యాకు ..... గా ఉండును.

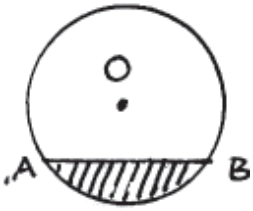
11. 'O ' కేంద్రముగా గల వృత్తములో అనునది ఒక జ్యా ..... $ON \perp PQ$ అయిన.....

12. సరేఖీయాలు కాని మూడు బిందువుల గుండా గీయదగు వృత్తముల సంఖ్య

13. పక్క పటములో $\overline{AB}$ మరియు $\overline{PQ}$ లు రెండు జ్యాలు. OM మరియు ON లు $\overline{AB}$ మరియు $\overline{PQ}$ ల పైకి గీయబడిన లంబములు.

OM = ON. AB = 8 సెం.మీ అయిన PQ = సెం.మీ.

14. పక్కపటములో 'O ' కేంద్రముగా గల వృత్తములో $\overline{AB}$ అనునది ఒక జ్యా అయిన ఛాయావృత్తము (గీతలు గీయబడిన) భాగమును ..... అంటాం.



15. π యొక్క విలువ 3.1416 గా ఇచ్చిన భారతీయ గణితశాస్త్రజ్ఞుడు.....

సమాధానములు

FILL UP THE BLANKS

1. వృత్తము
2. వ్యాసము
3. 10 సెం.మీ
4. జ్యా
5. వ్యాసము

6. సెక్టర్

7. వృత్తపరిధి

8. జ్యాలు

9. సమాన దూరంలో

10. లంబము

11. PN = NQ

12. ఒకే ఒకటి

13. 8

14. వృత్త ఖండము

15. ఆర్యభట్ట

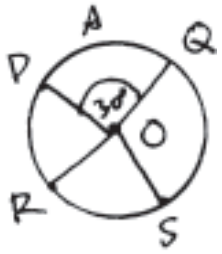
బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు

1. ఒకే కేంద్రము కలిగి భిన్నవ్యాసార్ధాలు కలిగిన వృత్తాలను ..... అంటాం. ( )

   ఎ) సమాన వృత్తాలు బి) విభిన్న వృత్తాలు

   సి) ఏకకేంద్ర వృత్తాలు డి) సర్వ సమాన వృత్తాలు

2. 'O' కేంద్రము గా గల వృత్తములో చాపము PAQ ≅ చాపము RBS, $\angle POQ = 30^0$ అయిన $\angle$ ROS =

   ఎ) 60^0 బి) 90

   సి) 80 డి) 30^0

3. 'O ' కేంద్రముగా గల వృత్తములో $\angle POS \cong \angle AOB$ అయిన ( )

   ఎ) $\overset{\frown}{AB} \cong \overset{\frown}{PS}$ బి) $\overset{\frown}{AP} \cong \overset{\frown}{SB}$

   సి) $\overset{\frown}{ABS} \cong \overset{\frown}{APS}$ డి) $\overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{PS}$

4. 'O ' కేంద్రముగా గల వృత్తములో ON ⊥ OQ = 8 సెం. మరియు ON = 3 సెం.మీ ( )

   ఎ) 5.5 సెం.మీ బి) 5 సెం.మీ

   సి) 4 సెం.మీ డి) సెం.మీ

5. ఒక వృత్తము యొక్క వ్యాసార్ధము 7 సెం.మీ, అయిన దాని పరిధి ..... సెం.మీ. ( )

ఎ) 14 బి) 7 సి) 44 డి) 22

6. 'O ' కేంద్రముగా గల వృత్తాలను '*l*' అను రేఖ A,B,C మరియు D లలో ఖండిస్తున్నది. అయిన ( )

ఎ) AB = CD బి)AB > CD సి)AB < CD డి)AO = 2AB

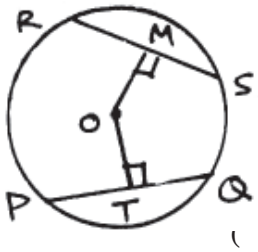
7. ఒక వృత్తములో ఒక క్రమషడ్భుజం అంతర్లిఖించబడినది. షడ్భుజం యొక్క ఒక భుజము కేంద్రము వద్ద చేయుకోణము కొలత. ( )

ఎ) 30^0 బి) 60^0 సి) 90^0 డి) 45^0

8. 'O ' కేంద్రముగా గల వృత్తములో $\overline{PQ}$ మరియు $\overline{RS}$ లు సమాన జ్యాలు.

$\overline{OT} \perp \overline{PQ}$ మరియు OM $\perp$ RS, OP = 10సెం.మీ.; OT = 8 సెం.మీ,

అయిన SM =



( )

ఎ) 8 సెం.మీ బి) 6 సెం.మీ సి) 5 సెం.మీ డి) 4 సెం.మీ

9. ఒక వృత్తము యొక్క పరిధికి, వ్యాసమునకు గల నిష్పత్తి, ఎల్లప్పుడూ..... గా ఉంటుంది. ( )

ఎ) స్థిరం బి) 22:7 సి) 7:22 డి) 1:1

10. 'O' కేంద్రముగా గల వృత్తములో $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ లు అసమాన జ్యాలు. $\overline{AB}$ మరియు $\overline{CD}$ ల లంబ సమద్విఖండనరేఖలు ..... ( )

ఎ) కేంద్రము గుండా పోవును. బి) కేంద్రము గుండా పోవు

సి) ఏదేని ఒక బిందువు డి) సమాంతరంగా ఉంటాయి.

సమాధానములు – CHOOSE THE CORRECT ANSWER

1. సి
2. డి
3. ఎ
4. బి
5. సి
6. ఎ
7. బి

8. బి

9. ఎ

10. ఎ

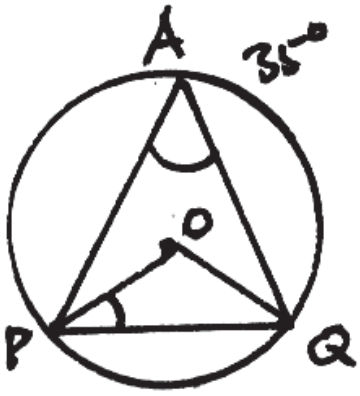
MATCH THE FOLLWING GROUP - A

1. గ్రూప్ – ఎ			గ్రూప్ – బి
1. వృత్తపరిధికి సూత్రము	( )	ఎ)	πd
2. ఒక వృత్త వ్యాసార్ధము. 3.5 సెం.మీ. అయిన దాని అర్ధవృత్త చాపము సెం.మీలలో	( )	బి)	11
3. ఒక వృత్తములో ఒక సమబాహు త్రిభుజము అంతర్లిఖించబడినది. అయిన దాని భుజము కేంద్రము వద్ద చేయుకోణము కొలత.	( )	సి)	120^0
4. ఒక వృత్తములో ఒక చతురస్రం అంతర్లిఖించబడినది. చతురస్ర భుజం. కేంద్రం వద్దచేయు కోణము కొలత	( )	డి)	90^0
5. ఒక వృత్తములో కొంత చాపము కేంద్రము వద్ద 30^0 కోణము చేయుచున్నది. ఆ చాపానికి రెట్టింపు పొడవుగల చాపము కేంద్రము వద్ద చేయు కోణము కొలత	( )	ఇ)	60^0
		యఫ్)	πr^2
		జి)	22సెం.మీ
		యచ్)	30^0
		ఐ)	180^0

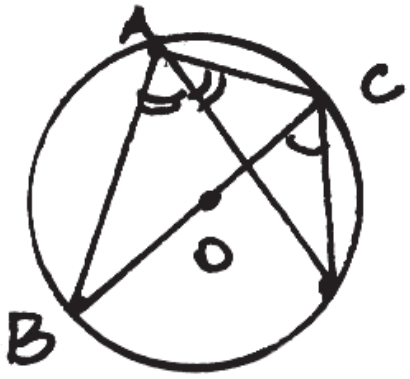
19. వృత్తములోని కోణాలు మరియు చక్రీయ చతుర్భుజం

3 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. ఒకే వృత్త ఖండములోని కోణాల కొలతలు సమానమని నిరూపించండి.



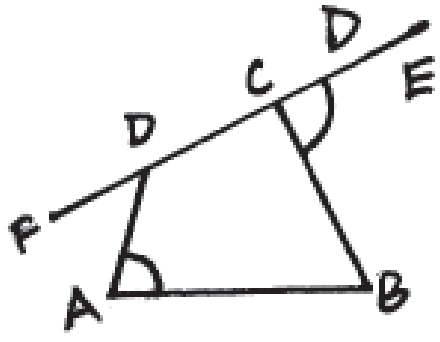
2. పక్క పటములో 'O' కేంద్రముగా గల వృత్తములో $\angle PAQ = 35^{\circ}$ అయిన $\angle OPQ$ కొలతను కనుగొనండి.



3. 'O' కేంద్రముగా గల వృత్తములో $\overline{BC}$ అనునది ఒక వ్యాసము $\angle BAC$ ని AD సమద్వి ఖండనం చేస్తున్నది. అయిన $\angle BCD$ కొలతను కను గొనండి.

4. ABCD అనునది ఒక చక్రీయ సమాన్తర చతుర్భుజం అయిన ABCD దీర్ఘచతురస్రమని నిరూపించండి.

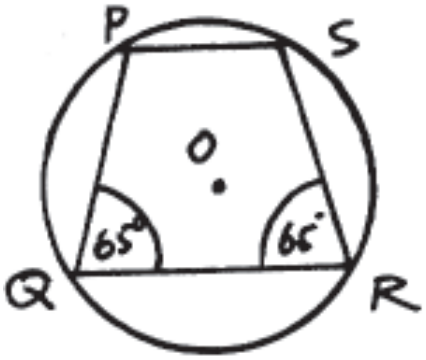
5. ABCD ఒక చతుర్భుజం $\angle A = \angle BCE$ అయిన అది చక్రీయ చతుర్భుజం అవునో, కాదో సకారణంగా తెలుపండి.



5 మార్కు ప్రశ్నలు

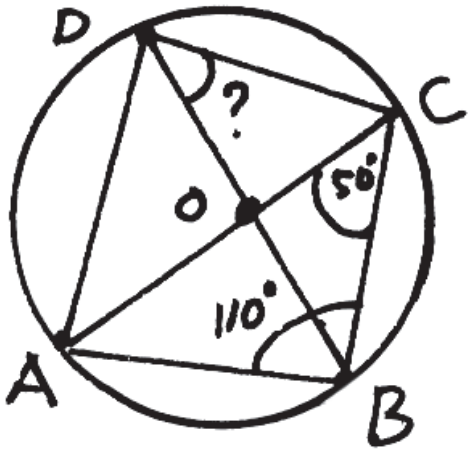
1. ఒక చక్రీయ చతుర్భుజం లోని అభిముఖి కోణాల మొత్తము 180° అని నిరూపించండి.

2. ఒక చక్రీయ చతుర్భుజం లోని ఒక జత అభిముఖ కోణాల కొలతలు సమానాలు. అయిన దాని కర్ణాలు సమానాలని రుజువు చేయండి.



3. PQRS ఒక చక్రీయ చతుర్భుజం $\angle Q = \angle R = 65^0$ అయిన $\angle P$, $\angle S$ ల కొలతలు కనుగొనండి.

4. ABCD అనునది ఒక చక్రీయ చతుర్భుజం దాని కర్ణాలు 'O' వద్ద ఖండించు కొనును $\angle ACB = 50^o$ మరియు $\angle ABC = 110^o$ అయిన $\angle BDC$ కొలతను కనుగొనండి.



సమాధానములు - 3 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. 'O' కేంద్రముగా గల వృత్తములో

   AB అనునది ఒక జ్యా

   A, O మరియు B, O లు కలుప బడినవి.

   $\angle AOB = 2 \angle ADB$ ...(1)

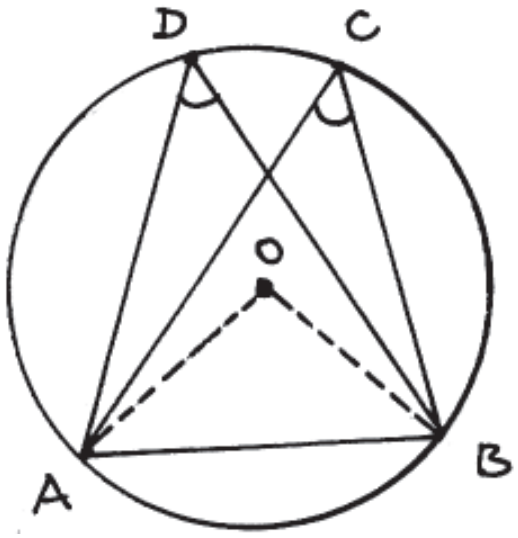
   ఇదే విధంగా

   $\angle AOB = 2 \angle ACB$ ...(2)

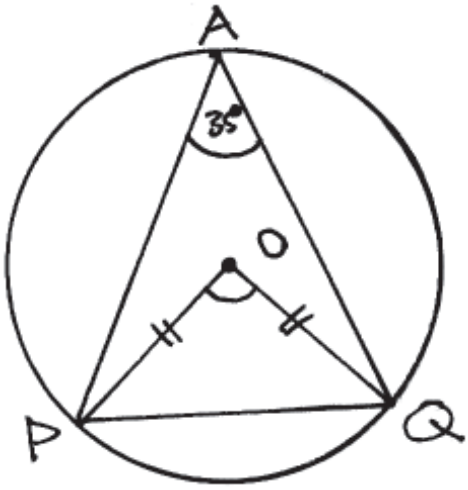
   (1), (2) లను పరిశీలించగా

   $2\angle ADB = 2\angle ACB$

   $\angle ADB = \angle ACB$



2. చాపము PQ కేంద్రము వద్ద చేయు కోణము. వృత్తపరిధిపై బిందువు A వద్ద చేయు కోణానికి రెట్టింపు



$\therefore \angle POQ = 2 \angle POQ$

$2(35^0) = 70^0$

OP = OQ (వ్యాసార్ధాలు)

$\therefore \angle OPQ = \angle OQP$

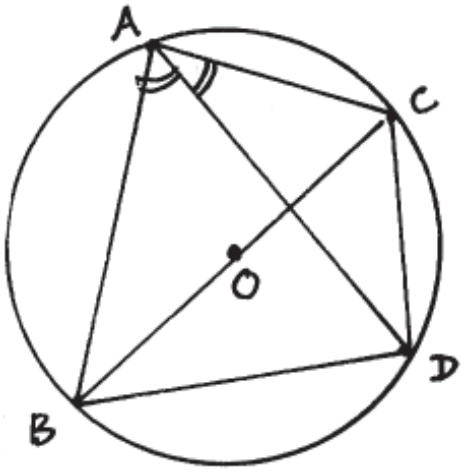
ΔOPQ లో $\therefore \angle OPQ + \angle OQP = 180 - (\angle POQ)$

$$\angle OPQ + \angle OPQ = 180 - 70^0$$

$$2\angle OPQ = 110^0$$

$$\therefore \angle OPQ = \frac{110^\circ}{2} = 55^0$$

3. 'O' కేంద్రముగా గల వృత్తములో



$\overline{BC}$ అనునది ఒక వ్యాసము

$\therefore \angle BAC = 90^0$ (అర్ధ వృత్తము లోని కోణము)

$\overline{AD}$ అనునది $\angle BAC$ యొక్క సమద్విఖండన రేఖ

$$\therefore \angle BAD = \frac{1}{2}(\angle BAC)$$

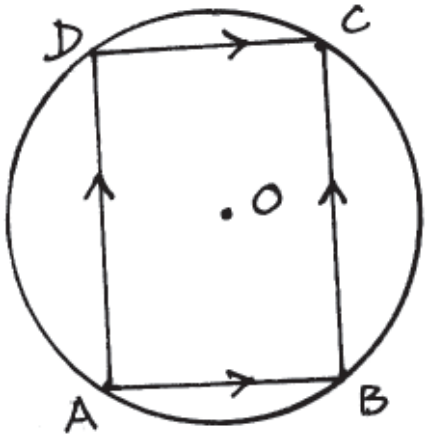
$$\frac{1}{2}(90^0) = 45^0$$

$\overline{BD}$ అనునది ఒక జ్యా

$\therefore \angle BCD = \therefore \angle BAD$ (ఒకే వృత్త ఖండంలోని కోణాలు)

$\therefore \angle BCD = 45^0$

4. ABCD ఒక చక్రీయ చతుర్భుజము



$\therefore \angle B+\angle D=180^0$

కాని ABCD సమాంతర చతుర్భుజం అనిఈయబడినది

$\therefore \angle B = \angle D$ (ఎదుటి కోణాలు సమానాలు)

(1), (2) ల వలన

$\angle B + \angle D =180^0$

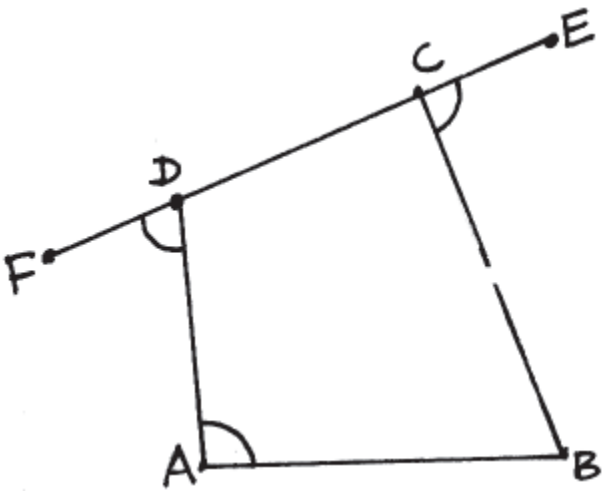
$\angle B+ \angle B =180^0$

$2\angle B =180^0 \therefore \angle B=90^0$

ABCD సమాంతర చతుర్భుజంలో ఒక కోణం కొలత 90^0

$\therefore$ ABCD అనునది ఒక దీర్ఘచతురస్రం

5. $\angle A = \angle BCE$ అని ఈయబడినది



$\angle BCD$ మరియు $\angle BCE$ రేఖీయ ధ్వయాలు

$\therefore \angle BCD + \angle BCE = 180^0$

$\angle BCD + \angle A= 180^0$

ABCD చతుర్భుజంలో ఎదుటి కొణాలు సంపూరకాలు

కావున ABCD ఒక చక్రీయ చతుర్భుజం.

సమాధానములు - 5 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. ABCD అనునది చక్రీయ

చతుర్భుజము

$\angle A+\angle C = 180^0$

లేదా

$\angle B+\angle D = 180^0$ అని చూపాలి

A.O మరియు C.O లు కలుపబడినవి

చాపము $\overset{\frown}{ABC}$ కేంద్రము 'O' వద్ద $\angle AOC$ ని చేయుచున్నది

$\therefore \angle AOC = 2\angle ADC$ ...(1)

చాపము $\overset{\frown}{ADC}$ కేంద్రము'O' వద్ద $\angle AOC$ ని చేయుచున్నది.

$\therefore \angle AOC = \angle ABC$ ...(2)

(1) మరియు (2)లను కూడగా

$\angle AOC_1 + \angle AOC_2 = 2\angle ADC + 2\angle ABC$

$360^0 = 2(\angle ADC + \angle ABC)$

$\therefore \angle ADC + \angle ABC = \frac{360^\circ}{2} = 180^0$

$\therefore \angle D + \angle B = 180^0$

2. ABCD ఒక చక్రీయ చతుర్భుజం

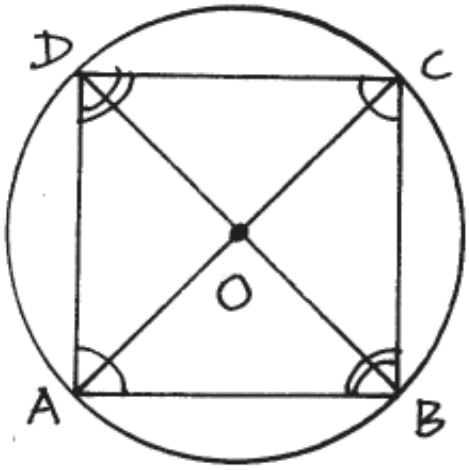
$\therefore \angle A + \angle B = 180^0$

కాని $\angle A = \angle C$ అని ఈయబడినది

$\angle A + \angle A = 180^0$

$2\angle A = 180^0$

$\angle A = \frac{180}{2} = 90^0$



ఇదే విధంగా $\angle C = \angle B = \angle D = 90^0$ అని నిరూపించవచ్చును.

కనుక ABCD ఒక దీర్ఘచతురస్రము

దీర్ఘచతురస్రములోని కర్ణాలు పరస్పరం సమానాలు

3. PQRS చక్రీయ చతుర్భుజం అని ఈయబడినది

$\therefore \angle P + \angle R = 180^0$ (ఎదుటికోణాలు సమానాలు)

$\therefore \angle 65 + \angle R = 180^0$

$\therefore \angle R = 180^0 - 65^0 = 115^0$

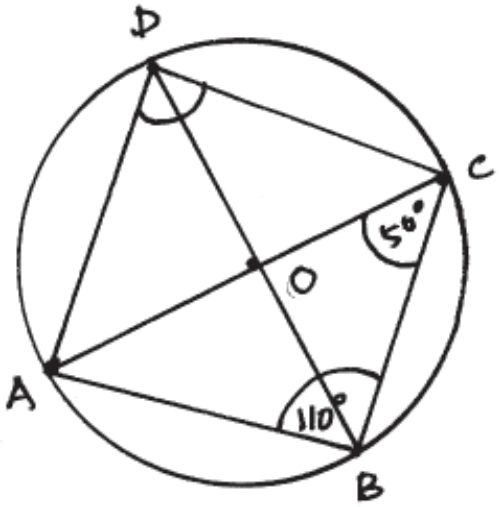
ఇదే విధంగా

$\angle Q + \angle S = 180^0$

$\therefore 65^0 + \angle S = 180^0$

$\angle S = 180^0 - 65^0 = 115^0$

4. ABCD ఒక చక్రీయ



చతుర్భుజం $\angle ACB = 50^0$

$\therefore \angle B + \angle D = 180^0$

$\therefore \angle 110^0 + \angle D = 180^0$

$\angle D = 180^0 - 110^0$

$\angle D = 70^0$

$\therefore \angle ADB + \angle BDC = 70^0$ ....(1)

$\overline{AB}$ ఒక జ్యా

$\therefore \angle ADB = \angle ACB$ (ఒక వృత్తఖండములోని కోణాలు సమానాలు) ...(2)

(1), (2) ల వలన $\angle ACB = \angle BDC = 70^0$

$50^0 + \angle BDC = 70^0$

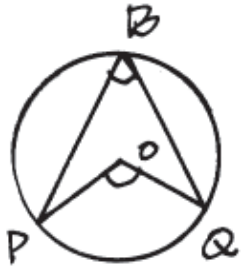
$\therefore \angle BDC = 70^0 - 50^0$

$\angle BDC = 20^0$.

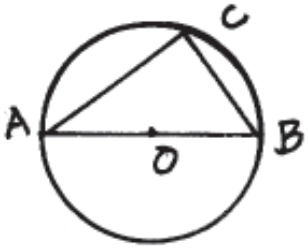
FILL UP THE BLANKS

1. ఒక వృత్తములో కొంత చాపము '*l*' కేంద్రము వద్ద చేయు కోణము కొలత d^0 అయిన l =.....

2. ఒక వృత్తములో $\overset{\frown}{PQ}$ కేంద్రము వద్ద $\angle PQR$ ను, మిగిలిన చాపము పై ఏదేని బిందువు B వద్ద చేయుకోణము $\angle PBQ$ అయిన $\angle POQ$ కొలత = ...



3. పక్క పటములో AB ఒక వ్యాసము అయిన $\angle ACB$ యొక్క కొలత



4. పక్క పటములో $\angle PAQ = 40^0$ అయిన $\angle OPQ$ =.....

5. ఒకే వృత్తము మీద నుండు బిందువులను ..... బిందువులు అంటాము.

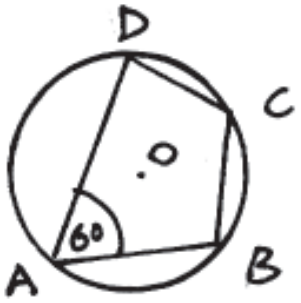
6. P మరియు Q అను బిందువుల గుండా గీయదగు వృత్తాల సంఖ్య.....

7. సరేఖీయాలు కాని మూడు బిందువుల గుండా గీయదగు వృత్తాల సంఖ్య .....

8. చక్రీయ చతుర్భుజం PQRS లో $\angle P + \angle R$ = ...

9. పక్క పటములో ABCD అనునది చక్రీయ చతుర్భుజము

$\angle A = 60^o$ అయిన $\angle C$ = ...



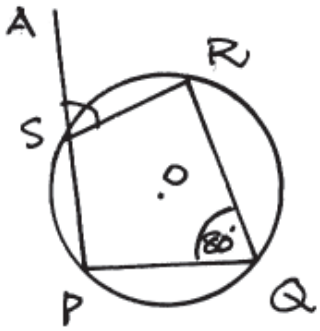
10. AB,CD లు అనునవి 'O'.కేంద్రము గా గల వృత్తంలోని సమానజ్యాలు

$\angle AOB = 55^o$.అయిన $\angle COD$ కొలత = ...

11. పక్క పటములో PQRS ఒక చక్రీయ చతుర్భుజం PS.

భుజాన్ని A వరకు పొడిగించ బడినది.

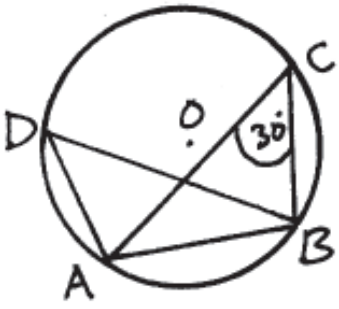
$\angle PQR = 80^o$ అయితే $\angle ASR$ యొక్క కొలత.....



12. 'O' కేంద్రము గా గల వృత్తములో AB ఒక జ్యా C, D లు

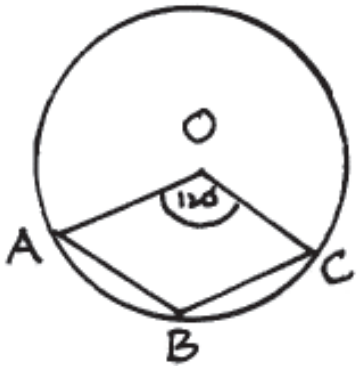
వృత్తము పైని ఏవేని రెండు బిందువులు

$\angle ACB = 30^o$ అయిన $\angle ADB$.....



13. అర్ధవృత్తము లోని కోణము.....

14. పక్క పటములో A, B, C .లు వృత్తముపైని బిందువులు $\angle AOC=120^o$ అయిన $\angle ABC$ కొలత.....

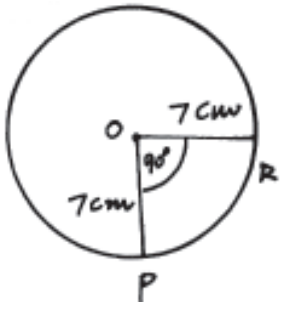


FILL UP THE BLANKS

1. $\frac{d}{360}\times 2\pi r$
2. $2\angle PBQ$
3. 90°
4. 50°
5. చక్రయ
6. అనంతం
7. ఒకే ఒకటి
8. 180°
9. 120°
10. 55°
11. 80°
12. 30°
13. లంబకోణము
14. 120°

CHOOSE THE CORRECT ANSWER

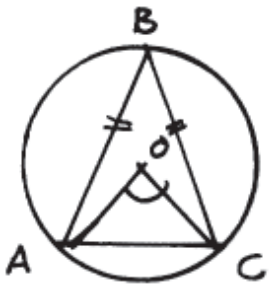
1. ఒక వృత్తములో $\overset{\frown}{PR}$ చాపము కేంద్రము వద్ద 90^0 కోణము చేయుచున్నది. వృత్త వ్యాసార్ధం 7 సెం.మీ. అయిన చాపము పొడవు ( )



(A) 11 సెం.మీ (B) 14 సెం.మీ

(C) 10 సెం.మీ (D) 14 సెం.మీ

2. 'O' కేంద్రముగా గల వృత్తములో ABC అనునది

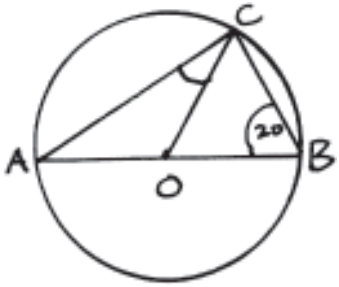


ఒక సమబాహు త్రిభుజము అయిన .....యొక్క కొలత ( )

(A) 60° (B) 90°

(C) 40° (D) 120°

3. పక్క పటములో $\overline{AB}$ ఒక వ్యాసము $\angle ABC=20^o$ $\overline{OC}$



కలుపబడినది అయిన $\angle ACO$ కొలత ..... ( )

(A) 20° (B) 70°

(C) 40° (D) 90°

4. ఒక చతుర్భుజంలోని ఒక జత అభి ముఖ కోణాలు సంపూరకాలయిన ఆచతుర్భుజం.....

(A) చతురస్రం (B) రాంబస్ (C) చక్రీయ చతుర్భుజం (D) పతంగం

5. ఒక రాంబస్ చక్రీయమయిన అదొక ( )

(A) చతురస్రం (B) దీర్ఘచతురస్రం (C) పతంగం (D) ట్రెపీజియం

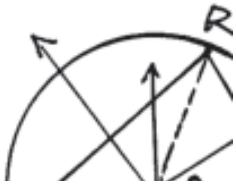
6. ఒకే వృత్త ఖండములోని కోణాలు ( )

(A) ఒకదానికి మరొకటి రెట్టింపు (B) ఒకదానిలో మరొకటి సగము (C) పరస్పరం సమానాలు
(D) లంబకోణాలు

7. ఒక బిందువు నుండి పోవునట్లు గీయదగు వృత్తాల సంఖ్య ( )

(A) ఒకటి (B) రెండు (C) అనంతం (D) 100

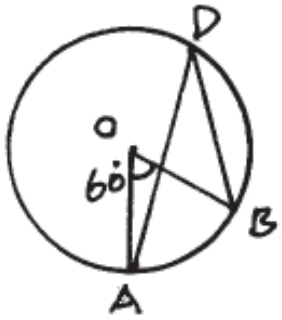
8. ఒక వృత్తములో $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ వ్యాసాలు పరస్పరం లంబాలు. ( )
అయిన $\overset{\frown}{CB}$ చాపము పొడవు



(A) $\frac{\pi r}{2}$ (B) $\frac{\pi r}{4}$

(C) πr (D) $2\pi r$

9. పక్కపటములో $\angle AOB = 60^o$ ( )



అయిన $\angle ADB$ యొక్క కొలత =

(A) 60° (B) 30°

(C) 120° (D) 45°

10. రెండు బిందువుల గుండా పోవునట్లు గీయదగు వృత్తాల సంఖ్య ( )

(A) ఒకటి (B) రెండు (C) అనంతం (D) మూడు

CHOOSE THE CORRECT ANSWER

1. A
2. D
3. B
4. C
5. A
6. C
7. C
8. A
9. B
10. C

MATCH THE FOLLOWING

1.	ఒక వృత్త పరిధిలోని నాలుగవ వంతు చాపము మిగిలిన పరిదిపై ఏదేని బిందువు వద్ద చేయుకోణము కొలత.	( )	45^0
2.	ఒక వృత్తములోని అర్ధవృత్త చాపము. మిగిలిన పరిధిపై ఏదేని బిందువు వద్ద చేయు కోణము కొలత	( )	90^0
3.	ABCD చతుర్భుజం లో $\angle A+\angle C=180^0$ అయిన ఆచతుర్భుజం	( )	చక్రయ చతుర్భుజం
4.	ఒక ట్రెపీజియం చక్రీయమయిన అది	( )	సమద్వి బాహు ట్రెపీజయం
5.	ఒక వృత్తములోని రెండు చాపములు సమానమైనచో వాటి వలన కేంద్రము వద్ద చేయు కోణాల కొలతలు	( )	సమానాలు
			60^0
			180^0
			ట్రెపీజియం
			దీర్ఘచతురస్రం

20. జ్యాలు, స్పర్శరేఖలు మరియు వాని ధర్మాలు

3 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. 7 సెం.మీ. వ్యాసార్ధంగల ఒక వృత్త కేంద్రము నుండి 25 సెం.మీ. దూరంలో ఉన్న ఒక బిందువు P నుండి గీయబడిన స్పర్శరేఖ పొడవును కనుగొనండి?

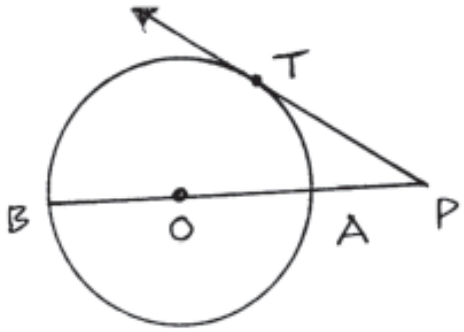
2. పక్కపటములో $\angle AOB = 50^0$

   $\angle OBT$ కొలతను కనుగొనండి

3. పక్క పటములో PT = $2\sqrt{7}$ సెం.మీ OP = 8 సెం.మీ.

   'O ' వృత్తకేంద్రమయినచో OA పొడవును

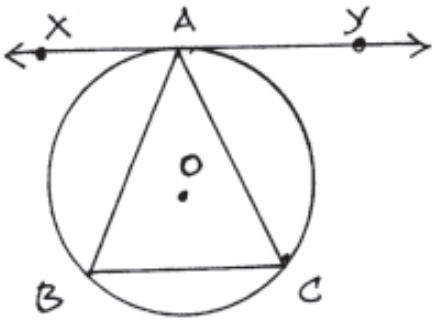
   కనుగొనుము.



4. 'O ' కేంద్రముగా గల వృత్తములో ΔABC అంతర్లిఖించబడినది.

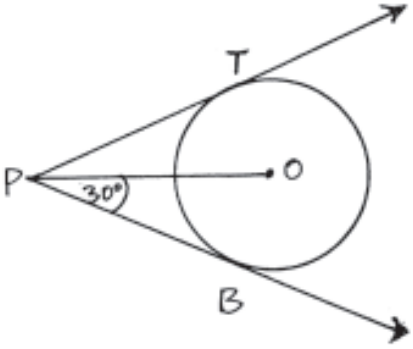
   AB =AC . 'A ' గుండా గీయబడిన స్పర్శరేఖకి XY స్పర్శరేఖ

   BC కి సమాంతరమని చూపండి.



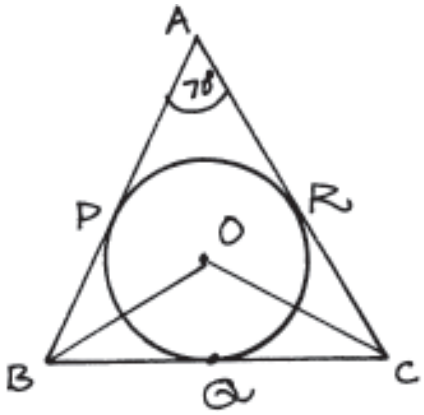
5. పక్కపటములో $\angle OPB = 30^0$ అయిన

   $\angle POT$ యొక్క కొలతను కనుగొనండి?

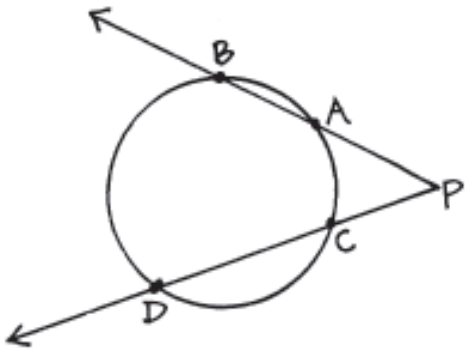


6. 'O ' కేంద్రముగా గల వృత్తము ΔABC లో అంతర్లిఖించబడినది.

$\angle BAC = 70^0$ అయిన $\angle BOC$ కొలతను కనుగొనండి.

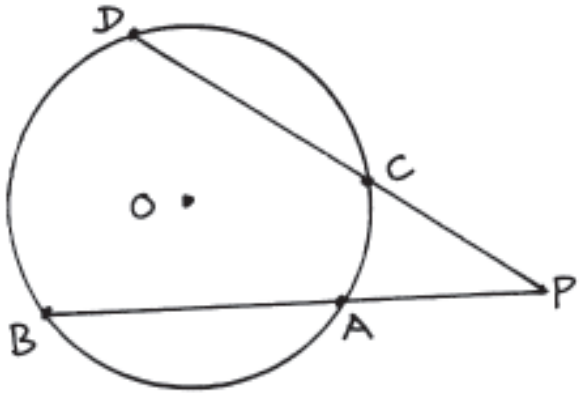


7. 'O ' కేంద్రముగా గల వృత్తము యొక్క జ్యాలు BA మరియు DC వృత్తానికి బాహ్యంగా P వద్ద ఖండించుకొంటున్నాయి. PA= 4 సెం.మీ, PB = 9 సెం.మీ. PC = x , మరియు PD = $4x$ సెం.మీ. అయిన x విలువ ఎంత?

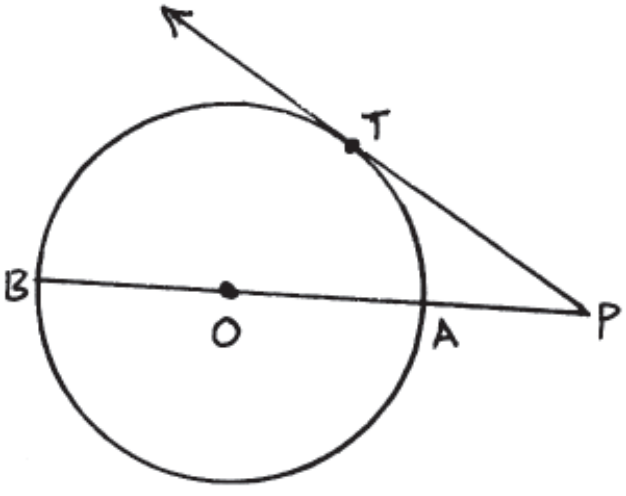


5 మార్కుల ప్రశ్నలు

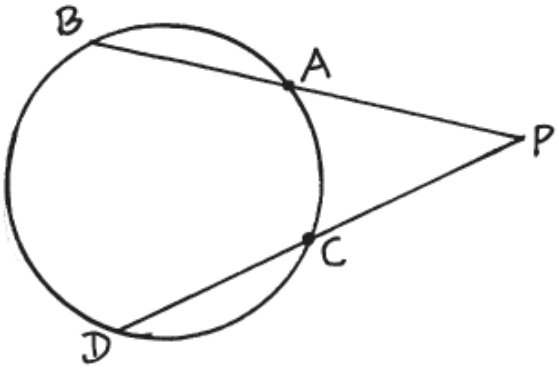
1. పక్క పటములో PB, PD లు 'O ' కేంద్రముగా గల వృత్తమునకు ఖండన రేఖలు. PD = (x + 5) సెం.మీ. PC = 4 సెం.మీ. PA= 5 సెం.మీ. PA = (x + 2) సెం.మీ అయిన x విలువ ఎంత?



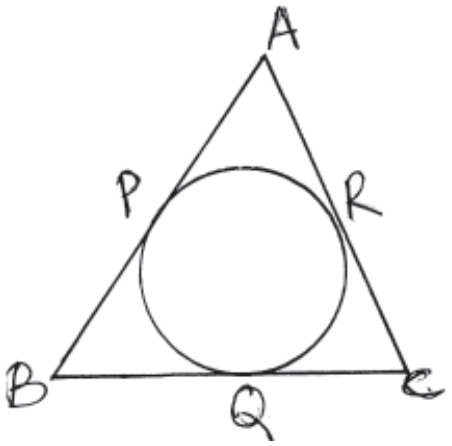
2. పక్క పటములో PT అనునది 'O ' కేంద్రముగా గల వృత్తమునకు ఒక స్పర్శరేఖ. ఖండనరేఖ PB వృత్తాన్ని A వద్ద ఖండిస్తున్నది. PT = 8సెం.మీ. మరియు OP= 10 సెం.మీ. అయిన PA × PB = PT^2 అను సమీకరణాన్ని ఉపయోగించి వృత్తవ్యాసార్ధాన్ని కనుగొనండి.



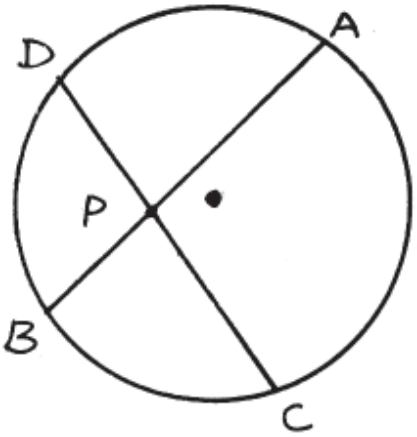
3. పక్కపటములో ΔABC, లు వృత్తము యొక్క రెండు జ్వాలు, అవి బాహ్య బిందువు వద్ద ఖండించుకొనును. PA = 4 సెం.మీ, PB = 10 సెం.మీ, C D = 3 సెం.మీ, అయినచో PC ఎంత?



4. పక్క పటములో ΔA B C లో 'O' కేంద్రముగా గల వృత్తము అంతర్లిఖించ బడినది. P.Q.R లు స్పర్శ బిందువులు. PA = 4 సెం.మీ, QB = 5 సెం.మీ. ΔA B C యొక్క చుట్టుకొలత 27 సెం.మీ అయిన QC విలువ ఎంత?



5. పక్క పటములో AB మరియు CD లు వృత్తమునకు అంతరంగా P వద్ద ఖండించుకొను జ్యాలు, PA = $(x + 3)$ సెం.మీ. PB = (X – 3) సెం.మీ. PD = 3 సెం.మీ, PC = $5\frac{1}{3}$ సెం.మీ అయినచో 'x' విలువ ఎంత?



సమాధానాలు – 3 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. OP = 25 సెం.మీ వ్యా. అ. OQ = 7 సెం.మీ.

   ΔABC లం.కో. త్రి. కావున

$$PQ^2 = OP^2 - OQ^2$$

$$= (25)^2 - (7)^2 = 625 - 49 = 576$$

$$PQ = \sqrt{576} = 24 \text{ సెం.మీ}$$

2. ΔABC మరియు ΔOTD లలో $OA \cong OT$ వ్యా. అ

$\therefore m\angle OAB \cong m\angle OTB = 90^0$ సిద్ధాంతము

$AB \cong BT$ స్పర్శరేఖలు B నుంచి

$\Delta OAB \cong \angle OTB$

$\therefore m\angle AOB = \angle TOB = 50^0$

$\therefore m\angle BOT = 90^0 - 50^0 = 40^0$ $m < T = 90^0$

3. $PT = 2\sqrt{7}$ సెం.మీ $OP = 8$ సెం.మీ

$\therefore OT^2 = OP^2 - PT^2$

$= (8)^2 - (2\sqrt{7})^2$

$= 64 - 28 = 36$

$\therefore OT = 6$ సెం.మీ

$OA = OT = 6$ సెం.మీ వ్యా. అ

ΔABC లో $\overline{AB} \cong \overline{AC}$

4. ABC AB AC

$\therefore m\angle ABC = m\angle ACB$

$m\angle XAB = m\angle ACB$ (ఏకాంతర వృత్తఖండ కోణాలు)

$m\angle XAB = m\angle ABC$ $\because m\angle B = m\angle C$

$\therefore \overleftrightarrow{XY} \parallel \overline{BC}$

5. O B లను కలుపుము

ΔPBO, ΔPTO లలో

$\overline{PB} \cong \overline{PT}$ స్పర్శరేఖలు

$\overline{PO} \cong \overline{PO}$ ఉమ్మడిభుజము

$OT \cong OB$ వ్యా. అ

$\Delta PBO \cong \Delta PTO$

$m\angle POT$

$= m\angle POB = 90^0 - 30^0$

$= 60^0$

6. ΔABC లో

$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^0$

$70^0 + m\angle B + m\angle C = 180^0$

$m\angle B + m\angle C = 180^0 - 70^0 = 110^0$

కానీ $m\angle OBQ = \frac{1}{2} m\angle ABC$ మరియు

$m\,OCB = \frac{1}{2} m\angle ACB$

$m\angle OBC + m\angle OCB = \frac{110^o}{2} = 55^0$

$m\angle BOC = 180^0 - 55^0 = 125^0$

7. PA = 4 సెం.మీ. PC = x సెం.మీ PB = 9 సెం.మీ

PD = $4x$ సెం.మీ

PD, PB లు చేతన రేఖలు కావున

PA : PB = PC : PD

4.9 = X . 4X

$x^2 = \frac{4\times 9}{4} = 9$

$x = 3$

సమాధానాలు – 5 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. PD = (X+5) సెం.మీ

PC = 4సెం.మీ

PA = 5సెం.మీ

PB = $(x + 2)$సెం.మీ

PA. PB = PC. PD

S$(x+2)$ = 4$(x+5)$

$5x + 10 = 4x + 20$

$x = 10$ సెం.మీ

2. PT = 8 సెం.మీ

OP = 10 సెం.మీ

OA = OB = r అనుకొనిన

PA = PO − OA = 10 − r

PB = PO + OB = 10 + r

PA : PB = PT^2

(10 - r) (10 + r) = 8^2

100 - r^2 = 64

r^2 = 36

r = 6 సెం.మీ

3. PA = 4 సెం.మీ

PB = 10 సెం.మీ

CD = 3సెం.మీ

PC = x సెం.మీ అనుకొనిన

PD = CD + PC = x + 3

PA . PB = PC : PD

4 + 10 = X(X+3)

40 = x (X + 3) = 5(5 + 3)

PC = x = 5 సెం.మీ

4. PA = 4 సెం.మీ

QB = 5 సెం.మీ

ABC = 27 సెం.మీ

QC = x సెం.మీ

RC = X సెం.మీ

Δ ABC చుట్టుకొలత = AB + BC + CA

$27 = AP + PC + BO + QC + CR + RA$

$27 = 4 + 5 + 5 + x + x + 4$ సెం.మీ

$27 = 18 + 2x$

$2x = 9$ సెం.మీ

$x = 4.5$ సెం.మీ

5. $PA = x + 3$సెం.మీ

$PB = x - 3$సెం.మీ

$PD = 3$ సెం.మీ

$PC = 5\frac{1}{3} = \frac{16}{3}$ సెం.మీ

$BP \cdot AP = PC \cdot PD$

$(x - 3)(x + 3) = \frac{16}{3} \times 3$

$x^2 - 9 = 16$

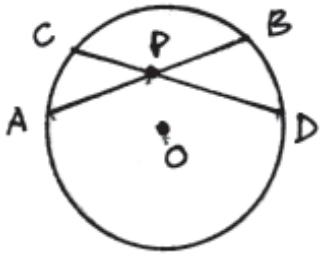
$x^2 = 25$

$x = 5$ సెం.మీ.

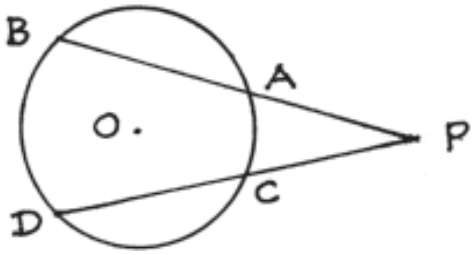
ఖాళీలను పూరించండి.

1. వృత్త పరిధిపై నుండు రెండు బిందువులను కలుపు రేఖా ఖండమును..... అంటాం.
2. వృత్తమునకు, ఒక రేఖకు ఒకే ఒక ఉమ్మడి బిందువు ఉంటే ఈ రేఖను..... అంటాం.
3. ఒక వృత్తములో ఒక (స్పర్శ) బిందువు వద్ద గల వ్యాసార్ధము, ఆ (స్పర్శ) బిందువు గుండా పోవు స్పర్శ రేఖకు..... ఉండును.
4. ఒక వృత్తములో వ్యాసార్ధము చివరి బిందువు వద్ద గీయబడిన లంబరేఖ ఆ వృత్తానికి ఆ బిందువు వద్ద.....
5. ఒక వృత్తానికి బాహ్య బిందువు నుండి గీయదగు స్పర్శరేఖల సంఖ్య.....
6. ఒక వృత్తానికి బాహ్యబిందువు నుండి గీయబడిన స్పర్శ రేఖల పొడవులు.....
7. ఒక వృత్తము యొక్క అంతర్గత బిందువు నుండి గీయబడగలిగిన స్పర్శరేఖల సంఖ్య.....

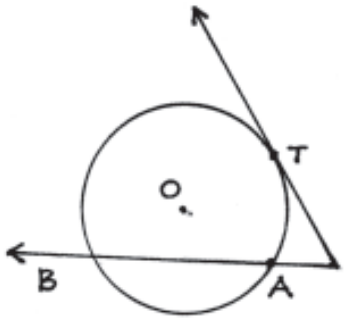
8. పక్క పటములో ఒక వృత్తములో AB, CD లు పరస్పరం 'P' వద్ద ఖండించుకొను జ్యాలు అయిన PA × PB = ...



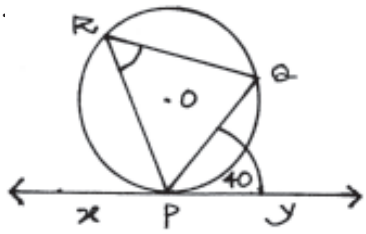
9. పక్క పటములో 'O' కేంద్రము గా గల వృత్తములో BA , DC అను జ్యాలు బాహ్యంగా P వద్ద ఖండించుకొనుచున్నవి. అయిన PA×PB = ...



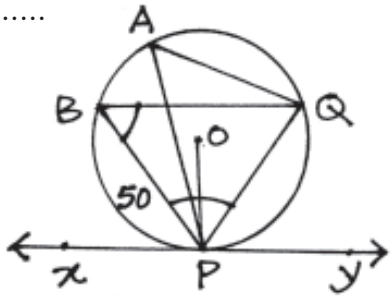
10. 'O' కేంద్రముగా గల వృత్తమునకు PT ఒక స్పర్శరేఖ. PB వృత్త ఖండన రేఖ వృత్తాన్ని A, B ల వద్ద ఖండిస్తున్నది. అయిన PA × PB



11. ప్రక్క పటములో ∠ QPY = 40^0 అయిన ∠ PRQ యొక్క కొలత = ...



12. పక్క పటములో ∠ PBQ = 50^0 అయిన ∠OPQ యొక్క కొలత =.....



జవాబులు

1. జ్యా
2. స్పర్శరేఖ
3. లంబంగా
4. స్పర్శరేఖ

5. 2

6. సమానములు

7. సున్న (0)

8. PC × PD

9. PC× PD

10. PC× PD

11. 40^0

12. 40^0

బహుళైచ్ఛిక సమాధాన ప్రశ్నలు

1. ఒకవృత్తమునకు బాహ్య బిందువు నుండి గీయదగు స్పర్శరేఖల సంఖ్య..... ( )

   (A) 1 (B) 2 (C) మూడు (D) అనంతం

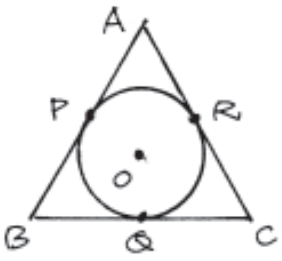
2. ఒక వృత్తమునకు గీయబడిన స్పర్శరేఖకు, స్పర్శబిందువు నుండి గీయబడిన మధ్యగల కోణము కొలత....( )

   (A) 60^0 (B) 45^0 (C) 90^0 (D) 180^0

3. 'O' కేంద్రము గా గల వృత్తమునకు అనునది స్పర్శరేఖ. 'O' మరియు XY పైనున్న బిందువులను కలుపు రేఖాలన్నింటి లోను చిన్నది ..... ( )

   (A) జ్యా (B) వ్యాసము (C) వ్యాసార్ధము (D) ఖండనరేఖ

4. పక్క పటములోని ΔABC లో 'O' కేంద్రముగా గల వృత్తము అంతర్లిఖించబడినది. AP = 5 సెం.మీ, BQ = 8 సెం.మీ. CR =7 సెం.మీ అయిన ΔABC యొక్క చుట్టుకొలత ..... ( )



   (A) 20 సెం.మీ (B) 40 సెం.మీ

   (C) 60 సెం.మీ (D) 50 సెం.మీ

5. పక్క పటములో $\angle QPY$ దృష్ట్యా $\angle PRQ$ ను ..... అంటాం. ( )

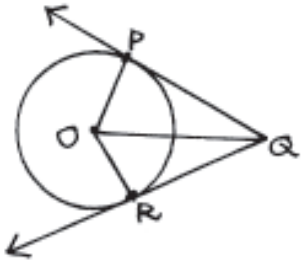
   (A) అంతరకోణము

   (B) ఏకాంతరకోణం

   (C) ఏకాంతరవృత్తఖండములోని కోణం

   (D) స్పర్శరేఖకు, ఖండనరేఖకు మధ్యగల కోణం

6. పక్క పటములో OP = 3 సెం.మీ., OQ = 5 సెం.మీ అయిన PQ = ... ( )



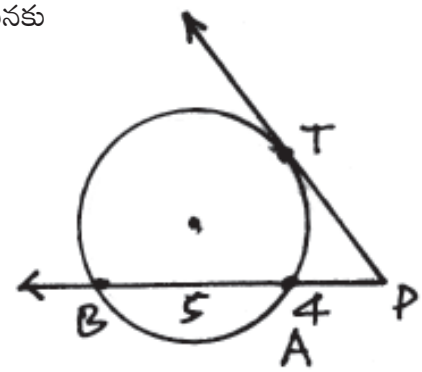
(A) 4 సెం.మీ (B) 5 సెం.మీ

(C) 3 సెం.మీ (D) 6 సెం.మీ

7. ఒక వృత్త ఖండన రేఖ యొక్క రెండు ఖండన బిందువులు ఒకదానితో నొకటి ఏక మగునట్టి ఖండనరేఖ చరమ అవస్థలో.....అవుతుంది. ( )

(A) ఖండనరేఖ (B) జ్యా (C) వ్యాసము (D) స్పర్శరేఖ

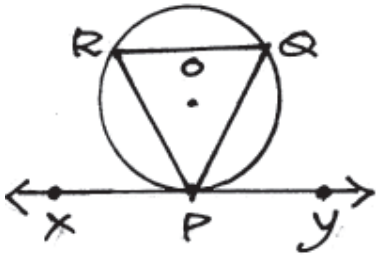
8. పక్క పటములో PT అనునది 'O' కేంద్రముగా గల వృత్తమునకు స్పర్శరేఖ PB అనునది ఖండనరేఖ .P A = 4 సెం.మీ. AB = 5 సెం.మీ. అయిన PT = ... ( )



(A) 4 సెం.మీ. (B) 5 సెం.మీ.

(C) 6 సెం.మీ. (D) 9 సెం.మీ

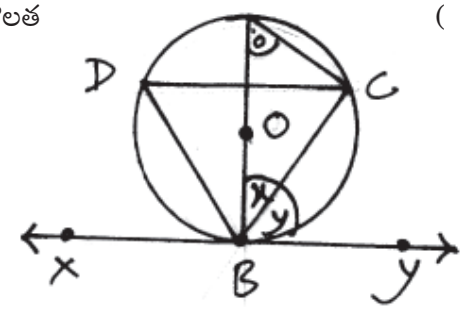
9. పక్కపటములో $\angle PSQ = 120^0$ అయిన $\angle PSQ$ కు సమానమైన కొలత గల మరొక కోణము. ( )



(A) $\angle PRQ$ (B) $\angle PQR$

(C) $\angle QPY$ (D) $\angle QPX$

10. పక్క పటములో AC = BC అయిన $\angle O + \angle Z$ యొక్క కొలత ( )



(A) 60^0 (B) 90^0

(C) 120^0 (D) 45^0

జవాబులు

1. B

2. C

3. C

4. B

5. C

6. A

7. D

8. C

9. D

10. B

జతపరుచుము.

గ్రూప్ – ఎ		గ్రూప్ – బి
1. ఒకవృత్తముపై నున్న రెండు బిందువులను కలుపు రేఖా ఖండం.	( )	ఎ) జ్వా
2. ఒక వృత్తానికి బాహ్యే బిందువు నుండి గీయబడిన స్పర్శరేఖలు	( )	బి) సమానాలు
3. ఒక వృత్తమునకు బాహ్య బిందువునుండి గీయబడిన స్పర్శరేఖకును, స్పర్శబిందువు నుండి గీయబడిన వ్యాసార్ధానికి మధ్యగల కోణము కొలత	( )	సి) 90^0
4. AB మరియు CD లు అనునవి ఒక వృత్తములో P వద్ద ఖండించుకొనుచున్నవి. PA × PB =	( )	డి) PC × PD
5. ఒక వృత్తానికి బాహ్యబిందువు నుండి గీయదగు స్పర్శరేఖల సంఖ్య	( )	ఇ) 2
		యఫ్) వ్యాసము
		జీ) వ్యాసార్ధము
		యచ్) 180^0
		ఐ) PB × PD

21. నిర్మాణములు

3మార్కుల ప్రశ్నలు

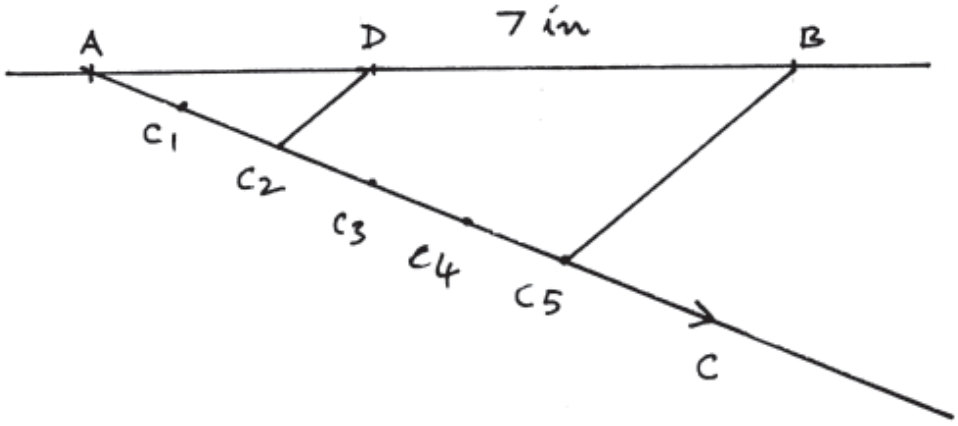
1. 7 సెం.మీ. పొడవుగల రేఖా ఖండమును గీసి దానిని అంతరంగా 2 : 3లో విభజించండి.
2. AB = 6 సెం.మీ., BC= 7 సెం.మీ., AC = 10 సెం.మీ. ఉండునట్లు ΔABC ని నిర్మించండి.
3. 5 సెం.మీ. భుజముగల చతురస్రాన్ని నిర్మించండి.
4. AB = 6 సెం.మీ., BC = 4 సెం.మీ. ఉండునట్లు ABCD దీర్ఘచతురస్రాన్ని నిర్మించండి.
5. 6 సెం.మీ. వ్యాసార్ధం గల వృత్తమును గీసి, దానిపై ఒక బిందువు A ను గుర్తించి A వద్ద ఆ వృత్తానికి స్పర్శరేఖను గీయండి.
6. AB = 3 సెం.మీ., BC = 4సెం.మీ. $\angle B = 90^0$ గల ΔABC ని నిర్మించి దానికి పరివృత్తాన్ని గీయండి.

5 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. AB = 8 సెం.మీ., BC = 4.5 సెం.మీ., CD = 4 సెం.మీ. $\angle B = 60^0$ మరియు $AB \| CD$ అగునట్లు ABCD ట్రెపీజయంను గీయండి.
2. PQ = 5 సెం.మీ., QR = 4.5 సెం.మీ., $\angle PQR = 60^0$ ఉండునట్లు ΔPQR ను నిర్మించి దానికి పరివృత్తాన్ని గీయండి.
3. 5 సెం.మీ. వ్యాసార్ధముగల వృత్తమును గీసి దాని కేంద్రము నుండి 8 సెం.మీ. దూరములో గల ఒక బిందువు నుండి ఆ వృత్తానికి స్పర్శరేఖలు గీయుము.
4. BC = 3.5 సెం.మీ., AB + BC = 8 సెం.మీ. మరియు $\angle B = 60^0$ ఉండునట్లు ΔABC ని నిర్మించండి.
5. AB = 4 సెం.మీ., BC = 3 సెం.మీ., ఉండునట్లు దీర్ఘచతురస్రము ABCD ని నిర్మించి దానికి సమాన వైశాల్యము గల త్రిభుజాన్ని నిర్మించండి.

సమాధానాలు – 3 మార్కుల ప్రశ్నలు

1.



సొ 1. AB = 7 సెం.మీ. రేఖాఖండము గీచితిని

సొ 2. $\overline{AB}$ కి అల్పకోణము చేయనట్టి ఒక కిరణము $\overrightarrow{AC}$ గీచితిని

3. $\overrightarrow{AC}$ పై $AC_1 = 1$ యూనిట్‌లో C_1 గుర్తించి $AC_1 = C_1C_2 = C_2C_3 = C_3C_4 = C_4C_5$ అగునట్లు C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 లను గుర్తించితిని

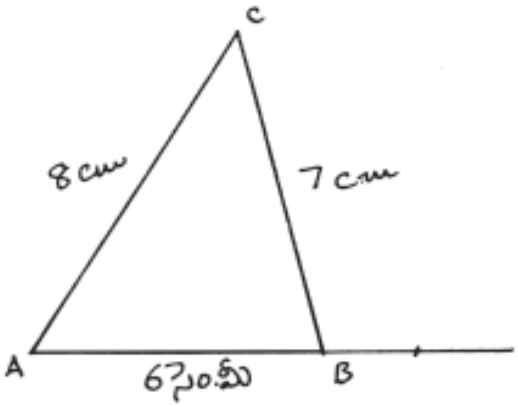
4. C_5 ను B తో కలిపితిని

5. C_2 నుండి C_5B సమాంతరముగా C_2D ను గీచితిని. D బిందువు $\overline{AB}$ ని 2 : 3 లో విభజించును.

2. సొ 1. AB = 6 సెం.మీ. అగునట్లు $\overline{AB}$ ని గీచితిని.

సొ 2. A కేంద్రముగా 8 సెం.మీ. వ్యాసార్ధముతో ఒక చాపమును గీచితిని

3. B కేంద్రముగా 7 సెం.మీ. వ్యా. అ.తో మొదటి చాపమును ఖండించు చాపమును గీచితిని. ఆ ఖండన బిందువు C గా గుర్తించితిని.



4. AC, BC లను కలిపితిని కావలసిన ΔABC వచ్చినది

3. సొ 1. AB = 5 సెం.మీ. $\overline{AB}$ రేఖాఖండము గీచితిని

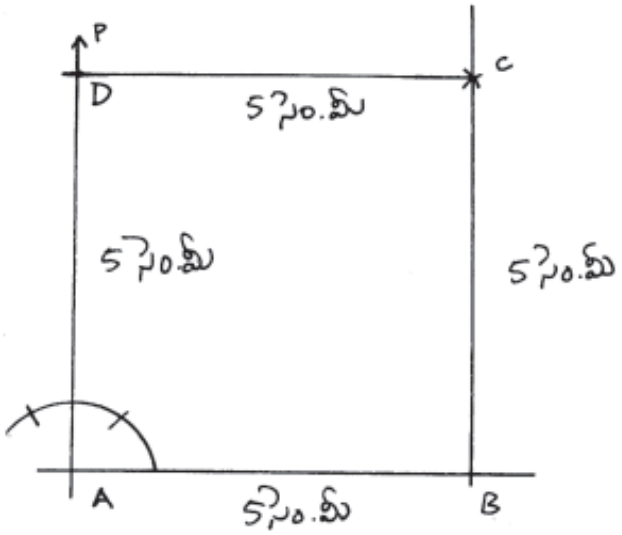
సొ 2. A వద్ద $\overline{AB}$ రేఖపై $\angle BAD = 90^0$ అగునట్లు $\overrightarrow{AP}$ కిరణమును నిర్మించితిని.

3. AB = 5 సెం.మీ. అగునట్లు $\overrightarrow{AP}$ పై D బిందువును గుర్తించితిని

4. D కేంద్రముగా 5 సెం.మీ. వ్యాసార్ధముతో చాపము గీచితిని.

5. B కేంద్రముగా 5 సెం.మీ. వ్యాసార్ధంతో మొదటి చాపమును ఖండించు చాపము గీచితిని. అది C బిందువు

6. C,D మరియు C,B లను కలుపగా ABCD చతుర్భుజము వచ్చినది.



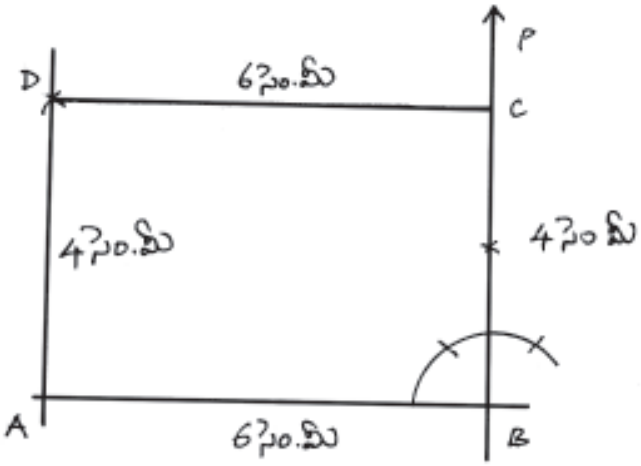
4. సొ 1. AB = 6 సెం.మీ. అగునట్లు $\overline{AB}$ రేఖాఖండము గీచితిని

సొ 2. $\angle BAP = 90^0$ అగునట్లు B వద్ద $\overrightarrow{BP}$ కిరణమును నిర్మించితిని.

3. BC = 4 సెం.మీ. అగునట్లు $\overrightarrow{BP}$ పై C బిందువు గుర్తించితిని

4. C కేంద్రముగా 6 సెం.మీ. వ్యాసార్ధంతో ఒక చాపమును గీచితిని.

5. A కేంద్రముగా 4 సెం.మీ. వ్యాసార్ధముతో మొదటి చాపమును ఖండించునట్లు చాపము గీచితిని. ఆ బిందువు D.



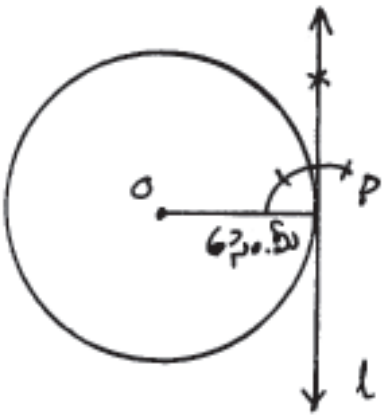
6. A, D మరియు C, D లను కలుపగా ABCD దీర్ఘచతురస్రము వచ్చినది.

5. సొ 1. O బిందువును గుర్తించి 'O' కేంద్రముగా 6 సెం.మీ. వ్యాసార్ధము గల వృత్తము నిర్మించితిని.

సొ 2. ఆ వృత్తముపై P బిందువును గుర్తించితిని.

3. O, P లను కలపగా $\overline{OP}$ వ్యా. అ. వచ్చినది.

4. $\overline{OP}$ కి P వద్ద లంబరేఖ l ను నిర్మించితిని. l స్పర్శరేఖ.

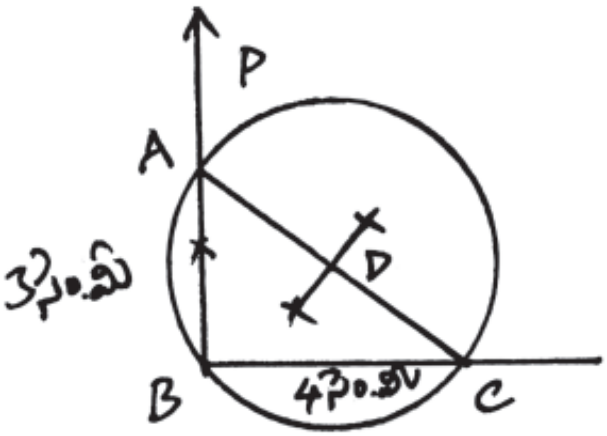


6. సొ 1. BC = 4 సెం.మీ. అగునట్లు $\overline{BC}$ రేఖాఖండమును నిర్మించుము.

సొ 2. B వద్ద $\overline{BC}$ కి లంబముగా $\overrightarrow{BP}$ కిరణాన్ని నిర్మించితిని.

3. BA = 3 సెం.మీ. అగునట్లు $\overrightarrow{BP}$ పై A బిందువును గుర్తించితిని.

4. $\overline{AC}$ కి లంబసమద్విఖండన రేఖ నిర్మించి D బిందువు. ($\overline{AC}$ మధ్య బిందువు) కనుగొంటిని.



5. లంబకోణ త్రిభుజపు పరివృత్త కేంద్రమును D అగును. కావున D కేంద్రంగా DC వ్యాసార్ధముతో వృత్తము గీయగా అది ΔABC కి పరివృత్తము.

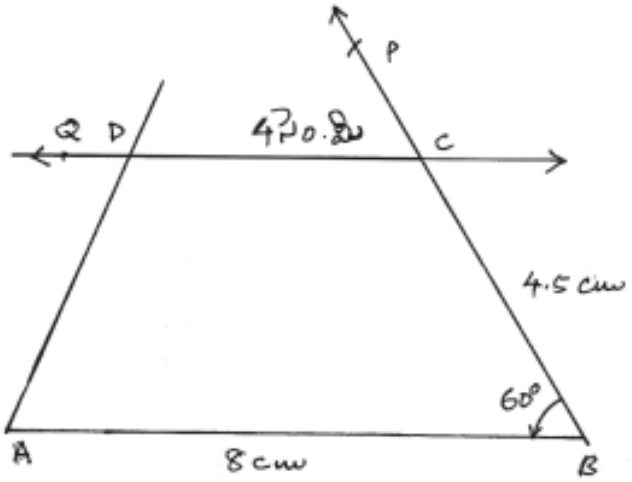
సమాధానాలు – 5 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. సొ 1. AB = 8 సెం.మీ. అగునట్లు $\overline{AB}$ రేఖాఖండాన్ని గీచితిని.

సొ 2. $\overline{AB}$ కి B వద్ద $\angle ABP = 60^0$ అగునట్లు $\overrightarrow{BP}$ కిరణాన్ని నిర్మించితిని.

3. BC = 4.5 సెం.మీ. అగునట్లు $\overrightarrow{BP}$ పై Cను గుర్తించితిని.

4. C ద్వారా $\overline{AB}$ కి సమాంతరంగా $\overrightarrow{CQ}$ రేఖను గీచితిని.



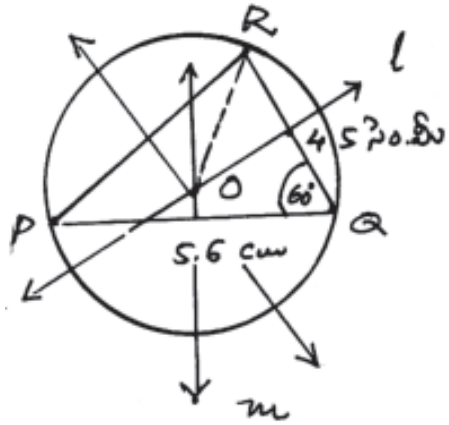
5. CD = 4 సెం.మీ. అగునట్లు $\overrightarrow{CQ}$ పై D బిందువు గుర్తించితిని.

6. D, A లను కలుపగా ABCD సమలంబ చతుర్భుజము వచ్చినది.

2. సొ 1. PQ = 5.6 సెం.మీ. అగునట్లు $\overline{PQ}$ రేఖాఖండాన్ని గీచితిని

సొ 2. Q వద్ద $\overline{PQ}$ కు 60^0 లు చేయు $\overrightarrow{QA}$ కిరణాన్ని గీచితిని

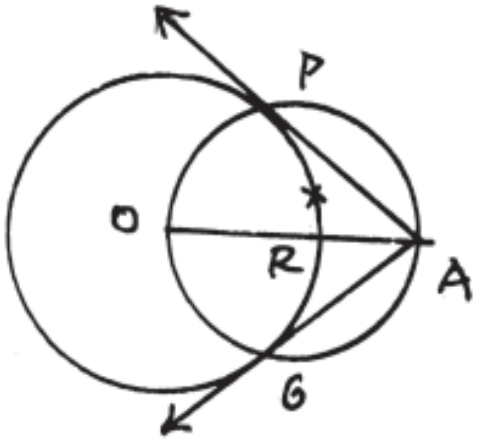
3. $\overrightarrow{QA}$ కిరణముపై QR = 4.5 సెం.మీ. అగునట్లు R బిందువు గుర్తించి P, R లను కలిపితిని.



4. $\overline{PR}$ మరియు $\overline{PQ}$ లకు లంబసమద్విఖండన రేఖలు గీయగా అవి O వద్ద ఖండించుకొనునవి.

5. O కేంద్రముగా OP వ్యాసార్ధముతో వృత్తము గీయగా వలయ పరివృత్తము వచ్చినది.

3. సొ 1. O కేంద్రముగా 5 సెం.మీ. వ్యా. అ. గల వృత్తమును నిర్మించితిని.



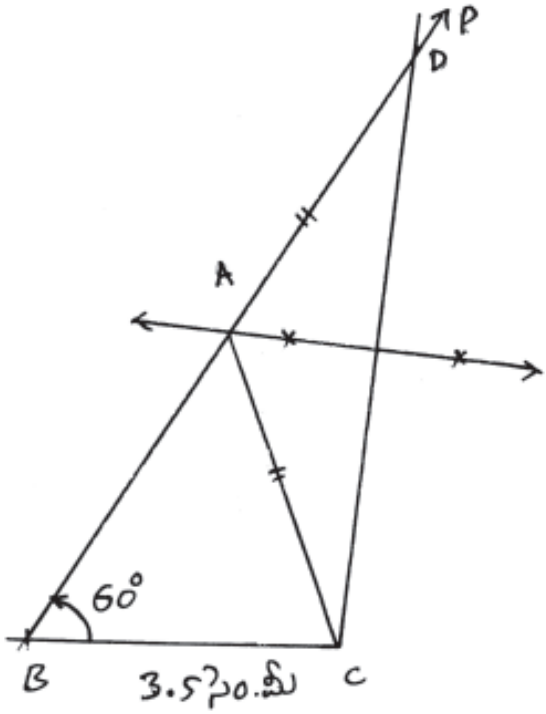
సొ 2. OA = 8 సెం.మీ. కొలతగల $\overline{OA}$ రేఖా ఖండమును గీతిచిని.

3. $\overline{OA}$ మధ్య బిందువు R ను $\overline{OA}$ లంబ సమద్విఖండన రేఖగీయుట ద్వారా కనుగొంటిని.

4. R కేంద్రముగా $\overline{RO}$ వ్యా. అ. తో వృత్తమును గీయగా అది దత్త వృత్తాన్ని P, Q ల వద్ద ఖండించినది.

5. $\overline{AP}$, $\overline{AO}$ రేఖలు గీయగా అవి స్పర్శరేఖలు అయినవి.

4. సొ 1. BC = 3.5 సెం.మీ. పొడవు గల $\overline{AB}$ రేఖాఖండాన్ని గీచితిని



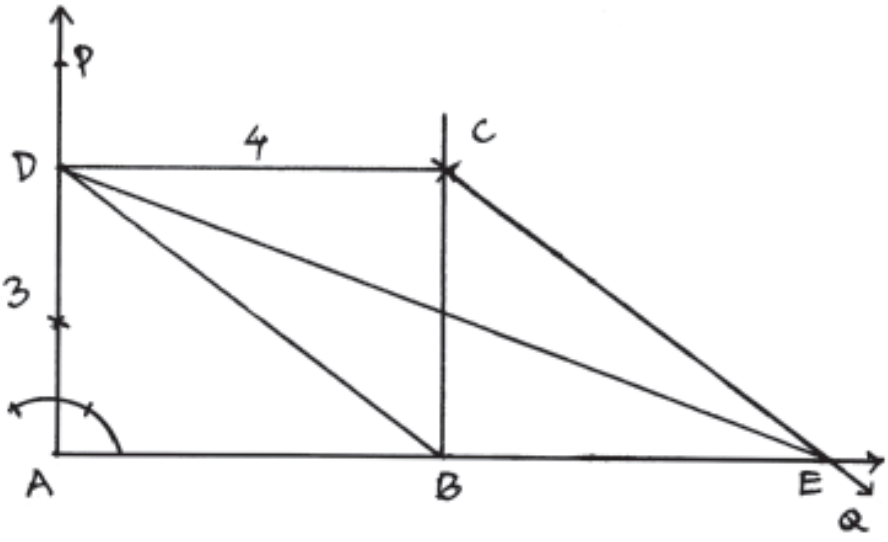
సొ 2. B వద్ద $\angle CBD = 60^0$ అగునట్లు $\overrightarrow{BP}$ కిరణాన్ని గీచితిని.

3. $\overrightarrow{BP}$ పై BD = 8 సెం.మీ. D బిందువును గుర్తించి D,C లను కలిపితిని.

4. $\overline{CD}$ కి లంబసమద్విఖండన రేఖగీయగా అది $\overrightarrow{BP}$ ని A వద్ద ఖండించినది.

5. AC లను కలపగా ΔABC వచ్చినది.

5.



సొ 1. AB = 4 సెం.మీ. రేఖాఖండాన్ని ($\overline{AB}$) గీచితిని

సొ 2. A వద్ద $\overline{AB}$ కి $\overrightarrow{AP}$ లంబరేఖను నిర్మించితిని.

3. AD = 3 సెం.మీ. $\overrightarrow{AP}$ అగునట్లు పై

D బిందువును గుర్తించితిని.

4. D కేంద్రముగా 4 సెం.మీ.ల వ్యా. అ. తో

ఒక చాపము గీచితిని.

5. B కేంద్రముగా 3 సెం.మీ. వ్యా. అ. తో మొదటి

చాపాన్ని ఖండించు చాపరేఖను గీచితిని.

C బిందువు వచ్చినది.

6. $\overline{DB}$ కర్ణమును గీచితిని.

7. Cద్వారా $\overline{DB}$ కి సమాంతరముగా $\overleftrightarrow{CQ}$ రేఖను గీచితిని.

8. $\overrightarrow{AB}$ కిరణాన్ని గీయగా అది $\overleftrightarrow{CQ}$ ను E వద్ద ఖండించినది.

9. E, C ని కలపగా ABCD దీర్ఘచతురస్రా వైశాల్యానికి సమాన వైశాల్యముగల ΔAED వచ్చినది.

ఖాళీలను పూరించండి.

1. ఒక రేఖా ఖండము యొక్క చివరి బిందువులకు సమాన దూరములో ఉన్న బిందువును కనుగొనుటకు ఆ రేఖకు ..... గీయవలెను.

2. ఒక త్రిభుజమును నిర్మించుటకు కావలసిన స్వతంత్ర కొలతలు .....

3. ఒక కోణములో కోణ భుజాలకు సమాన దూరములో ఉండు బిందువును కనుగొనుటకు ఆ కోణానికి ..... గీయవలెను.

4. సమాంతర చతుర్భుజాన్ని నిర్మించుటకు కావలసిన స్వతంత్ర కొలతల సంఖ్య .....

5. ఒకే ఒక కొలతతో నిర్మించదగు చతుర్భుజము .....

6. ఒక త్రిభుజము యొక్క అంతర వృత్త కేంద్రమును కనుగొనుటకు ఆ త్రిభుజానికి ..... గీయవలెను.

7. ఒక త్రిభుజము యొక్క పరివృత్త కేంద్రమును కనుగొనుటకు ఆ త్రిభుజానికి ..... గీయవలెను.

8. ఒక త్రిభుజము యొక్క గురుత్వ కేంద్రమును కనుగొనుటకు ఆ త్రిభుజానికి ..... గీయవలెను.

జవాబులు

1. లంబ సమద్విఖండన రేఖ
2. 3
3. సమద్విఖండన రేఖ
4. 3
5. చతురస్రము
6. కోణ సమద్విఖండన రేఖలు
7. భుజముల లంబసమద్విఖండన రేఖలు
8. మధ్యగత రేఖలు

బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు

1. నాలుగు స్వతంత్ర కొలతలతో నిర్మించదగు చతుర్భుజము ( )

   (A) దీర్ఘచతురస్రము (B) ట్రెపీజయం (C) రాంబస్ (D) చతురస్రము

జవాబులు

1. B

22. వైశ్లేషిక రేఖాగణితము

3 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. రెండుబిందువులు (0,0) మరియు (x, 3) ల మధ్య గల దూరము 5యూ. అయినచో x విలువను కనుగొనండి.
2. ఒక వృత్త కేంద్రము (2, 0) మరియు ఆ వృత్తము (7, −12) గుండాపోతే దాని వ్యాసార్ధము కొలతను కనుగొనండి.
3. (−1, 4) మరియు (0, −3) లను కలుపు రేఖాఖండమును 1 : 4 నిష్పత్తిలో అంతర్గతంగా విభజించు బిందువు అక్ష నిరూపకాలు కనుగొనండి.
4. ఒక రేఖా ఖండము యొక్క మధ్య బిందువు నిరూపకాలు (2, 3) దాని ఒక చివరి బిందువు (6, 5) అయిన మరొక అంతిమ బిందువు అక్ష నిరూపకాలు కనుగొనండి.
5. (3, −1), (10, 7) మరియు (5, 3) బిందువులు శీర్షాలుగా గల త్రిభుజ గురుత్వ కేంద్రం యొక్క అక్ష నిరూపకాలను కనుగొనండి.
6. P(−5, 7) మరియు Q(3, −11) లను ఒక వ్యాసపు అంతిమ బిందువులుగా గల వృత్త కేంద్రము యొక్క అక్ష నిరూపకాలు కనుగొనండి.

5 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. బిందువులు (1, 1). (3, 0) మరియు (−1, 2) లు ఏక రేఖాస్థితములని నిరూపించండి.
2. A(3, 4), B(2, −1) మరియు C(4, −6)లు శీర్షాలుగాగల త్రిభుజాల పొడవులు కనుగొనండి.
3. బిందువులు (2, 3) మరియు (4, x)లను కలుపు రేఖా ఖండము యొక్క పొడవు $\sqrt{13}$ యూనిట్లు అయిన x విలువను కనుగొనండి.
4. బిందువులు (2, −2), (−2, 1) మరియు (5, 2) ఒక లంబకోణ త్రిభుజ శీర్షాలని చూపండి.
5. (x_1, y_1) మరియు (x_2, y_2) బిందువుల మధ్య దూరము $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ అని నిరూపించండి.

సమాధానాలు – 3 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. ఇచ్చిన రెండు బిందువులు (0, 0) మరియు (x, 3)

   మధ్య దూరము = 5 యూనిట్లు

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = 5$$

$$\sqrt{(0-x)^2 + (0-3)^2} = 5$$

$$\sqrt{x^2 + 9} = 5$$

$$\therefore\ x^2 + 9 = 25$$

$$\therefore\ x^2 = 25 - 9 = 16$$

$$x = \sqrt{16} = \pm 4$$

2. వృత్త కేంద్రము (2, 0)

   ఈ వృత్తము (7, −12) గుండా పోవును.

   వృత్త వ్యాసార్ధము $r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$$= \sqrt{(7-2)^2 + (-12-0)^2}$$

$$= \sqrt{5^2 + (12)^2}$$

$$= \sqrt{25 + 144}$$

$$= \sqrt{169} = 13$$

$$\therefore \quad r = 13$$

3. దత్త బిందువులు (−1, 4) మరియు (0, −3) అంతరంగా దత్త నిష్పత్తి = 1 : 4

$$(x.y) = \left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_1 + ny_1}{m+n} \right)$$

$$= \left(\frac{1(0) + 4(-1)}{1+4}, \frac{1(-3) + 4(4)}{1+4} \right)$$

$$= \left(\frac{0-4}{5}, \frac{-3+16}{5} \right)$$

$$= \left(\frac{-4}{5}, \frac{13}{5} \right)$$

4. రెండు బిందువుల మధ్య బిందువు నిరూపకాలు (2, 3)

ఒకటవ బిందు నిరూపకాలు = (6, 5)

రెండవ బిందువు (x. y) అనుకొనినచో

$\therefore$ మధ్య బిందువు $(x.y) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$$(2,3) = \left(\frac{x+6}{2}, \frac{y+5}{2}\right)$$

$$\frac{x+6}{2} = 2; \qquad \frac{y+5}{2} = 3$$

$$x + 6 = 4; \qquad y + 5 = 6$$

$$\therefore x = -2; \qquad y = 1$$

$\therefore$ రెండవ బిందు నిరూపకాలు $(x, y) = (-2, 1)$

5. త్రిభుజ శీర్షాలు (3, −1), (10, 7) మరియు (5, 3)

గురుత్వ కేంద్రము $= \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$

$$= \left(\frac{3+10+5}{3}, \frac{-1+7+3}{3}\right)$$

$$= \left(\frac{18}{3}, \frac{9}{3}\right)$$

$\therefore$ గురుత్వ కేంద్రము $G(x, y) = (6, 3)$

6. వ్యాసము యొక్క చివరి బిందువులు P(−5, 7) మరియు Q(3, −11)

వృత్తకేంద్రము $(x, y) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$$= \left(\frac{-5+3}{2}, \frac{7+-11}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{-2}{2}, \frac{-4}{2}\right)$$

$$= (-1, -2)$$

$\therefore$ కేంద్రము $(x, y) = (-1, -2)$

సమాధానాలు – 5 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. దత్త బిందువులు A(1, 1), B(3, 0), C(−1, 2) అనుకొనినచో A, B, C లు రేఖాస్థితములగుటకు AB + BC = AC అని చూపాలి.

$$AB = \sqrt{(3-1)^2+(0-1)^2} = \sqrt{(2)^2+(-1)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

$$BC = \sqrt{(3-(-1)^2+(0-2)^2} = \sqrt{(3+1)^2+(-2)^2} = \sqrt{(4)^2+(-2)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20}$$

$$= 2\sqrt{5}$$

$$AC = \sqrt{(1-(-1))^2+(1-2)^2} = \sqrt{(2)^2+(-1)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

$$AB + BC = \sqrt{5}+\sqrt{5}$$

$$AC = 2\sqrt{5}$$

కావున A, B, C లు రేఖాస్థితములు.

2. A(3, 4), B(2, −1) మరియు C(4, −6) లు

$$AB = d = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_1-y_2)^2} = \sqrt{(2-3)^2(-1-4)^2} = \sqrt{1+25} = \sqrt{26}$$

$$BC = d = \sqrt{(y-2)^2+(-6+1)^2} = \sqrt{(2)^2+(-5)^2} = \sqrt{4+25} = \sqrt{29}$$

$$AC = d = \sqrt{(4-3)^2+(-6-4)^2} = \sqrt{(1)^2+(-10)^2} = \sqrt{1+100} = \sqrt{101}$$

3. దత్త బిందువులు (2, 3) మరియు (4, x)

వీటి మధ్య దూరము = $\sqrt{13}$

$$\sqrt{(4-2)^2+(x-3)^2} = \sqrt{13}$$

$$\sqrt{(2)^2+(x-3)^2} = \sqrt{13}$$

$$\sqrt{4+x^2-6x+9} = \sqrt{13}$$

$$x^2 + 13 - 6x = 13$$

$$x^2 - 6x = 0$$

$$x(x-6) = 0$$

$x = 0$ లేదా $x = 6$

4. దత్త బిందువులు (2, −2) (−2, 1) మరియు (5, 2) ఇవి లంబకోణ త్రిభుజాలని చూపుటకు. రెండు భుజాల వర్గాల మొత్తం మూడవ దాని వర్గానికి సమానమని చూపాలి.

బిందువులు (2, −2) (−2, 1) .

$$d_1 = \sqrt{(-2+-2)^2+(1-)(-2)^2} = \sqrt{(-4)^2(3)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$

బిందువులు (−2, 1) (5, 2)

$$d_2 = \sqrt{(5-2)^2+(2-1)^2} = \sqrt{(3)^2+(4)^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

బిందువులు (2, −2), (5, 2)

$$d_3 = \sqrt{(5-2)^2+(2-(-2)^2} = \sqrt{(3)^2+(4)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

$$d_1^2 + d_3^2 = (d_2)^2$$

$$(5)^2 + (5)^2 = (5\sqrt{2})^2$$

$$25 + 25 = 50$$

$$50 = 50$$

5. బిందువులు $P(x_1, y_1)$ మరియు $Q(x_2, y_2)$

$Q(x_2, y_2)$. $P(x_1, y_1)$

$QR = (y_2 - y_1)$

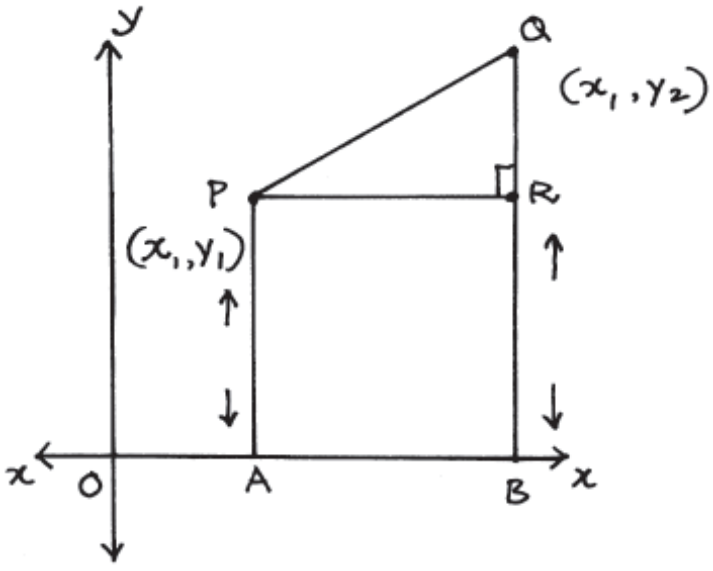
$PR = (x_2 - x_1)$

ΔPQR, లో $\angle R = 90^0$

$\Delta PQ^2 = PR^2 + QR^2$

$$= (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



ఖాళీలను పూరించండి.

1. వైశ్లేషిక రేఖాగణితాన్ని ప్రవేశపెట్టిన ఫ్రెంచి గణిత శాస్త్రవేత్త .....

2. x-అక్షము మరియు y-అక్షముల ఖండన బిందువును ..... అంటాం.

3. x-అక్షముపై నుండు ప్రతి బిందువు యొక్క y-నిరూపకము .....

4. (-3, -6) బిందువు ఉండు పాదము .....

5. x-అక్షమును సూచించు రేఖీయ సమీకరణం .....

6. y-అక్షమును సూచించు రేఖీయ సమీకరణము .....

7. (x_1, y_1) మరియు (x_2, y_2) ల మధ్య దూరము = ...

8. మూలబిందువు మరియు (x, y) అనే బిందువుల మధ్య దూరము.....

9. (x_1, y_1) మరియు (x_2, y_2) ల కలుపు రేఖా ఖండమును m : n లో విభజించు బిందువు యొక్క నిరూపకాలు.....

10. (x_1, y_1) మరియు (x_2, y_2) ల మధ్య బిందువు యొక్క అక్ష నిరూపకములు .....

11. ఒక త్రిభుజము యొక్క శీర్షములు (a . d), (b . e), (c . f) దాని గురుత్వ కేంద్రము యొక్క అక్ష నిరూపకాలు.....

12. ఒక వృత్తములోని వ్యాసము యొక్క చివరి బిందువులు (−3, −5) మరియు (3, 5) లు అయిన దాని వృత్త కేంద్రపు అక్ష నిరూపకాలు.

జవాబులు

1. రేనె డికార్టె
2. మూలబిందువు
3. O (సున్న)
4. Q_3 (మూడవ పాదము)
5. $y = 0$
6. $x = 0$
7. $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

8. $\sqrt{x^2 + y^2}$

9. $\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}\right)$

10. $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

11. $\left(\frac{a+b+c}{3}, \frac{d+e+f}{3}\right)$

12. (0, 0)

బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు

1. రేనె డికార్టె ప్రవేశ పెట్టిన తలమును ..... అంటారు. ( )

   (A) యూక్లీడియన్ తలము (B) కార్టీసియన్ తలము

   (C) రేమాన్ తలము (D) టోపలాజికల్ తలము

2. (2, 3) అను బిందువు నుండి Y-అక్షమునకు గల దూరము ..... యూనిట్లు ( )

   (A) $\sqrt{5}$ (B) 5 (C) 2 (D) 3

3. నాలుగవ పాదములో ఉండు బిందువు ( )

   (A) (2, 3) (B) (−2, 3) (C) (−2, −3) (D) (2, −3)

4. (−1, 0) మరియు (0, 3) బిందువుల మధ్య దూరము ..... యూనిట్లు ( )

   (A) $\sqrt{10}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) 2 (D) $\sqrt{2}$

5. (3, 4) మరియు (5, 12) బిందువులను కలుపు రేఖా ఖండము యొక్క మధ్య బిందువు యొక్క అక్ష నిరూపకాలు ( )

   (A) (8, 16) (B) (2, 8) (C) (2, 16) (D) (4, 8)

6. Y-అక్షముపై నుండు బిందువు అక్ష నిరూపకాలు ( )

   (A) (x, 0) (B) (0, y) (C) (x, y) (D) (0, 0)

7. మూలబిందువు నుండి (3, 4) అను బిందువునకు గల మధ్య దూరము ..... యూనిట్లు ( )

   (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 7

8. ΔABC లో AD అనునది మధ్య గతరేఖ. G(x, y) అనునది గురుత్వ కేంద్రము అయిన G బిందువు విభజించు నిష్పత్తి ( )

(A) 1 : 2 (B) 2 : 1 (C) $\sqrt{2}$: 1 (D) 1 : $\sqrt{2}$

9. ఒక వృత్తము యొక్క కేంద్రము (0, 0) (−6, 8) ఆ వృత్తముపై గల ఒక బిందువు అయిన ఆ వృత్త వ్యాసార్ధము ..... యూనిట్లు ( )

(A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 2

10. లంబకోణ త్రిభుజంలోని భుజాల మధ్య గల సంబంధం ( )

(A) భు$_1^2$ + భు$_2^2$ = కర్ణము^{2} (B) భు$_1^2$ = కర్ణము + భు$_2^2$

(C) కర్ణము^{2} + భు$_1^2$ + భు$_2^2$ = 0 (D) కర్ణము^{2} = 2భు^{2}

జవాబులు

1. B 2. C
3. C 4. D
5. D 6. B
7. C 8. B
9. C 10. A

జతపరుచుట

A		B
1. x- అక్షము మరియు y- అక్షముల ఖండన బిందువు	( )	A) మూల బిందువు
2. x- అక్షము మరియు y- అక్షములకు సమాన దూరములో ఉండు బిందువు అక్ష నిరూపకాలు	( )	B) (a, a)
3. (3, −2) మరియు (−5, 4) బిందువులను 1 : 1 నిష్పత్తిలో విభజించు బిందువు యొక్క y−నిరూపకము.	( )	C) 1 యూనిటు
4. (−5, 4) అను బిందువు మరియు x−అక్షానికి మధ్యగల దూరము	( )	D) 4 యూనిట్లు
		E) −1 యూనిటు
		F) −4 యూనిట్లు
		F) 4 యూనిట్లు

4 యూనిట్

క్షేత్ర గణితము

లక్ష్యాలు :

* వివిధ ఘన వస్తువులను గుర్తించును.
* సరియైన సూత్రమునుపయోగించి ఘనము, దీర్ఘనము, స్థూపము, శంఖువు, అర్ధ గోళముల ఉపరితల వైశాల్యములను మరియు ఘనపరిమాణములను కనుగొనగలుగును.
* ఘన వస్తువులకు సంబంధించిన సూత్రములను ఉపయోగించి నిత్యజీవితములోని సమస్యలను సాధించగలుగును.

ముఖ్యాంశాలు :

* సామాన్యరూపంగా ఒక చదరము యొక్క భుజము 'a' యూనిట్లయితే దాని వైశాల్యము a^2 చదరపు యూనిట్లు మరియు దాని చుట్టుకొలత 4a యూనిట్లు అగును.
* చతురస్రపు వైశాల్యం = (భుజము)^2 చదరపు యూనిట్లు

  దీర్ఘచతురస్రపు వైశాల్యం = పొడవు × వెడల్పు యూనిట్లు

  చతురస్రపు చుట్టుకొలత = 4× భుజము యూనిట్లు

  దీర్ఘచతురస్రపు చుట్టుకొలత = 2(పొడవు + వెడల్పు) యూనిట్లు.
* సమాంతర చతుర్భుజము యొక్క వైశాల్యము = భూమి × ఎత్తు చదరపు యూనిట్లు.
* త్రిభుజము యొక్క వైశాల్యము = 1/2 భూమి × ఎత్తు చదరపు యూనిట్
* సమలంబ చతుర్భుజము యొక్క వైశాల్యము = 1/2 × (సమాంతర భుజాల మొత్తము)× వాని మధ్య దూరము చ.యూ.
* వృత్తము యొక్క పరిధి = $2\pi r$ యూనిట్లు.
* వృత్తము యొక్క వైశాల్యము = πr^2 చ.యూనిట్లు.
* వృత్తాకారపు బాట యొక్క వైశాల్యము = $\pi(R^2 - r^2)$, $R > r$ చ.యూనిట్లు.

* సెక్టరు యొక్క చుట్టుకొలత = $(2r + 2\pi r\ \theta/360)$ యూనిట్లు.

* రెండు మానముల కన్న ఎక్కువ వుండి, కొంత చోటును ఆక్రమించుకొను ఆకారాలను ఘన ఆకారాలంటారు.

* ఒక ఘన పదార్థానికి ఎల్లలుగా వుండే సమతల ఆకారాల వైశాల్యాల మొత్తమును ఆ ఘన పదార్థము యొక్క ఉపరితల వైశాల్యము అంటారు.

* ఒక దీర్ఘ ఘనము యొక్క పూర్ణతల వైశాల్యము = $2(1b + bh + h)$

* దీర్ఘ ఘనము యొక్క ఘనపరిమాణము = $l \times b \times h$

* త్రిభుజము యొక్క వైశాల్యము = $\sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$ చ.యూనిట్లు = 1/2 × భూమి × ఎత్తు.

3 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. ఒక చతురస్రాకారపు పార్కు యొక్క వైశాల్యం 1,225 చ.మీ దాని చుట్టూ కంచె వేయుటకు కావలసిన తీగ పొడవెంత?
2. ఒక దీర్ఘ చతురస్రాకారపు మైదానం పొడవు, వెడల్పునకు రెట్టింపు. దాని చుట్టుకొలత 1200 మీ. అయిన దాని వైశాల్య మెంత?
3. ఒక దీర్ఘ చతురస్రాకారపు పొలం కొలతలు 625 మీ ×121 మీ దీనికి సమాన వైశాల్యం కల చతురస్రాకారపు పొలం భుజం పొడవును కనుగొనుము.
4. ఒక సమలంబ చతుర్భుజమందలి సమానాంతర భుజాలు 25 సెం.మీ. 17 సెం.మీ వాటి మధ్య దూరము 5 సెం.మీ. అయినచో దాని వైశాల్యమును కనుగొనుము.
5. ఒక పొలము చతుర్భుజాకారంలో ఉంది. దాని కర్ణము వెంబడి 60 మీ. పొడవు ఉండి, దాని మీదకు తక్కిన రెండు శీర్షముల నుండి గీసిన లంబములు 27 మీ. 19 మీ. అయిన ఆ పొలం వైశాల్యం కనుగొనుము.
6. ఒక సమచతుర్భుజంలోని ఒక కర్ణము 16 సెం.మీ. దాని ఒక భుజము 17 సెం.మీ. అయినచో దాని వైశాల్యంను కనుగొనుము.
7. ఒక త్రిభుజ భుజాలు 50 మీ. 78 మీ. మరియు 112 మీ అయిన ఆ త్రిభుజం యొక్క వైశాల్యం కనుగొనుము.
8. ఒక సమలంబ చతుర్భుజాకారపు స్థలము యొక్క సమానాంతర భుజాలలో ఒకదాని పొడవు 13మీ. వాటి మధ్యదూరము 7 మీ. ఆ స్థలం యొక్క వైశాల్యం 126 చ.మీ. అయిన రెండవ సమాంతర భుజాన్ని కనుగొనుము.
9. ఒక వృత్త వ్యాసార్ధం 21 సెం.మీ. దాని యొక్క పరిధి మరియు వైశాల్యములను కనుగొనుము.
10. ఒక చక్రము యొక్క వ్యాసార్ధము 21 సెం.మీ. అది 13.2 కి.మీ పోయినచో అది ఎన్ని చుట్లు తిరుగును?
11. ఒకవృత్త పరిధికిని, వ్యాసార్ధమునకు, మధ్యగల భేదము 111 మీ. అయిన ఆ వృత్తము యొక్క వ్యాసమును కనుగొనుము.
12. ఒక వృత్తము యొక్క వైశాల్యమునకు, వ్యాసార్ధము యొక్క వర్గమునకు మధ్యగల భేదము 105 చ.మీ. అయినచో ఆ వృత్త పరిధిని కనుగొనుము.

13. ఒక సెక్టరు వ్యాసార్ధం 12 సెం.మీ. దాని కేంద్రకోణం 35^0 అయిన దాని వైశాల్యం ఎంత?

14. ఒక సెక్టరు వ్యాసార్ధం 6 సెం.మీ. దాని చాపం పొడవు 11 సెం.మీ.అయిన దాని వైశాల్యం కనుగొనుము.

15. ఒక వృత్తాకారపు పార్కు యొక్క వ్యాసార్ధము 14 మీ. దాని చుట్టూ బయటి ప్రక్క 7 మీ. వెడల్పుగల ఒక రోడ్డు కలదు. రోడ్డు యొక్క వైశాల్యమును కనుగొనుము.

16. ఒక అట్టపెట్టె పొడవు 4 మీ. వెడల్పు 3 మీ. మరియు ఎత్తు 2 మీ. అయిన దాని పూర్ణ ఉపరితల వైశాల్యం కనుగొనుము.

17. ఒక ఘనము యొక్క పూర్ణ ఉపరితల వైశాల్యం 96 చ.సెం.మీ. దాని ఘనపరిమాణం కనుగొనుము.

18. ఒక చెరువులో 1,20,000 ఘ.మీ. నీరున్నది. దాని పొడవు, వెడల్పులు వరుసగా 60 మీ. 50 మీ. అయిన దాని లోతు ఎంత?

19. ఒక ఘనపు అంచు 5 సెం.మీ అయిన దాని ఉపరితల వైశాల్యం మరియు ఘనపరిమాణాలను కనుగొనుము.

20. ఒక ఘనము యొక్క ఘనపరిమాణం 3,375 ఘ.సెం.మీ అయిన దాని ఉపరితల వైశాల్యం ఎంత?

21. ఒక గది యొక్క పొడవు 12 మీ. వెడల్పు 8 మీ. మరియు ఎత్తు 6 మీ. అందులో ఒక్కొక్కటి 1.5 ఘనమీటర్ల ఘనపరిమాణంగల పెట్టెలు ఎన్ని పట్టును?

22. 6 సెం.మీ భుజము గా గల మూడు ఘనములు ప్రక్కప్రక్కగా జోడించబడినవి. అప్పుడు ఏర్పడునట్టి దీర్ఘఘనము యొక్క ఉపరితల వైశాల్యమును కనుగొనుము.

23. ఒక తొట్టె స్థూపాకారములో ఉన్నది. అది 2.8 మీ. ఎత్తు మరియు 1 మీ. వ్యాసము కలిగి ఉన్నచో దానిలో పట్టు నీటి ఘనపరిమాణం ఎంత?

24. రెండు స్థూపాల వ్యాసార్ధాలు 3:2 మరియు ఎత్తులు 5:4 నిష్పత్తిలో ఉన్నవి. వాటి ఘనపరిమాణాల యొక్క నిష్పత్తి ని కనుగొనుము.

25. ఒక సమవృత్తాకార శంకువు యొక్క భూవైశాల్యం 154 చ.మీ దాని ఎత్తు 6 మీ. అయిన దాని ఘనపరిమాణమును కనుగొనుము.

26. ఒక శంఖాకారపు కప్పు ఎత్తు 15 సెం.మీ. దాని భూవ్యాసార్ధం 14 సెం.మీ ఆ కప్పులో నిండుగా ఉన్న నీటిని 7 సెం.మీ. భూవ్యాసార్ధంగల ఒక స్థూపం నందు పోసిన ఎంత ఎత్తు వరకు నిండును?

27. ఒక గోళం యొక్క వ్యాసార్ధం 42 సెం.మీ. అయినచో దాని ఘనపరిమాణం మరియు ఉపరితల వైశాల్యాలను కనుగొనుము.

28. ఒక ఇనుపగోళం యొక్క వ్యాసార్ధం 3.5 సెం.మీ. దానిని కరిగించి 1.75 సెం.మీ వ్యాసము గల చిన్న గోళములుగా తయారు చేసినచో ఎన్ని గోళములు తయారగును?

29. ఒక గోళం ఘనపరిమాణం 4851 ఘ. మీ. అయిన దాని వ్యాసం ఎంత?

30. ఒక గది కొలతలు 12 మీ, 4 మీ, 3 మీ, ఆ గది నాలుగు గోడలకు రంగు వేయుటకు ఒక చదరపు మీటరుకు రూ. 6 చొప్పున మొత్తం ఎంత ఖర్చగును ?

జవాబులు

1. చతురస్రాకారపు పార్కు వైశాల్యం = 1225 చ.మీ

$$\text{భుజము}^2 = 1225$$

$$\text{భుజము} = \sqrt{1225}$$

$$= \sqrt{5\times5\times7\times7}$$

$$= 5 \times 7$$

$$= 35 \text{ మీ.}$$

దాని చుట్టూ కంచె వేయుటకు కావలసిన తీగ పొడవు = పార్కు చుట్టు కొలత

$$\text{పార్కు చుట్టుకొలత} = 4 \times \text{భు}$$

$$= 4 \times 35$$

$$= 140 \text{ మీ.}$$

2. దీర్ఘ చతురస్రాకారపు మైదానం వెడల్పు (b) = x మీ అనుకొనుము

$$\text{పొడవు } (l) = 2x \text{ మీ.}$$

$$\text{చుట్టు కొలత} = 2\ (l + b)$$

$$= 2(2x + x)$$

$$= 2(3x)$$

$$= 6x \text{ మీ.}$$

లెక్క ప్రకారం చుట్టుకొలత = 1200 మీ.

$$6x = 1200$$

$$x = 1200/6 = 200 \text{ మీ}$$

$$\therefore \quad \text{వెడల్పు } (b) = 200 \text{ మీ}$$

$$\text{పొడవు } (l) = 2\times200 = 400 \text{ మీ}$$

$$\text{వైశాల్యం} = l.b$$

$$= 400 \times 200 = 80{,}000 \text{ చ.మీ}$$

3. దీర్ఘ చతురస్ర పొలం కొలతలు =625 × 121 మీ^{2}

లెక్క ప్రకారం దీని వైశాల్యం ఒక చతురస్ర వైశాల్యానికి సమానం.

చతురస్ర వైశాల్యం (భు^{2}) = 625 × 121

భుజము = $\sqrt{625\times121}$

= $\sqrt{5\times5\times5\times5\times11\times11}$

= 5 × 5 × 11

= 275 మీ.

∴ చతురస్రాకారపు పొలం భుజం పొడవు = 275 మీ.

4. సమలంబ చతుర్భుజంలో సమానాంతర భుజాలు

a = 25 సెం.మీ

b = 17 సెం.మీ

వాటి మధ్య దూరం (h) = 5 సెం.మీ

వైశాల్యం A = $\frac{1}{2}h(a+b)$

విలువలను ప్రతిక్షేపించగా

= $\frac{1}{2}\times 5\ (25 + 17)$

సూక్ష్మీకరించగా, = $\frac{1}{2}\times 5 \times 42$

= 105 చ.మీ

5. చతుర్భుజాకార పొలం కర్ణం పొడవు (d) = 60 మీ.

దాని మీదకు గీసిన లంబములు h_1 = 27 మీ.

h_2 = 19 మీ.

పొలం వైశాల్యం A = $\frac{1}{2}d(h_1+h_2)$

= $\frac{1}{2}\times60\times(27+19)$

= 30(46)

= 1380చ.మీ

6. సమ చతుర్భుజం యొక్క కర్ణములు d_1 =16 సెం.మీ

d_2 =17

వైశాల్యం A = $\frac{1}{2} \times d_1 . d_2$

= $\frac{1}{2} \times 16 \times 17$

= 136 చ.మీ

7. త్రిభుజ భుజాల కొలతలు a = 50 మీ.

b = 78 మీ

c = 112 మీ

త్రిభుజ వైశాల్యం A = $\sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$

$S = \frac{a+b+c}{2}$

$S = \frac{50+78+112}{2} = \frac{240}{2}$ = 120 మీ.

A = $\sqrt{120(120-50)(120-78)(120-112)}$

= $\sqrt{120 \times 70 \times 42 \times 8}$

= $\sqrt{(2\times2\times2\times3\times5)\times(2\times5\times7)\times(2\times3\times7)(2\times2\times2)}$

= 2 × 2 × 2 × 2 × 3 × 5 × 7

= 1680 చ.మీ

8. సమలంబ చతుర్భుజాకార స్థలం యొక్క ఒక సమానాంతర భుజం యొక్క పొడవు (a) = 13 మీ.

వాటి మధ్య దూరం (h) = 7 మీ.

దాని వైశాల్యం (A) = 126 చ.మీ

వైశాల్యం (A) = $\frac{1}{2}$ h(a + b)

$\frac{1}{2} \times 7(13 + b) = 126$

$13 + b = \frac{126 \times 2}{7}$ = 18 × 2

b = 36 – 13 = 23 మీ.

9. వృత్త వ్యాసార్ధం $r = 21$ సెం.మీ

పరిధి $C = 2\pi r$

$= 2\times\frac{22}{7}\times 21$

$= 132$ సెం.మీ.

వైశాల్యం $A = \pi r^2$

$= \frac{22}{7}\times 21 \times 21$

$= 66\times 21$

$= 1386$ చ.సెం.మీ

10. చక్రము యొక్క వ్యాసార్ధం $r = 21$ సెం.మీ

చుట్టుకొలత $C = 2\pi r$

$= 2\times\frac{22}{7}\times 21$

$= 132$ సెం.మీ

చక్రం మొత్తం పోయిన దూరం = 13.2 కి.మీ = $13.2\times 1,00,000$ సెం.మీ

చక్రం తిరిగిన చుట్ల సంఖ్య = మొత్తం పోయిన దూరం/ చుట్టుకొలత

$= \frac{13.2\times 1,00,000}{132}$

$= \frac{132\times 10,000}{132}$

$= 10,000$

11. వృత్త పరిధి $C = 2\pi r$

పరిధికిని, వ్యాసార్ధానికి గల భేదము $= 2\pi r - r$

లెక్క ప్రకారం భేదం = 111 మీ.

$2\pi r - r = 111$

$-r(2\pi - 1) = 111$

$$r\left(2\times\frac{22}{7}-1\right) = 111$$

$$r\left(\frac{44}{7}-1\right) = 111$$

$$r\left(\frac{44-7}{7}\right) = 111$$

$$r = \frac{111\times 7}{37} = 21$$

వృత్త వ్యాసము $d = 2r = 2 \times 21 = 42$ మీ.

12. వృత్త వైశాల్యం $A = \pi r^2$

వ్యాసారం యొక్క వర్గం = r^2

వైశాల్యానికి, వ్యాసార్ధం యొక్క వర్గానికి గల భేదం = $\pi r^2 - r^2$

లెక్క ప్రకారం భేదం = 105 చ.మీ

$$\pi r^2 - r^2 = 105$$

$$r^2(\pi - 1) = 105$$

$$r^2\left(\frac{22}{7}-1\right) = 105$$

$$r^2\left(\frac{15}{7}\right) = 105$$

$$r^2 = \frac{105\times 7}{15} = 7 \times 7$$

$$r = \sqrt{7\times 7} = 7\text{మీ.}$$

వృత్త పరిధి $C = 2\pi r$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7$$

$$= 44 \text{ మీ.}$$

13. సెక్టరు వ్యాసార్ధం r = 12 సెం.మీ

దాని కేంద్రకోణం θ = 35^0

సెక్టరు వైశాల్యం (A) = $\frac{\theta}{360^0}.\pi r^2$

= $\frac{35}{360}\times\frac{22}{7}\times12\times12$

= 22 × 2

= 44 చ.సెం.మీ

14. సెక్టరు వ్యాసార్ధం (r) = 6 సెం.మీ

దాని చాప పొడవు (l) = 11 సెం.మీ

వైశాల్యం (A) = lr/2

= 11 × 6/2 = 33 సెం.మీ.

15. వృత్తాకారపు పార్కు వ్యాసార్ధము (r) = 14 మీ.

దాని చుట్టూ బయట ప్రక్క 7 మీ. వెడల్పు గల రోడ్డు కలదు.

అప్పుడు పార్కు బయటి వ్యాసార్ధం (R) = 14+7=21 మీ.

రోడ్డు (బాట) వైశాల్యం = $\pi(R + r)(R - r)$

= $\frac{22}{7}(21 + 14)(21 - 14)$

= $\frac{22}{7}\times 35 \times 7$

= 770 చ.సెం.మీ

16. అట్ట పెట్టె పొడవు (l) = 4 మీ

వెడల్పు(b) = 3 మీ

ఎత్తు (h) = 2 మీ

అట్ట పెట్టె (దీర్ఘ ఘనం) ఉపరితల వైశాల్యం (A) = 2(lb + bh + hl)

= 2(4 × 3 + 3 × 2 + 2 × 4)

= 2(12 + 6 + 8)

= 2(26)

= 52 చ.మీ

17. ఘనము యొక్క పూర్ణ ఉపరితల వైశాల్యం (A) = 96 చ.సెం.మీ

కాని $(A) = 6a^2$

$6a^2 = 96$

$a^2 = 96/6 = 16$

$a = \sqrt{16} = 4$ సెం.మీ

ఘనము యొక్క ఘనపరిమాణం (V) $= a^3$

$= 4^3$

$= 4 \times 4 \times 4$

= 64 ఘ.సెం.మీ

18. చెరువులో గల నీటి ఘనపరిమాణం = 1,20,000 ఘ.మీ

చెరువు పొడవు (l) = 60 మీ.

వెడల్పు (b) = 50 మీ

లోతు (h) = ?

నీటి ఘనపరిమాణం V = lbh

$\therefore$ 1,20,000 $= 60 \times 50 \times h$

$\therefore$ h $= 1,20,000 / 60 \times 50 = 40$

$\therefore$ లోతు (h) = 40 మీ.

19. ఘనం యొక్క అంచు (a) = 5 సెం.మీ

దాని ఉపరితల వైశాల్యం (A) $= 6\ a^2$

$= 6 \times 5^2$

$= 6 \times 25$

= 150 చ.సెం.మీ

దాని ఘనపరిమాణం (V) $= a^3$

$= 5^3$

$= 5 \times 5 \times 5$

= 125 ఘ.సెం.మీ

20. ఘనము యొక్క ఘనపరిమాణం (V) = 3,375 ఘ.సెం.మీ

ఘనము యొక్క ఘనపరిమాణం $V = a^3$

$\therefore a^3 = 3375$

$a^3 = 5 \times 5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 3$

$a = \sqrt{5\times5\times5\times3\times3\times3}$

$= 5 \times 3$

$= 15$ సెం.మీ

5	3375
5	675
5	135
5	27
3	9
	3

ఘనము యొక్క ఉపరితల వైశాల్యం $A = 6a^2$

$= 6 \times 15^2$

$= 6 \times 15 \times 15$

$= 6 \times 225$

$= 1350$ చ.సెం.మీ

21. గది పొడవు (l) = 12 మీ

వెడల్పు (b) = 8 మీ

ఎత్తు (h) = 6 మీ

గది ఘనపరిమాణం = l.b.h

$= 12 \times 8 \times 6$

అందులో 1.5 ఘ.మీ ఘనపరిమాణం గల పెట్టెలు పట్టే సంఖ్య = గది ఘ॥ ప./ పెట్టె ఘ॥ .ప.

$= 12 \times 8 \times 6/1.5$

$= 384.$

22. ఒక ఘనము యొక్క భుజము = 6 సెం.మీ

అటువంటి మూడు ఘనములు ప్రక్క ప్రక్కగా జోడించబడినవి.

అప్పుడు ఏర్పడిన దీర్ఘ ఘనం పొడవు (l) = 6 + 6 + 6 = 18 సెం.మీ

వెడల్పు (b) = 6 సెం.మీ

ఎత్తు (h) = 6 సెం.మీ

ఉపరితల వైశాల్యం (A) = $2(lb + bh + hl)$

= $2(18 \times 6 \times 6 + 6 + 6X + 18)$

= $2(108 + 36 + 108)$

= $2(252)$

= 504 చ.సెం.మీ

23. స్థూపాకారపు తొట్టి ఎత్తు (h) = 2.8 మీ.

వ్యాసం (d) = 1 మీ

వ్యాసార్ధం(r) = 1/2

దానిలో పట్టు నీటి ఘ॥ ప = స్థూపాకారపు తొట్టి ఘ॥ ప.

= $\pi r^2 h$

= $\frac{22}{7} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 2.8$

= 2.2 ఘ.మీ

24. రెండు స్థూపాల వ్యాసార్ధాల నిష్పత్తి = $(r_1 : r_2) = 3:2$

వాటి వ్యాసార్ధాలు r_1 = $3x$

r_2 = $2x$ అనుకొనుము

ఆ రెండు స్థూపాల ఎత్తుల నిష్పత్తి $(h_1 : h_2) = 5:4$

వాటి ఎత్తులు h_1 = $5x$

h_2 = $4x$ అనుకొనుము

వాటి ఘనపరిమాణంనిష్పత్తి = $\pi r_1^2 h_1 : \pi r_2^2 h_2$

= $(3x)^2 \times (5x) : (2x)^2 \times (4x)$

= $9 \times 5 \times x \times x \times x : 4 \times 4 \times x \times x$

= 45 : 16

25. సమవృత్తాకార శంకువు యొక్క భూవైశాల్యం (A) = 154 చ.మీ.

భూవైశాల్యం (A) = వృత్తవైశాల్యం $= \pi r^2$

$$\pi r^2 = 154$$

దాని ఎత్తు (h) = 6మీ

ఘనపరిమాణం (V) = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

$$= \frac{1}{3}\times 154\times 6$$

$$= 368 \text{ ఘ.మీ.}$$

26. శంఖాకారపు కప్పు ఎత్తు (h) = 15 సెం.మీ

దాని భూ వ్యాసార్ధం (r) = 14 సెం.మీ

దానిలో పట్టిన నీటి ఘనపరిమాణం = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times 15$$

ఈ నీటిని 7 సెం.మీ భూవ్యాసార్ధం గల స్థూపంలో పోసిరి.

స్థూపం ఘనపరిమాణం = $\pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times \cancel{14}^{7} \times \cancel{14}^{7} \times \cancel{15}^{h}$$

స్థూపం, శంకువు ఘనపరిమాణాలు సమానం

$$\frac{22}{7}\times 7\times 7\times h = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7}\times 14 \times 14 \times 15$$

$$h = \frac{14\times 14\times 5}{7\times 7} = 20 \text{ సెం.మీ}$$

$\therefore$ ఆ నీటిని స్థూపంలో పోస్తే 20 సెం.మీ ఎత్తుకు వచ్చును.

27. గోళం వ్యాసార్ధం (r) = 42 సెం.మీ

ఘనపరిమాణం (V) = $\frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 42 \times 42 \times 42$

= 3,10,464 ఘ.సెం.మీ

ఉపరితల వైశాల్యం = $4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times 42 \times 42$

= 22,176 చ.సెం.మీ

28. ఇనుప గోళం వ్యాసార్ధం (r) = 3.5 సెం.మీ

దాని ఘ॥ ప = $\frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 \times 3.5$

దీనిని కరిగించి 1.75 సెం.మీ వ్యాసము గల గోళాలుగా చేసారు.

చిన్న గోళం వ్యాసార్ధం = $\frac{1.75}{2}$ సెం.మీ

దీని ఘ.ప. = $\frac{4}{3}\times\frac{22}{7}\times\frac{1.75}{2}\times\frac{1.75}{2}\times\frac{1.75}{2}$ ఘ.సెం.మీ

తయారయ్యే గోళాల సంఖ్య = ఇనుప గోళం ఘ॥ ప/ చిన్న గోళం ఘ॥ ప

$= \frac{\frac{4}{3}\times\frac{22}{7}\times3.5\times3.5\times3.5}{\frac{4}{3}\times\frac{22}{7}\times\frac{1.75}{2}\times\frac{1.75}{2}\times\frac{1.75}{2}}$

$= \frac{3.5\times3.5\times3.5\times2\times2\times2}{1.75\times1.75\times1.75}$

= 64

29. గోళం ఘనపరిమాణం (V) = 4.851 ఘ.మీ

ఘనపరిమాణం (V) = $\frac{4}{3}\pi r^3$

$\frac{4}{3}\pi r^3$ = 4851

πr^3 = $\frac{4851\times3}{4}$

r^3 = $\frac{4851\times3\times7}{4\times22} = \frac{21\times21\times21}{2\times2\times2}$

r = $\frac{21}{2}$ మీ.

వ్యాసం = 2r = $2\times\frac{21}{2}$ = 21 మీ.

30. గది కొలతలు పొడవు (l) = 12 మీ

వెడల్పు (b) = 4 మీ

ఎత్తు (h) = 3 మీ

గది నాలుగు గోడలు వైశాల్యం (A) = 2h(l + b)

= 2 × 3(12 + 4)

= 6 × 16

= 96 చ.మీ

1 చ.మీ రంగు వేయుటకు అగు ఖర్చు = రూ. 6

96 చ.మీ రంగు వేయుటకు ఖర్చు = 96×6

= రూ.576

5 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. ఒక త్రిభుజాకారపు పొలం యొక్క భూమి దాని ఎత్తునకు మూడు రెట్లు ఒక చదరపు మీటరుకు రూ.20 చొప్పున ఆ పొలాన్ని సాగు చేయుటకు రూ. 27,000 ఖర్చయిన దాని భూమి, ఎత్తులను కనుగొనుము.

2. ఒక మైదానము సమలంబ చతుర్భుజాకారములో నున్నది. దాని సమాంతర భుజాల పొడవులు 11 మీ. మరియు 25మీ. అసమానాంతరాలైన భుజాల పొడవులు 15 మీ. 13 మీ. అయిన మైదానము యొక్క వైశాల్యాన్ని కనుగొనుము.

3. ఒక సమ చతుర్భుజము యొక్క చుట్టుకొలత 40 సెం.మీ. మరియు దాని ఒక కర్ణము 12 సెం.మీ. అయినచో దాని రెండవ కర్ణాన్ని మరియు దాని వైశాల్యాన్ని కనుగొనుము.

4. ఒక దీర్ఘచతురస్రాకారపు పచ్చిక మైదానం 100 మీ. పొడవు, 80 మీ. వెడల్పు కలిగి ఉంది. దాని మధ్యగా 2 మీ. వెడల్పు గల రెండు రోడ్డులు ఒకటి పొడవునకు ఇంకొకటి వెడల్పునకు సమాంతరంగా నున్నవి. రోడ్డుల మొత్తం వైశాల్యాన్ని కనుగొనుము.

5. ఒక దీర్ఘచతురస్రాకారపు స్థలం పొడవు 120 మీ. వెడల్పు 90మీ. దాని చుట్టూ లోపలి వైపు 2 మీ. వెడల్పుగల బాట కలదు. బాట వైశాల్యాన్ని కనుగొనుము.

6. ఒక దీర్ఘచతురస్రాకారపు గడ్డి మైదానం 65 మీ, 40 మీ, పొడవు, వెడల్పు లను కలిగి ఉంది. దాని చుట్టూ లోపలి వైపు 8 మీ. వెడల్పు గలబాట కలదు. దాని మీద ఎర్రరాళ్ళను చ.మీ.కు రూ.5.25 ఖర్చుతో వేయుటకు ఎంతఖర్చుగును.

7. ఒక చతురస్రాకారపు క్షేత్రం అంచు పొడవు 200 మీ. కలిగి ఉన్నది. ఒక్కొక్క భుజానికి మధ్య నుండి 10 మీ. వెడల్పయిన బాట ఎదుటి భుజం వరకు పోవును. బాట యొక్క వైశాల్యం కనుగొనుము.

8. ఒక ఘనము యొక్క ఘనపరిమాణం 4,913 ఘ.సెం.మీ. అయిన దాని ఉపరితల వైశాల్యమును, ముఖ్య కర్ణము యొక్క పొడవును కనుగొనుము.

9. ఒక చెక్క పెట్టె పొడవు 2 మీ. వెడల్పు 1.5 మీ. మరియు ఎత్తు 50 సెం.మీ. దానిని తయారు చేయుటకు ఘ.మీ. కు రూ.10 చొప్పున చెక్క ఖరీదు ఎంతగును? మరియు పెట్టె ఉపరితల వైశాల్యం కూడా కనుగొనుము.

10. ఒక మైదానం 600 మీ. పొడవు, 50 మీ. వెడల్పు కలిగి ఉన్నది. 30 మీ.పొడవు, 20 మీ. వెడల్పు , మరియు 12మీ. లోతు ఉండునట్లు ఆ మైదానంలో ఒక చెరువు తవ్వబడినది. దానిలో నుండి వచ్చిన మట్టి మైదానంలో సమానంగా పరచబడినచో ఆ మైదానం యొక్క ఎత్తు ఎంత పెరుగును?

11. అన్ని ప్రక్కల మూయబడిన ఒక చెక్క పెట్టె బాహ్య కొలతలు 40 సెం.మీ. 30 సెం.మీ. 20 సెం.మీ. దానిని తయారు చేయడానికి ఉపయోగించిన చెక్క మందం 2 సెం.మీ. ఆ పెట్టె లోపలి ఘనపరిమాణాన్ని కనుగొనుము.

12. ఒక మూతగల పెట్టె బాహ్యకొలతలు 32 సెం.మీ., 27 సెం.మీ., 12 సెం.మీ., పెట్టె 2 సెం.మీ. మందంగల చెక్కతో చేయబడింది. పెట్టె లోపలి ఘనపరిమాణం ఎంత?దానిలో వాడబడిన చెక్క ఘనపరిమాణం ఎంత?

13. ఒక సమవృత్తాకారపు స్థూపం యొక్క ఘనపరిమాణం 2,310 ఘ.సెం.మీ. దాని ఎత్తు 15 సెం.మీ. అయిన స్థూపం వక్రుతల వైశాల్యం ఎంత?

14. రోడ్డును చదునుచేసే ఒక రోలరు యొక్క వ్యాసము 2.8 మీ. దాని పొడవు 1.4 మీ. అది 100 చుట్లు తిరిగినచో ఎంత వైశాల్యం గల రోడ్డును చదునుచేయును? ఒక చ.మీ. రోడ్డును చదునుచేయడానికి రూ. 15.75 పై. ఖర్చయిన మొత్తం ఎంత ఖర్చగును?

15. ఒక సమవృత్తాకారపు శంఖువు యొక్క భూవ్యాసార్ధం 14 సెం.మీ దాని ఎత్తు 9 సెం.మీ. అయినచో దాని ఘనపరిమాణం, వక్రుతల వైశాల్యం మరియు పూర్ణతల వైశాల్యంలను కనుగొనుము.

16. ఒక శంఖాకారపు టెంటు 6 మీ. ఎత్తు, 8 మీ, భూవ్యాసార్ధము కలిగి ఉన్నది. ఒక చ.మీ. గుడ్డ ఖరీదు రూ. 30 చొప్పున ఆ టెంటు తయారు చేయుటకు పట్టు గుడ్డ ఖరీదు ఎంత?

17. ఒక గది కొలతలు 9మీ. × 7 మీ. × 3 మీ. దాని యందు ఒక్కొక్కటి 3 చ.మీ విస్తీర్ణముగల మూడు ద్వారములును, ఒక్కొక్కటి 1.25మీ. × 1 మీ. కొలతగల నాలుగు కిటికీలును కలవు. నాలుగు గోడలమీద తక్కిన భాగములో పేపరు అతికించుటకు చ.మీ. కు రూ. 1.50 చొప్పున ఎంత వ్యయమగును?

18. ఒక బావిలోపలి వ్యాసం 8.4 మీటర్లతోను మరియు లోతు 10 మీటర్ల తోను తవ్వబడింది. దాని నుండి తీసిన మట్టి 4 మీటర్ల వరకు చుట్టూ ఎత్తుగా పరచబడినది. దాని ఎత్తును కనుగొనుము.

5 మార్కులు జవాబులు

1. త్రిభుజాకార పొలం ఎత్తు = h మీ. అనుకొనుము

   భూమి దాని ఎత్తునకు మూడు రెట్లు

   ∴ భూమి (b) = 3h మీ

   పొలం వైశాల్యం (A) $= \frac{1}{2}$ bh

   $= \frac{1}{2} \times 3h \times h$

   $= \frac{3h^2}{2}$ చ.మీ

   పొలాన్ని సాగుచేయుటకు 1 చ.మీ కు ఖర్చు = రూ 20

   మొత్తం పొలం సాగుచేయుటకు ఖర్చు $= 3 \times \frac{h^2}{2} \times 20$

   $= 30\ h^2$

   లెక్క ప్రకారం మొత్తం పొలం సాగు చేయుటకు ఖర్చు = రూ.27,000

   ∴ $30\ h^2 = 27{,}000$

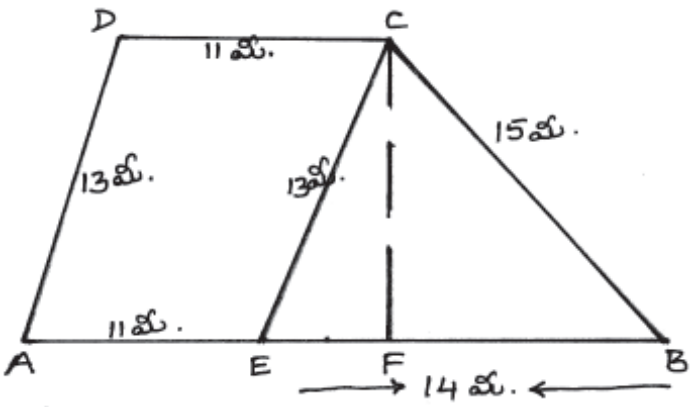
   $h^2 = \frac{27000}{30}$

   $h = \sqrt{900}$

   $= 30$ మీ.

   ఆ త్రిభుజ ఎత్తు h = 30 మీ

   భూమి b = 3h = 3 × 30 = 90మీ



2. A B C D సమలంబ చతుర్భుజంలో CE ని DA కు సమాంతరంగా A E C D సమాంతర చతుర్భుజాన్ని గీయుము?

$\therefore$ D A = C E = 13 మీ

C D = 11మీ

A B = 25 మీ

A B = A E + EB

25 = 11 + EB

$\therefore$ EB = 14 మీ

Δ BCE లో BE = 14 మీ, CE = 13 మీ మరియు BC = 15 మీ

Δ BCE వైశాల్యం = $\sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$

$S = \frac{14+13+15}{2} = \frac{42}{2}$ = 21 మీ.

Δ BCE వైశాల్యం = $\sqrt{21(21-14)(21-13)(21-15)}$

$= \sqrt{21\times7\times8\times6}$ $= \sqrt{21\times21\times2\times8}$

$= \sqrt{3\times7\times7\times2\times4\times2\times3}$ $= \sqrt{21\times21\times4\times4}$

= 3 × 7 × 2 × 2 = 21 × 4

= 84 మీ^{2} = 84 మీ^{2}

మరో విధంగా Δ BCE వైశాల్యం = $\frac{1}{2}\times$ BE × CF

$84 = \frac{1}{2}\times 14^{7}\times CF$

$CF = \frac{84}{7} = 12$ మీ.

సమలంబ చతుర్భుజం ABCD వైశాల్యం = AECD సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యం + Δ BCE వైశాల్యం

AECD సమాంతర చతుర్భుజంలో భూమి (b) = AE = 11మీ.

సమాంతర రేఖల మధ్య దూరం CF = 12 మీ

AECD వైశాల్యం = AE ×CF

= 11×12

= 132 చ.మీ

మొత్తం ABCD సమలంబ చతుర్భుజ వైశాల్యం = 132 + 84

= 216 చ.మీ

(లేదా)

ABCD సమలంబ చతుర్భుజ వైశాల్యం

$= \frac{1}{2}$ (సమానాంతర భుజాల మొత్తం) × వాటి మధ్య దూరం

$= \frac{1}{2}(11 + 25) \times 12$

$= 36 \times 6$

= 216 చ.మీ

3. సమచతుర్భుజం చుట్టు కొలత = 40 సెం.మీ

అనగా AB + BC + CD + DA= 40 సెం.మీ

కాని AB = BC = CD = DA

$\therefore$ 4AB = 40 సెం.మీ

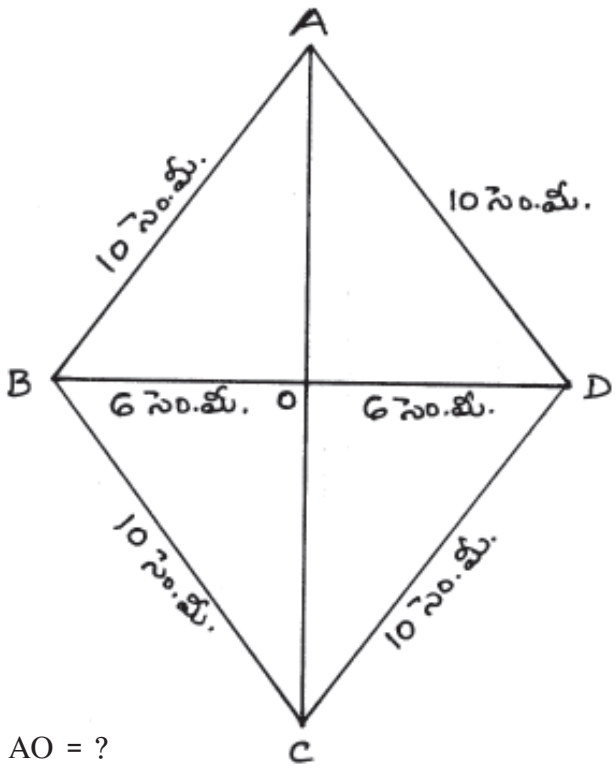
$\therefore$ AB = 10 సెం.మీ

ఒక కర్ణం కొలత BD= 12 సెం.మీ

రెండువ కర్ణం కొలత AC = ?

కర్ణాల ఖండన బిందువు 'O' అనుకొనుము

అప్పుడు BO = OD = 12/2 = 6 సెం.మీ



Δ AOB లంబకోణ త్రిభుజంలో

AB = 10 సెం.మీ. OB = 6 సెం.మీ., AO = ?

AO = $\sqrt{AB^2 - BO^2}$

$= \sqrt{10^2 - 6^2}$

$= \sqrt{100 - 36}$

$= \sqrt{64}$

= 8 సెం.మీ.

కర్ణము AC = 2 × AO

= 2 × 8 = 16 సెం.మీ

సమచతుర్భుజ వైశాల్యం $= \frac{1}{2} \times AC \times BD$

$= \frac{1}{2} \times 16 \times 12$

= 96 చ.సెం.మీ.

4. దీర్ఘచతురస్ర మైదానం పొడవు (l) = AB = CD = 100మీ

వెడల్పు (b) = BC = AD = 80 మీ.

దాని మధ్యగా 2 మీ వెడల్పుగల రెండు బాటలు పొడవుకు ఒకటి, వెడల్పుకు ఒకటి సమాంతరంగా నున్నవి

పొడవుకు సమాంతరంగా నున్న బాట PQRS యొక్క పొడవు PQ = 100మీ.

బాట వెడల్పు PS = 2 మీ

PQRS బాట వైశాల్యం = PQ × PS

= 100 × 2 = 200 చ.మీ

వెడల్పుకు సమాంతరంగా నున్న బాట KLMN యొక్క

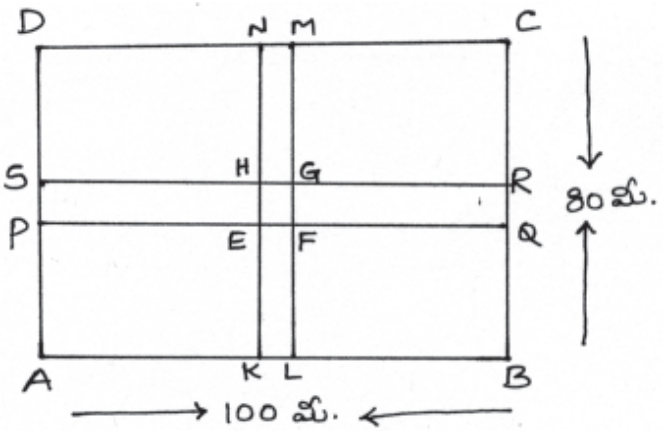
పొడవు LM = 80 మీ.

బాట వెడల్పు KL = 2 మీ

KLMN బాట వైశాల్యం = KL × LM

= 2×80

= 160 చ.మీ



ఈ రెండు బాటలలో EFGH తిరిగి వచ్చినది

EFGH చతురస్ర భుజం = 10 మీ.

EFGH చతురస్రవైశాల్యం= 10^2 = 100 చ.మీ.

కావలసిన బాటల వైశాల్యం = PQRS వై॥ + KLMN వై॥ − EFGH వై॥

= 200 + 160 − 100

= 260 చ.మీ

5. దీర్ఘ చతురస్రాకార స్థలం పొడవు (l) = 120 మీ.

వెడల్పు (b) = 90 మీ

వైశాల్యం = పొ × వె

= 120 × 90

= 10,800 చ.మీ.

దీని చుట్టూ లోపలి వైపున 2 మీ. వెడల్పుగల బాటకలదు.

లోపలి దీర్ఘ చతురస్ర పొడవు = బయటి దీ॥ చు॥ పొడవు − 2 × బా॥ వె.

= 120 − 2 × 2

= 120 − 4 = 116 మీ.

లోపలి దీర్ఘచతురస్ర వెడల్పు = బయటి దీ॥ చు॥ వెడల్పు − 2 × బా॥ వె.

= 90 − 2×2

= 90−4 = 86 మీ.

లోపలి దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యం = 116 × 86

= 9976 చ.మీ

బాట వైశాల్యం = బయటి దీ॥ చు॥ వైశాల్యం − లోపలి దీ॥ చు॥ వైశాల్యం

= 10800 − 9976

= 824 చ.మీ

6. దీర్ఘ చతురస్ర గడ్డి మైదానం పొడవు = 65 మీ.

వెడల్పు = 40 మీ.

వైశాల్యం = పొ×వె

= 65×40

= 2600 చ.మీ

దాని చుట్టూ లోపలి వైపున 8 మీ. వెడల్పు గల బాట కలదు.

లోపలి దీర్ఘ చతురస్ర పొడవు = బయటి దీ॥చు॥ పొడవు − 2 × బా॥ వె

= 65 − 2×8

= 65−16 = 49 మీ.

లోపలి దీర్ఘ చతురస్ర వెడల్పు = బయటి దీ॥ చ॥ వెడల్పు – 2 × బా॥వె

= 40 – 2×8

= 40 – 16 = 24మీ.

లోపలి దీర్ఘచతురస్రవైశాల్యం = 49 × 24

= 1176 చ.మీ.

బాట వైశాల్యం = బయటి దీ॥చ॥ వైశాల్యం – లోపలి దీ॥ చ॥ వైశాల్యం

= 2600–1176 = 1424 చ.మీ

బాట మీద రాళ్ళను పరుచుటకు 1 చ.మీ.కు ఖర్చు = రూ5.25

1424 చ.మీ.కు ఖర్చు = 1424 × 5.25

= రూ. 7476.00

7. చతురస్ర క్షేత్రం అంచు పొడవు = 200 మీ

చతురస్ర భుజానికి సమాంతరంగా ఉండే

బాటపొడవు = 200 మీ

బాట వెడల్పు = 10 మీ

బాట వైశాల్యం = 200 × 10

= 2000 చ.మీ

మొత్తం ఉన్న బాటలు 2

కనుక రెండు బాటలవైశాల్యం = 2 × 2000

= 4,000 చ.మీ

వీటిలో EFGH ప్రాంతం తిరిగి వస్తుంది.

EFGH చతురస్ర ప్రాంతం భుజం = 10 మీ

వైశాల్యం = 10^2

= 100 చ.మీ

కావలసిన బాట వైశాల్యం = రెండు బాటల వైశాల్యం– EFGH వై॥

= 4000 – 100

= 3900 చ.మీ

8. ఘనము యొక్క ఘనపరిమాణం = 4,913 ఘ.సెం.మీ

ఘనము యొక్క ఘనపరిమాణం = a^3

a^3 = 4913

= 17^3

a = 17 సెం.మీ

$17|\underline{4913}$

$17|\underline{289}$

17

ఘనము యొక్క ఉపరితల వైశాల్యం = $6a^2$

= 6×17^2

= 6×289

= 1734 చ.సెం.మీ

ఘనము యొక్క ముఖ్య కర్ణం పొడవు = $(\sqrt{3}) \times$ భుజం

= $\sqrt{3} \times 17$

= $17\sqrt{3}$ సెం.మీ

9. ఒక చెక్క పెట్టె పొడవు (l) = 2 మీ

వెడల్పు (b) = 1.5 మీ

ఎత్తు (h) = 50 సెం.మీ = 1/2 మీ.

ఘనపరిమాణం (v) = l.b.h

= $2 \times 1.5 \times 1/2$

= 1.5 ఘ.మీ

ఒక ఘనమీటరు చెక్క ఖరీదు = రూ. 10

పెట్టె తయారు చేయుటకు కావలసిన చెక్క ఖరీదు

= 1.5×10

= రూ. 15

పెట్టె ఉపరితల వైశాల్యం = $2(lb + bh + hl)$

= $2(2 \times 1.5 + 1.5 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times 2)$

= 2(3+0.75+1)

= 2(4.75)

= 9.5 చ.మీ

10. మైదానం పొడవు (l) = 600 మీ.

వెడల్పు (b) = 50 మీ.

వైశాల్యం (A) = l × b

= 600 × 50

= 30,000 చ.మీ

చెరువు యొక్క పొడవు = 30 మీ.

వెడల్పు = 20 మీ.

లోతు = 12 మీ.

వైశాల్యం = పొ × వె

= 30×20

= 600 చ.మీ

తీసిన మట్టి ఘనపరిమాణం = 30 × 20 × 12

= 7200 ఘ.మీ.

మట్టి పరచిన స్థల వైశాల్యం = మైదాన వైశాల్యం – చెరువు వైశాల్యం

= 30,000– 600

= 29,400 చ.మీ.

తీసిన మట్టి ని మిగిలిన ప్రదేశంపై సమానంగా పరిచిన

పెరిగే ఎత్తు = మట్టి ఘ॥ ప/ మట్టి పరచిన స్థల వైశాల్యం

= 7200/29400 = 12/49 మీ.

11. చెక్కపెట్టె బాహ్య కొలతలు = 40 సెం.మీ × 30 సెం.మీ × 20 సెం.మీ

చెక్క మందం = 2 సెం.మీ

చెక్క పెట్టె లోపలి పొడవు = 40 – 2×2

= 40 – 4 = 36 సెం.మీ

లోపలి వెడల్పు = 30 – 2×2

= 30–4 = 26 సెం.మీ

లోపలి ఎత్తు = 20 – 2×2 = 20 – 4 = 16 సెం.మీ.

లోపలి ఘ॥ ప. = 36 × 26 × 16

= 14,976 ఘ.సెం.మీ

12. చెక్క పెట్టె బాహ్య కొలతలు = 32 సెం.మీ × 27 సెం.మీ × 12 సెం.మీ.

బాహ్య ఘనపరిమాణం = 10,368 ఘ.సెం.మీ.

చెక్క మందం = 2 సెం.మీ.

పెట్టె లోపలి పొడవు = 32 – 2×2

= 32–4 = 28 సెం.మీ.

వెడల్పు = 27–2×2

27 –4 = 23 సెం.మీ.

ఎత్తు = 12 –2×2

= 12–4 = 8 సెం.మీ.

పెట్టె లోపలి ఘ॥ ప = 28 × 23× 8

= 5152 ఘ.సెం.మీ.

వాడబడిన చెక్క ఘ. ప = బయటి ఘ॥ ప – లోపలి ఘ॥ ప

= 10368 – 5152 ఘ.సెం.మీ.

= 5,216 ఘం.సె.మీ.

13. స్థూపం ఘనపరిమాణం = 2,310 ఘ.సెం.మీ.

ఎత్తు (h) = 15 సెం.మీ.

స్థూపం ఘ ॥ ప (V) = $\pi r^2 h$

$\pi r^2 h$ = 2310

$\frac{22}{7} \times r^2 \times 15$ = 2310

r^2 = $\frac{2310}{15} \times \frac{7}{22}$ = 7 × 7

r = $\sqrt{7 \times 7}$ = 7 సెం.మీ.

స్థూపం వక్రుతల వైశాల్యం = $2\pi rh$

= $2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 15$

= 660 చ.సెం.మీ

14. రోడ్డు రోలరు వ్యాసము = 2.8 మీ.

వ్యాసార్ధం (r) = 2.8/2 × 1.4 మీ.

పొడవు (ఎత్తు) (h) = 1.4 మీ.

అది ఒక చుట్టు తిరిగిన చదును చేసే ప్రదేశం = దాని చుట్టు కొలత

చుట్టు కొలత = $2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 1.4 \times 1.4$

= 0.4 × 22 × 1.4 చ.మీ

100 చుట్లు తిరిగిన చదును చేసే ప్రదేశం = 100 × చుట్టుకొలత

= 100 × 0.4 × 22 × 1.4

= 4 × 22 × 14

= 1232 చ.మీ

1 చ.మీ చదును చేయుటకు ఖర్చు = రూ. 15-75

1232 చ.మీ చదును చేయుటకు ఖర్చు = 1232 × 15-75

= రూ. 19,404.00

15. శంకువు భూవ్యాసార్ధం (r) = 1.4 సెం.మీ

ఎత్తు(h) = 9 సెం.మీ

శంకువు ఘనపరిమాణం(V) = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 1.4 \times 1.4 \times 9$

= 18.48 ఘ.సెం.మీ

శంకువు ఏటవాలు ఎత్తు (h) = $\sqrt{r^2 + h^2}$

$= \sqrt{(1.4)^2 + 9^2}$

$= \sqrt{1.96 + 81}$

$= \sqrt{82.96}$

= 9.1 సెం.మీ

వక్రుతల వైశాల్యం = πrl

$= \frac{22}{7} \times 1.4 \times 9.1$

= 40.04 చ.మీ

పూర్ణతల వైశాల్యం = $\pi rl + \pi r^2$

$= 40.04 + \frac{22}{7} \times 1.4 \times 1.4$

= 40.04 +6.16

= 46.20 చ.మీ

16. శంఖాకారపు టెంటు భూవ్యాసార్ధం (r) = 8 మీ

ఎత్తు (h) = 6 మీ

ఏటవాలు ఎత్తు (l) = $\sqrt{r^2 + h^2}$

$= \sqrt{8^2 + 6^2}$

$= \sqrt{64 + 36}$

$= \sqrt{100}$

= 10 మీ.

ఆటెంటు తయారు చేయుటకు పట్టు గుడ్డ వైశాల్యం = వక్రుతల వైశాల్యం

వక్రుతల వైశాల్యం = πrl

$= \frac{22}{7} \times 8 \times 10$

$= \frac{1760}{7} = 251\frac{3}{7}$ చ.మీ

1 చ.మీ గుడ్డ ఖరీదు = రూ. 30

మొత్తం టెంటు తయారు చేయుటకు అయ్యేఖర్చు = ప్ర॥ వై॥×30

$= \frac{1760}{7} \times 30$

$= \frac{52800}{7}$

$= \text{రూ. } 7542\frac{6}{7}$

= రూ. 7542. 86 (సుమారు)

17. గది కొలతలు 9 మీ × 7మీ × 3మీ

పొడవు (l) = 9 మీ

వెడల్పు(b) = 7 మీ

ఎత్తు (h) = 3 మీ

నాలుగు గోడల వైశాల్యం (A) = 2h(l+b)

= 2×3(9+7)

= 6×16

= 96 చ.మీ

దానిలో 1.25 మీ × 1 మీ కొలతలు గల 4 కిటికీలు కలవు

4 కిటికీల వైశాల్యం = 4×1.25×1 చ.మీ

= 5 చ.మీ

3 చ.మీ విస్తీర్ణంగల 3 ద్వారములు కలవు.

నాలుగు గోడల మీద మిగిలిన భాగంలో పేపరు అతికించాలి.

∴ పేపరు అతికించవలసిన స్థలవైశాల్యం = నాలుగు గోడల వైశాల్యం – 4 కిటికీల వైశాల్యం – 3 ద్వారముల వైశాల్యం

= 96–5–9

= 82 చ.మీ

1. చ.మీ పేపరుకు ఖర్చు = రూ. 1.50

82 చ.మీ పేపరుకు ఖర్చు = 82 × 1.50

= రూ. 123

18. బావి లోపలి వ్యాసం (d) = 8.4 మీ

వ్యాసార్ధం (r) = 8.4/2 = 4.2 మీ

లోతు (h) = 10 మీ.

దాని నుండి తీసిన మట్టి బావి చుట్టూ 4 మీ వరకు పరచబడింది.

తీసిన మట్టి ఘనపరిమాణం = $\pi r^2 h$

= $\frac{22}{7} \times 4.2 \times 4.2 \times 10$

= 132 × 4.2

= 554.4 ఘ.మీ

బావి యొక్క బయటి వ్యాసార్ధం(r) = లోపలి వ్యాసార్ధం+ పరచిన మట్టి వెడల్పు

= 4.2+4

= 8.2 మీ.

మట్టి పరచిన స్థల వైశాల్యం $= \pi(R + r)(R - r)$

$= \frac{22}{7}(8.2+4.2)(8.2-4.2)$

$= \frac{22}{7}(12.4)(4)$

పెరిగిన మట్టి ఎత్తు = మట్టి ఘనపరిమాణం/ పోసిన స్థల వైశాల్యం

$= \frac{132\times 42}{\frac{22}{7}\times 12.4\times 4}$

$= \frac{132\times 4.2\times 7}{22\times 12.4\times 4}$

$= \frac{3\times 21\times 7}{124}$

$= \frac{441}{124}$

= 3.56 మ. (సుమారు)

ఒక మార్కు ప్రశ్నలు (ఖాళీలు పూరించుము).

1. ఒక సమతల ఆకృతి చుట్టూ తిరుగుటచే అగు దూరమును ఆ ఆకృతియొక్క..... అంటాం.
2. ఒక సమతల ఆకృతి ద్వారా చుట్టబడిన సమతల క్షేత్రం యొక్క కొలతలను ..... అంటాం.
3. ఒక చదరం యొక్క భుజం 'm' యూనిట్లయితే, దాని వైశాల్యం.....చ.యూ. అవుతుంది.
4. ఒక చదరం యొక్క భుజం 25 సెం.మీ.అయిన ఆ చదరం యొక్క చుట్టుకొలత .....సెం.మీ
5. ఒక దీర్ఘ చతురస్రాకారపు పార్కు కొలతలు35 మీ, 25 మీ. దాని చుట్టూ కంచె వేయవలెనన్న కావలసిన వైరు పొడవు.....మీ.
6. ఒక దీర్ఘ చతురస్రాకారపు అట్ట కొలతలు 3 మీ, 2 మీ, దానిని సగానికి కత్తిరించిన ఒక భాగం చుట్టుకొలత .....మీ.
7. ఒక చతురస్రాకారపు పొలం భుజం పొడవు 30 మీ, ప్రక్కనున్న 30×20 కొలతలు గల పొలం కొనుగోలు చేశాడు. ఇప్పుడు అతని పొలం వైశాల్యం .....చ.మీ

8. ఒకే భూమి, ఒకే సమాంతర రేఖల మధ్యన ఒక దీర్ఘ చతురస్రం, ఒక సమాంతర చతుర్భుజం ఉన్నాయి. దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యం 116 చ.యూ. అయిన సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యం....చ.యూ.

9. సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యం 100 చ.యూ. దాని భూమి 20 యూ. అయిన సమాంతర చతుర్భుజ ఎత్తు.... యూ.

10. ఒక త్రిభుజ భూమి 12సెం.మీ, ఎత్తు 6 సెం.మీ అయిన దాని వైశాల్యం .....చ.సెం.మీ.

11. సమలంబ చతుర్భుజ వైశాల్యం కనుగొనడానికి,దాని సమాంతర భుజాల మొత్తంలో సగాన్ని .....చే గుణించాలి.

12. ఒక సమ చతుర్భుజ కర్ణాల పొడవులు 12 సెం.మీ, 8 సెం.మీ, అయిన దాని వైశాల్యం .....చ.సెం.మీ.

13. త్రిభుజ వైశాల్యం సూత్రం $\Delta = \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$ లో

$$S = \frac{a+b+c}{2}$$

14. ఒక దీర్ఘ చతురస్రాకారపు హాలు పొడవు 15 మీ, వెడల్పు 12 మీ, దాని చుట్టూ బయట 2 మీ, వెడల్పు గల వరండా ఉన్నది. వరండా యొక్క పొడవు.....మీ.

15. 22/7 విలువను సూచించు గ్రీకు అక్షరం.....

16. ఒక వృత్త వ్యాసం 24 సెం.మీ. అయిన దాని వ్యాసార్ధం.... సెం.మీ.

17. ఒక సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క భూమి మరియు ఎత్తులు వరుసగా 17 సెం.మీ, 7 సెం.మీ అయిన దాని వైశాల్యం.....చ.సెం.మీ

18. ఒక చతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలత,దాని వైశాల్యానికి సమానం అయితే దాని భుజము.....యూ.

19. ఒక దీర్ఘ ఘనాకారంలో నున్న రాయి పొడవు 3 మీ, వెడల్పు 2 మీ, ఎత్తు 50 సెం. మీ. దాని ఘనపరిమాణం.....ఘు.మీ.

20. ఒక ఘనము ఉపరితల వైశాల్యం 150 సెం.మీ^{2} అయిన దాని భుజము ....సెం.మీ.

21. ఒక ఘనము 6 సెం.మీ భుజాన్ని కలిగి ఉన్న దాని ముఖ్య కర్ణం పొడవు .....సెం.మీ.

22. ఒక పెట్టె యొక్క పొడవు 6 మీ, వెడల్పు 3 మీ, ఎత్తు 2 మీ, అయిన ఆ పెట్టెలో ఉంచగల అతి పెద్ద కర్ర పొడవు....మీ.

23. ఒక పెట్టె సమఘనాకారంలో ఉంది. దాని ఘనపరిమాణం 729 ఘు.మీ. దాని అంచు పొడవు.....మీ.

24. ఒక స్థూపాకారపు పాత్ర భూవ్యాసార్ధం 7 సెం.మీ. ఎత్తు 10 సెం.మీ అయిన దాని వక్రుతల వైశాల్యం....చ.సెం.మీ.

25. ఒక స్థూపం యొక్క భూవైశాల్యం 20 చ.సెం.మీ, దాని ఎత్తు 7 సెం.మీ అయిన దాని ఘనపరిమానం ...ఘు.మీ.

26. ఒక శంకువు భూ వ్యాసము 6 సెం.మీ, నిలువుటెత్తు 4 సెం.మీ అయిన ఆ శంకువు ఏటవాలు ఎత్తు... సెం.మీ.

27. ఒక అర్ధ గోళం వ్యాసార్ధం 3.5 సెం.మీ. అయిన దాని పూర్ణ ఉపరితల వైశాల్యం.....చ.సెం.మీ.

28. ఒక శంకువు యొక్క ఘనపరిమాణం,ఆ శంకువు తో సమాన వ్యాసార్ధం, ఎత్తు కలిగిన స్థూపం ఘనపరిమాణంలో...వ వంతు ఉంటుంది.

29. ఒక ఘనపదార్థము ద్వారా ఆక్రమితమైన చోటును దాని..... అంటారు.

30. ఒక గది పొడవు 9 మీ, వెడల్పు 6 మీ, ఎత్తు 3 మీ అయిన ఆ గది నాలుగు గోడలకు రంగు వేయవలసిన స్థల వైశాల్యం .....చ.మీ.

1/2 మార్కు ప్రశ్నలు బహుళైచ్ఛిక సమాధాన ప్రశ్నలు

1. చతురస్రాకార స్థల వైశాల్యం 1225 చ.మీ.అయిన దాని భుజము కొలత మీటర్లలలో ( )

   ఎ) 25 బి) 35 సి) 55 డి) 45

2. ఒక చతురస్ర భుజం $\sqrt{8}$ మీ. అయిన దాని కర్ణం పొడవు.....మీ. ( )

   ఎ) 4 బి) $4\sqrt{2}$ సి) $8\sqrt{2}$ డి) $2\sqrt{8}$

3. ఒక దీర్ఘచతురస్ర పొడవు, వెడల్పునకు 3 రెట్లు దాని వైశాల్యం 27 చ.యూ. అయిన పొడవు....యూ. ( )

   ఎ) 3 బి) 12 సి) 9 డి) 6

4. ఒక త్రిభుజ భుజము 8మీ. దాని మీదకు గీసిన లంబం పొడవు 5 మీ. అయిన దాని వైశాల్యం చ.యూ. లలో ( )

   ఎ) 40 బి) 13 సి) 9 డి) 20

5. సమచతుర్భుజ కర్ణాల పొడవులు 16 సెం.మీ. 9 సెం.మీ. అయిన దాని వైశాల్యం చ. సెం.మీ ( )

   ఎ) 144 బి) 25 సి) 72 డి) 12.5

6. ఒకచతుర్భుజ కర్ణము 8 సెం.మీ. దాని పైకి గీసిన లంబాల మొత్తం 13 సెం.మీ. అయిన దాని వైశాల్యం చ.సెం.మీ.లలో ( )

   ఎ) 52 బి) 21 సి) 104 డి) 10.5

7. ఒక త్రిభుజ భుజాలు 12 సెం.మీ. 16 సెం.మీ. 20 సెం.మీ అయిన S =..... సెం.మీ. ( )

   ఎ) 48 బి) 16 సి) 24 డి) 96

8. 20 మీ భుజం గల చతురస్రాకార పొలం చుట్టూ బయట 2 మీ. వెడల్పుగల బాట కలదు. అయిన బయటి భుజం కొలత ..... మీ. ( )

ఎ) 22 బి) 18 సి) 24 డి) 16

9. 8 సెం.మీ. వ్యాసార్ధంగల వృత్తం చుట్టూ లోపలి వైపు 1.5 సెం.మీ, వెడల్పుగల బాట కలదు. లోపలి వృత్త వ్యాసార్ధం ..... సెం.మీ. ( )

ఎ) 6.5 బి) 9.5 సి) 5 డి) 11

10. వృత్త వ్యాసార్ధము, వ్యాసముల మధ్య సంబంధం ( )

ఎ) $2r < d$ బి) $2r > d$ సి) $2r = d$ డి) $r = d$

11. వృత్త పరిధి దాని వ్యాసానికి .....రెట్లు ( )

ఎ) 2π బి) 3π సి) π డి) $\pi/2$

12. వృత్త పరిధి దాని వ్యాసార్ధానికి .....రెట్లు ( )

ఎ) 2π బి) π సి) 3π డి) $\pi/2$

13. ఒక త్రిభుజానికి $S(S-a)(S-b)(S-c)$ =225 చ.మీ. అయిన ఆ త్రిభుజ వైశాల్యం....చ.మీ ( )

ఎ) 25 బి) 15 సి) 225/2 డి) 625

14. వృత్త వైశాల్యం ఆ వృత్త వ్యాసార్ధ వర్గానికి..... రెట్లు ( )

ఎ) π బి) 2π సి) 3π డి) $\pi/2$

15. చతురస్ర భుజం 4 యూ. అయిన దాని చుట్టుకొలత P, వైశాల్యం A లమధ్య సంబంధం. ( )

ఎ) $P > A$ బి) $A > P$ సి) $A = P$ డి) $A = 2P$

16. 5 మీ. భుజముగా గల ఘనమునందలి ముఖ్య కర్ణం పొడవు ( )

ఎ) $\sqrt{5}$ బి) $5\sqrt{2}$ సి) $5\sqrt{3}$ డి) 2

17. 6 మీ. భుజముగాగల ఘనముయొక్క పూర్ణతల వైశాల్యం ..... చ.మీ ( )

ఎ) 36 బి) 216 సి) 144 డి) 18

18. ఒక ఘనము యొక్క పూర్ణ ఉపరితల వైశాల్యం 96 చ.మీ. అయిన దాని అంచు పొడవు.....మీ. ( )

ఎ) 4 బి) 16 సి) 24 డి) 20

19. ఒక ఘనము అంచు పొడవు 11 మీ. అయిన దాని ఘన పరిమాణం .....ఘ...మీ. ( )

ఎ) 121 బి) 1331 సి) 132 డి) 1221

20. ఒక దీర్ఘ ఘనాకారపు దూలం పొడవు 8 మీ, వెడల్పు 50 సెం.మీ. మరియు మందం 25 సెం.మీ. అయిన దాని ఘనపరిమాణం ....ఘ. మీ. ( )

ఎ) 1000 బి) 1 సి) 100 డి) 10

21. ఒక స్థూపము యొక్క భూ పరిధి 44 సెం.మీ. దాని ఎత్తు 8 సెం.మీ. దాని వక్రుతల వైశాల్యం ..... .చ.సెం.మీ. ( )

ఎ) 52 బి) 36 సి) 352 డి) 256

22. వ్యాసార్ధము 10 సెం.మీ, ఎత్తు 3.5 సెం.మీ గల స్థూపం ఘ.న పరిమాణం.....ఘ. మీ ( )

ఎ) 1100 బి) 220 సి) 848 డి) 550

23. 7 సెం.మీ వ్యాసార్ధంగల అర్ధగోళం వక్రుతల వైశాల్యం.....చ.సెం.మీ ( )

ఎ) 154 బి) 616 సి) 462 డి 308

24. ఒక శంకువు యొక్క ఏటవాలు ఎత్తు 17 సెం.మీ. దాని నిలువుటెత్తు 15 సెం.మీ. అయిన దాని వ్యాసార్ధము.....సెం.మీ. ( )

ఎ) 8 బి) 10 సి) 12 డి) 9

25. ఒక స్థూపం, శంకువు ఘనపరిమాణాల నిష్పత్తి ( )

ఎ) 1:3 బి) 3:1 సి) 4:3 డి) 3:4

26. ఒక గది నేల చుట్టుకొలత 14 మీ. దాని ఎత్తు 4 మీ. అయిన గది నాలుగు గోడల వైశాల్యం....చ.మీ ( )

ఎ) 18 బి) 10 సి) 56 డి) 28

27. ఒక గది నాలుగు గోడల వైశాల్యం 76 చ.మీ. దాని నేల చుట్టుకొలత 19 మీ. అయిన దాని ఎత్తు...మీ.( )

ఎ) 4 బి) 8 సి) 57 డి) 95

28. 7 సెం.మీ. వ్యాసార్ధం గల అర్ధగోళం యొక్క వక్రుతల వైశాల్యం .....చ.సెం.మీ. ( )

ఎ) 308 బి) 154 సి) 2156 డి) 416

29. 7 సెం.మీ. వ్యాసార్ధం గల అర్ధగోళం పూర్ణతల వైశాల్యం .....చ.సెం.మీ. ( )

ఎ) 308 బి) 154 సి) 416 డి) 2156

30. వ్యాసార్ధం 3 సెం.మీ., ఎత్తు 4 సెం.మీ కల శంకువు ఏటవాలు ఎత్తు .....సెం.మీ. ( )

ఎ) 3 బి) 5 సి) 4 డి) 7

1/2 మార్కు ప్రశ్నలు (జతపరుచుము)

1. జతపరుచుము

గ్రూపు – ఎ		**గ్రూపు – బి**
1. సమలంబ చతుర్భుజ వైశాల్యం	( )	ఎ) $\frac{1}{2}(a+b)h$
2. సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యం	( )	బి) bh
3. త్రిభుజ వైశాల్యం	( )	సి) $\frac{1}{2}bh$
4. చతురస్ర వైశాల్యం	( )	డి) a^2
5. దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యం	( )	ఇ) $l.b$
		యఫ్) $\frac{1}{2}.d_1.d_2$
		జి) $\frac{1}{2}d(h_1+h_2)$

2. జతపరుచుము

గ్రూపు – ఎ		**గ్రూపు – బి**
1. గోళము ఘనపరిమాణం	( )	ఎ) $\frac{4}{3}\pi r^3$
2. స్థూపము ఘనపరిమాణం	( )	బి) πr^2h
3. అర్ధగోళము ఘనపరిమాణం	( )	సి) $\frac{2}{3}\pi r^3$
4. శంకువు ఘనపరిమాణం	( )	డి) $\frac{1}{3}\pi r^2h$
5. దీర్ఘ ఘనం ఘనపరిమాణం	( )	ఇ) $l.b.h$
		యఫ్) a^3
		జీ) πr^3

3. జతపరుచుము

గ్రూపు – ఎ		గ్రూపు – బి
1. దీర్ఘ ఘనం యొక్క పూర్ణతలవైశాల్యం	( )	ఎ) $2(lb + bh + hl)$
2. ఒక ప్రక్క తెరచిన స్థూపం యొక్క పూర్ణతల వైశాల్యం	( )	బి) $2\pi rh + \pi r^2$
3. రెండు ప్రక్కల తెరిచిన స్థూపం యొక్క వైశాల్యం	( )	సి) $2\pi r(h + r)$
4. ఘనశంకువు యొక్క పూర్ణతల వైశాల్యం	( )	డి) $\pi r(l + r)$
5. అర్ధగోళం యొక్క పూర్ణతల వైశాల్యం	( )	ఇ) $3\pi r^2$
		యఫ్) $2h(l + b)$
		జీ) $6a^2$

4. జతపరచుము

గ్రూపు – ఎ		గ్రూపు – బి
1. సమఘనము యొక్క పూర్ణ ఉపరితల వైశాల్యం	( )	ఎ) $6a^2$
2. శంకువు యొక్క వక్రుతల వైశాల్యం	( )	బి) πrl
3.గోళంయొక్క తల వైశాల్యం	( )	సి) $4\pi r^2$
4. అర్ధగోళం యొక్క వక్రుతల వైశాల్యం	( )	డి) $2\pi r^2$
5. గది నాలుగు గోడల వైశాల్యం	( )	ఇ) $2h(l + b)$
		యఫ్) $\pi r(h + r)$
		జీ) $3\pi r^2$

5. జతపరచుము.

గ్రూపు – ఎ		గ్రూపు – బి
1. సమచతుర్భుజ వైశాల్యం	( )	ఎ) $\frac{1}{2}.d_1.d_2$
2. మూడు భుజాల కొలతలు ఇచ్చిన త్రిభుజ వైశాల్యం	( )	బి) $\sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$
3. వృత్త వైశాల్యం	( )	సి) πr^2
4. వృత్తాకారపు బాట వైశాల్యం	( )	డి) $\pi(R^2 - r^2)$
5. సెక్టరు వైశాల్యం	( )	ఇ) $\pi r^2.\frac{\theta}{360^0}$
		యఫ్) $\left[2r + 2\pi r.\frac{\theta}{360^0}\right]$
		జీ) $\frac{1}{2}$ bh

6. జతపరచుము.

గ్రూప్ – ఎ		గ్రూప్ – బి
1. చతురస్రపు చుట్టుకొలత	( )	ఎ) 4a
2. దీర్ఘచతురస్రపు చుట్టుకొలత	( )	బి) 2(l + b)
3. వృత్త పరిధి	( )	సి) $2\pi r$
4. సెక్టరు యొక్క చుట్టుకొలత	( )	డి) $\left[2r + 2\pi r.\frac{\theta}{360^0}\right]$
5. దీర్ఘఘనము యొక్క కర్ణము	( )	ఇ) $\sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$
		యఫ్) πr^2
		జీ) $\sqrt{3}a$

జవాబులు

1 మార్కు ప్రశ్నల జవాబులు

1. చుట్టు కొలత
2. వైశాల్యం
3. m^2
4. 100
5. 120
6. 7
7. 2500
8. 116
9. 5
10. 36
11. వాటి మధ్యదూరం
12. 48
13. a + b + c
14. 19
15. π
16. 12
17. 119
18. 4
19. 3
20. 5
21. $6\sqrt{3}$
22. 7
23. 9
24. 440
25. 140
26. 5
27. 115.5
28. 3
29. ఘనపరిమాణం
30. 90

1/2 మార్కు ప్రశ్నల సమాధానాలు

1. బి
2. ఎ
3. సి
4. డి
5. సి
6. ఎ
16. సి
17. బి
18. ఎ
19. బి
20. బి
21. సి

7. సి

8. సి

9. ఎ

10. సి

11. సి

12. ఎ

13. బి

14. ఎ

15. సి

22. ఎ

23. డి

24. ఎ

25. బి

26. సి

27. ఎ

28. ఎ

29. బి

30. బి

5 యూనిట్

త్రికోణమితి

లక్ష్యాలు :

* ఒక లంబకోణ త్రిభుజములో అల్పకోణమునకు త్రికోణమితీయ నిష్పత్తులను వ్రాయగలుగును.
* ఒక లంబకోణ త్రిభుజంలోని కొన్ని భుజాలు, త్రికోణమితీయ నిష్పత్తులు తెలిసినపుడు తక్కిన భుజాలను కోణములను కనుగొనగులుగును.
* త్రికోణమితీయ నిష్పత్తులలోని సంబంధాలను వ్రాయగలుగును.
* త్రికోణమితి సర్వసమానాలను నిర్ధారించగలుగును.
* త్రికోణమితి నిష్పత్తులను సర్వసమానాలను ఉపయోగించి సమస్యలను సాధించగలుగును.
* 30^0, 45^0 మరియు 60^0 కోణాల త్రికోణమితీయ నిష్పత్తులను రేఖా గణితపరంగా తెలుసుకోగలుగును.
* దైనందిన జీవితంలో ఎదురయ్యే ఎత్తులు మరియు దూరాలకు సంబంధించిన ప్రశ్నలను సాధించగలుగును.

ముఖ్యాంశాలు :

* త్రిభుజము యొక్క కోణాలను, భుజాలను కొలిచేటటువంటి గణిత శాస్త్రభాగమే త్రికోణమితి
* త్రికోణమితీయ నిష్పత్తులు కేవలము కోణము θ యొక్క పరిమాణము మీదనేగాని లంబకోణత్రిభుజము యొక్క పరిమాణము మీద ఆధారపడి యుండవు.
* $\sin^2\theta - \cos^2\theta = 1$

  $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

  $\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$
* పరీక్షకుని కంటిని ఆ వస్తువుకు జోడించు రేఖకును, అడ్డముగా నుండు రేఖకును మధ్యగల కోణమును ఊర్ధ్వకోణము అంటాము.

* ఒక పరీక్షకుడు ఒక ఎత్తు ప్రదేశము నుండి తక్కువ ఎత్తున గల ఒక వస్తువును చూస్తూ వున్నట్లయితే, అతని కంటిని వస్తువుకు జోడించు రేఖకును అడ్డముగా భూమికి సమాంతరముగా నుండు రేఖకును మధ్యగల కోణమును నిమ్నకోణము అంటాము.

* $\text{Sin}\,(90^0 - \theta) = \cos\theta$

  $\sec(90^0 - \theta) = \sin\theta$

  $\tan\,(90^0 - \theta) = \cot\theta$

* $\text{Sin}\ 2A = 2\ \text{Sin}\ A \cos A$

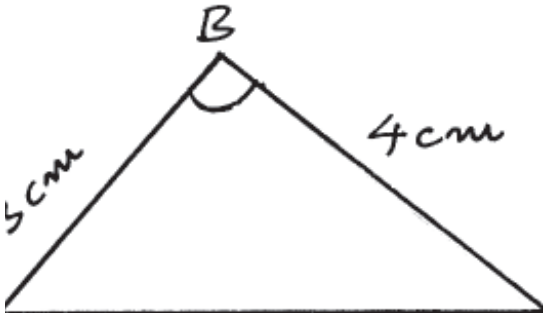
  $\text{Cos}\ 2A = \text{Cos}^2A - \text{Sin}^2A = 2\ \text{Cos}^2A - 1 = 1 - 2\ \text{Sin}^2\ A.$

  $$\tan 2A = \frac{2\tan A}{1-\tan^2 A}$$

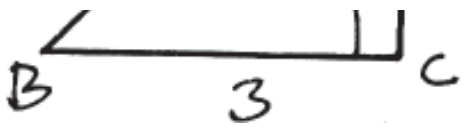
  $\text{Sin}\ 3A = 3\ \text{Sin}\ A\ - 4\ \text{Sin}^3A.$

3 మార్కులు ప్రశ్నలు

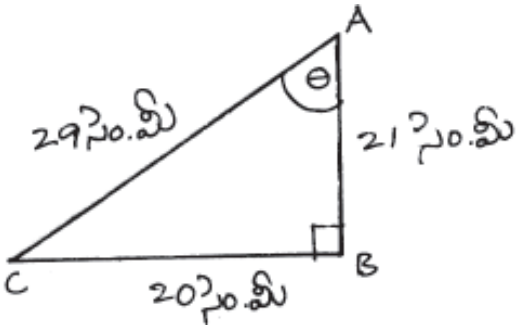
1. ప్రక్క పటములో ΔPQR లంబకోణమును Q వద్ద కలిగి ఉన్నది. $PQ = QR = 1$ సెం.మీ. మరియు $PR = \sqrt{2}$ సెం.మీ. అయినచో $SinP,\ CosP$ మరియు $TanP$ లను కనుగొనుము



2. ప్రక్క పటములో ΔABC ఒక లంబకోణ త్రిభుజము. B వద్ద లంబకోణమున్నది. $AB = 3$ సెం.మీ. $BC = 4$ సెం.మీ. $AC = 5$ సెం.మీ. అయినచో $CosC,\ CotC$ మరియు $SecC$ లను కనుగొనుము.

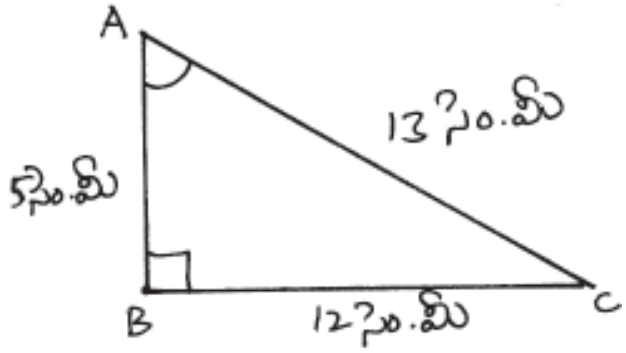


3. ప్రక్క పటములో ΔABC ఒక లంబకోణ త్రిభుజము $AB = 21$ సెం.మీ. $BC = 20$ సెం.మీ. $CA = 29$ సెం.మీ. మరియు $\angle A = \theta$ అయినచో $Sin\theta,\ Cot\theta$ మరియు $Sec\ \theta$ లను కనుగొనుము.

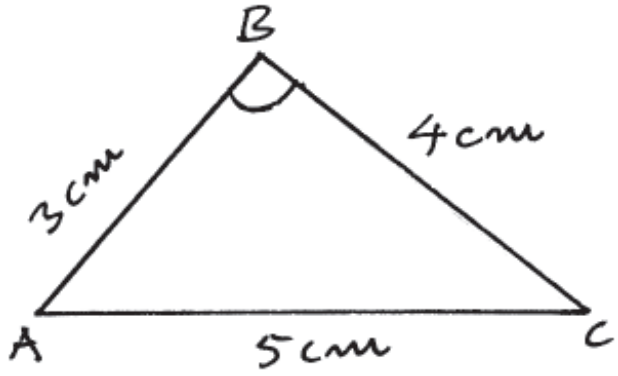


4. లంబకోణ త్రిభుజము ΔABCలో $AB = 9$ సెం.మీ. $BC = 40$ సెం.మీ. మరియు $CA = 41$ సెం.మీ. అయినచో $TanA, CotC$ మరియు $Co\sec A$ ల విలువలను కనుగొనుము.

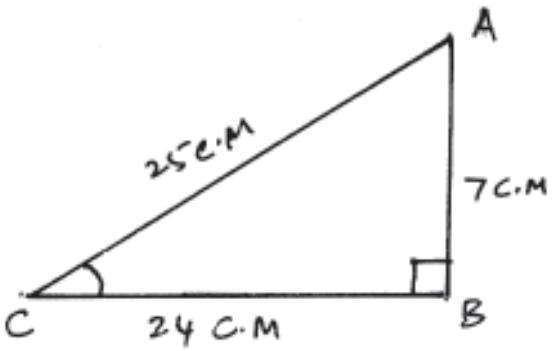
5. ప్రక్క పటములో $SinA, SecA$ మరియు $CotA$ లను కనుగొనుము.



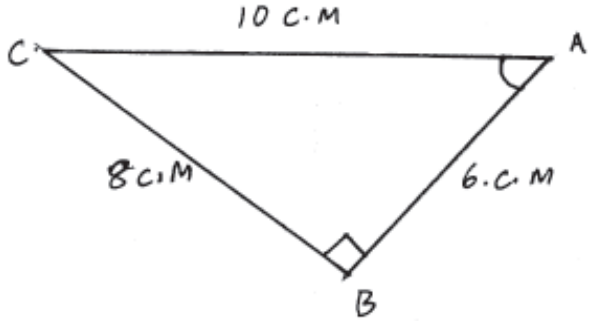
6. ప్రక్క పటము నుండి $CosA, Co\sec A$ మరియు $TanA$ లను కనుగొనుము.



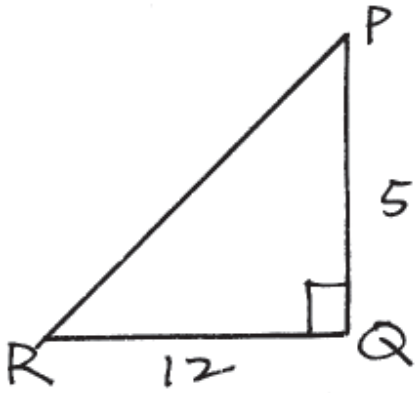
7. ప్రక్క పటము నుండి $SinC, CosC$ మరియు $TanC$ లను కనుగొనుము.



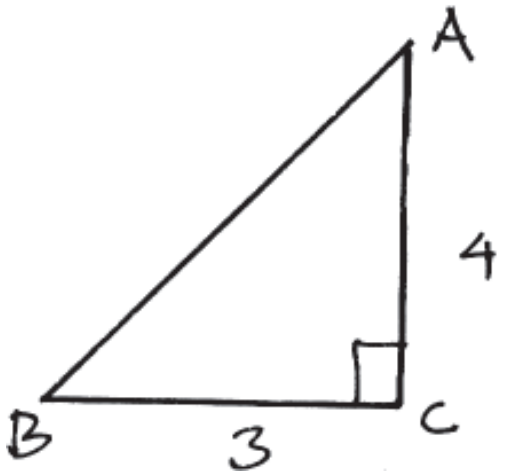
8. ప్రక్క పటము నుండి $SinA,\ CosC,\ TanA$ లను కనుగొనుము.



9. ప్రక్క పటములోని ΔPQR నందు Q వద్ద లంబకోణమున్నది. $PQ = 5$ సెం.మీ. మరియు $QR = 12$ సెం.మీ. అయినచో $SinR,\ CosR$ మరియు $TanR$ లను కనుగొనుము.



10. ప్రక్క పటములో ΔABC ఒక లంబకోణ త్రిభుజము దానిలో C వద్ద లంబకోణము కలదు. $BC = 3$ సెం.మీ. $AC = 4$ సెం.మీ. అయినచో $CotA,\ SecA$ మరియు $Co\sec A$ ల విలువను కనుగొనుము.



11. ఒక త్రిభుజము PQR లో Q వద్ద లంబకోణమున్నది. $PR = 25$ సెం.మీ. మరియు $QR = 7$ సెం.మీ. మరియు $RPQ = \theta$ అయినచో $Tan\theta,\ Co\sec\theta$ మరియు $Sec\ \theta$ లను కనుగొనుము.

12. B వద్ద లంబకోణము కలిగి ఉన్న ΔABC లో $AC = 10$ సెం.మీ. $BC = 8$ సెం.మీ. $AB = 6$ సెం.మీ. అయినచో $Sin\theta,\ CosC$ మరియు $TanC$ లను కనుగొనుము.

13. ΔPQR లో Q వద్ద లంబకోణము కలదు. $PR = 10\sqrt{2}$ సెం.మీ. $QR = 10$ సెం.మీ. అయినచో $SecP$, $CotP$ మరియు $Co\sec P$ లను కనుగొనుము.

14. లంబకోణ త్రిభుజము ΔABC నందు $AB = \sqrt{3}$ సెం.మీ. $BC = 1$ సెం.మీ. మరియు $AC = 2$ సెం.మీ. అయినచో $Co\sec A, SecC$ మరియు $CotA$ లను కనుగొనుము.

15. $Sin\theta = \frac{3}{5}$ అయినచో $Cos\theta$ మరియు $Tan\theta$ అను కొనుగొనుము.

16. $Tan\theta = \frac{5}{12}$ అయినచో $Sin\theta, Cos\theta$ విలువ ఎంత?

17. $Sin\theta = \frac{20}{29}$ అయినచో $Cos\theta$ మరియు $Tan\ \theta$ విలువలను కనుగొనుము.

19. $Cos\theta = \frac{m}{n}$ అయినచో $Sin\theta$ మరియు $Cot\theta$ విలువలను కనుగొనుము.

20. $Sin\ \theta = \frac{3}{5}$ అయినచో $Cos\theta Cot\theta$ ల విలువలను కనుగొనుము.

21. $Co\sec\theta = 2/\sqrt{3}$ అయినచో $Sin^2\theta.Cos\theta$ విలువలను కనుగొనుము.

22. $Cot = \frac{3}{4}$ అయినచో $Co\sec^2\theta = 1 + Cot^2\theta$ అని చూపుము.

23. ABC లంబకోణ త్రిభుజములో $\angle C = 90^o, TanA = 1$ అయినచో $SinA + CosB = \sqrt{2}$ అని చూపుము.

24. $Sin\theta = \frac{1}{2}$ మరియు $Cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ అయినచో $Tan\theta, Cot\theta$ విలువలను కనుగొనుము.

25. $Sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ మరియు $Tan\theta = \sqrt{3}$ అయినచో $Cos^2\theta + Sin\theta.Cot\theta$ విలువ ఎంత?

26. $Co\sec A = 2$ అయినచో $SinA$ ముమరియు $CosA$ విలువలు కనుగొనుము.

27. $Tan\theta + Cot\theta = Co\sec\theta.Sec\theta$ అని చూపుము.

28. $Cos^2\theta(1 + Tan^2\theta) = 1$ అని చూపుము.

29. $(1 + Tan^2\theta)Sin^2\theta = Tan^2\theta$ అని చూపుము.

30. $(SinA - CosA)^2 + 2SinACosA = 1$ అని చూపుము.

31. $Tan = \frac{4}{3}$ అయినచో $Sin\theta + Cos\theta$ విలువలు కనుగొనుము.

32. $SinA = \frac{4}{5}$ అయినచో $CosA$ మరియు $TanA$ విలువలు కనుగొనుము.

33. $Sin^2 30^o + Cos^2 30^o$ విలువలు కనుగొనుము.

34. $\frac{1-Sin\theta}{1+Sin\theta} = \left(\frac{1-Sin\theta}{Cos\theta}\right)^2$ అని చూపుము.

35. $Tan^2 60^0 - Sin^2 30^0$ యొక్క విలువ ఎంత?

36. $A = 30^o$ తీసుకొని $Sin3A = 3SinA - 4Sin^3 A$ అని చూపుము.

37. $Sin^2 60^o + Cos^2 45^o$ విలువలు కనుగొనుము.

38. $\theta = 30^o$ అయినచో $Tan2\theta = \frac{2Tan\theta}{1-Tan^2\theta}$ అని చూపుము.

39. $Sin11^o = Cos79^o$ అని చూపుము.

40. $Sin^2 40^o - Cos^2 50^o = 0$ అని చూపుము.

41. $\frac{Cos43^o}{Sin47^o} + \frac{Sec32^o}{Co\sec 58^o} = 2$ అని చూపుము.

42. $Cos35^o = Sin55^o$ అని చూపుము.

43. $Sin\theta Cos(90^o - \theta) + Cos\theta.Sin(90^o - \theta) = 1$ అని చూపుము.

44. $Cos\,\theta.Cos\,(90^o - \theta) - Sin\,\theta.Sin\,(90^o - \theta)$ విలువలు కనుగొనుము.

45. ఒక వాతావరణ పరిశోధన బెలూన్ క్రింది నేలమీద ప్రయోగశాలలో ఒక 100 మీ. పొడవుగల కేబిలు వైరుతో కట్టబడి యుండి, భూమికి సమాంతరమైన దిశలో 60^0 కోణం చేయుచున్నది. కేబిలు వంగి యుండలేదని భావించి భూమిపైన బెలూన్ యొక్క ఎత్తును కనుగొనుము.

46. ఒక నిలువుపాటి జెండా బొంగు AB సమతలమైన నేలపై నిలిచియున్నది. దాని పాదము నుండి 300 మీ. దూరంలో ఉన్న C బిందువు వద్ద బొంగుయొక్క శిఖరము 30^0 కోణము చేయును. జెండా బొంగు AB యొక్క పొడవును కనుగొనుము.

47. నిలువుగా ఒక గోడను ఆనుకొని ఉన్న ఒక నిచ్చెన నేలతో 60^0 కోణము చేయును. నిచ్చెన యొక్కపాదము గోడనుండి 3 మీ. దూరంలో ఉన్నది. నిచ్చెన యొక్క పొడవు ఎంత?

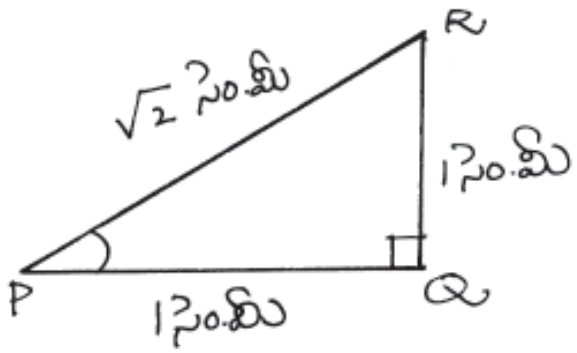
48. ఒక స్థంభము యొక్క ఆధారము నుండి 50 మీ. దూరమున ఉన్న పరీక్షకుడు స్థంభ శిఖరమును 60^0 ఊర్ధ్వ కోణము చేయునట్లు చూచును. స్థంభము యొక్క ఎత్తును కనుగొనుము.

49. ఒక స్థంభము ఆధారము నుంచి 450 మీ. దూరానగల బిందువు నుండి స్తంభం యొక్క ఊర్ధ్వ కోణము 30^0 గా ఉన్నది స్తంభము యొక్క ఎత్తు ఎంత?

50. గాలిపటము యొక్క దారము 150 మీ పొడవున్నది. దాని దారము 60^0 కోణము నేలమీది బిందువుతో చేసినచో, దారంలో వంపు లేదని భావించి గాలిపటము యొక్క ఎత్తును కనుగొనుము.

జవాబులు – 3 మార్కుల ప్రశ్నలు

1.



పటం నుండి $SinP = \frac{QR}{PR}$

$= \frac{1}{\sqrt{2}}$

$CosP = \frac{PQ}{PR}$

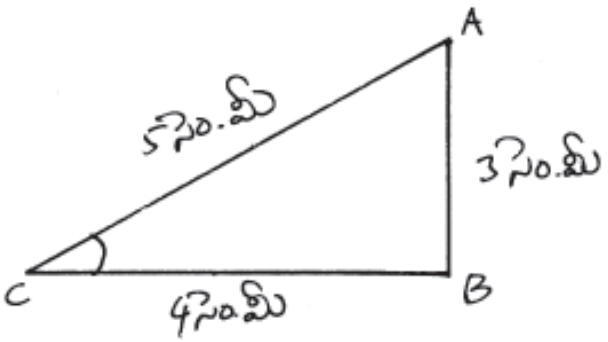
$= \frac{1}{\sqrt{2}}$

$TanP = \frac{QR}{PQ}$

$= \frac{1}{1}$

$= 1$

2.



పటం నుండి $CosC = \frac{BC}{AC}$

$= \frac{4}{5}$

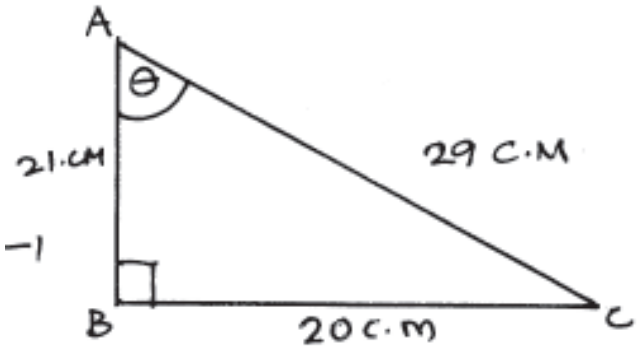
$CotC = \frac{BC}{AB}$

$= \frac{4}{3}$

$SecC = \frac{AC}{BC}$

$= \frac{5}{4}$

3.



పటం నుండి $Sin\theta = \frac{BC}{AC}$

$= \frac{20}{29}$

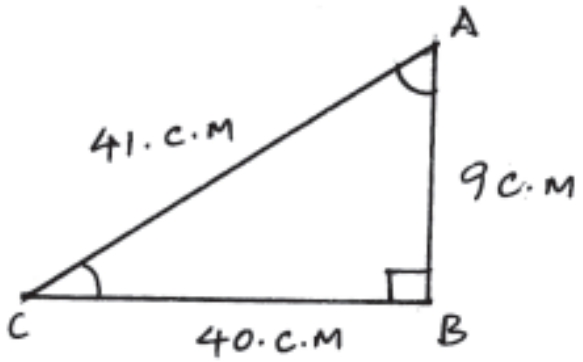
$Cot\theta = \frac{AB}{BC}$

$$=\frac{21}{20}$$

$$Sec\theta = \frac{AC}{AB}$$

$$=\frac{29}{21}$$

4.



పటం నుండి $TanA = \frac{BC}{AB}$

$$=\frac{40}{9}$$

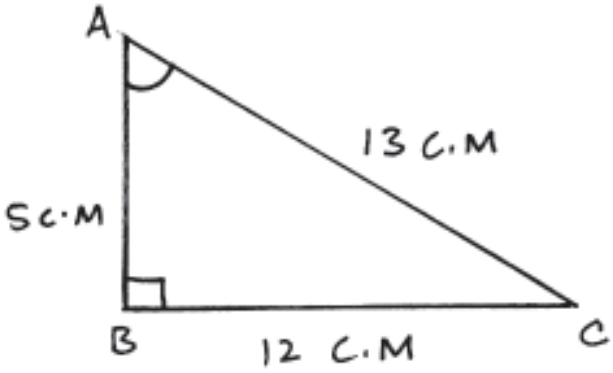
$$CotC = \frac{BC}{AB}$$

$$=\frac{40}{9}$$

$$CosecA=\frac{AC}{BC}$$

$$=\frac{41}{40}$$

5.



పటం నుండి $SinA = \frac{BC}{AC}$

$$= \frac{12}{13}$$

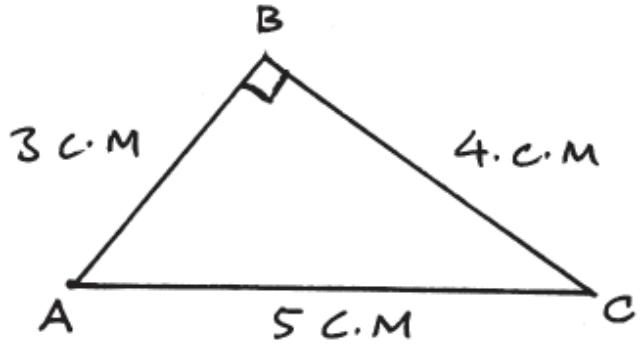
$$SecA = \frac{AC}{AB}$$

$$= \frac{13}{5}$$

$$CotA = \frac{AB}{BC}$$

$$= \frac{5}{12}$$

6.



పటం నుండి $CosA = \frac{AB}{AC}$

$$= \frac{3}{5}$$

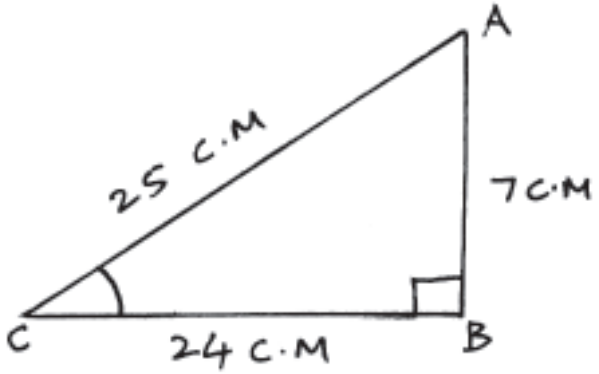
$$CosecA = \frac{AC}{BC}$$

$$= \frac{5}{4}$$

$$TanA = \frac{BC}{AB}$$

$$= \frac{4}{3}$$

7.



పటం నుండి $SinC = \frac{AB}{AC}$

$= \frac{7}{25}$

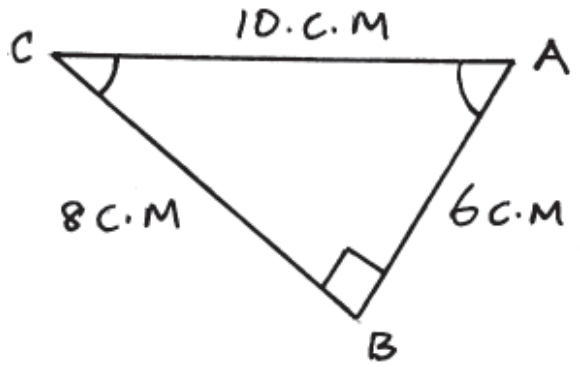
$CosC = \frac{BC}{AC}$

$= \frac{24}{25}$

$TanC = \frac{AB}{BC}$

$= \frac{7}{24}$

8.



పటం నుండి $SinA = \frac{BC}{AC}$

$= \frac{8}{10}$

$CosC = \frac{BC}{AC}$

$= \frac{8}{10}$

$TanA = \frac{BC}{AB}$

$= \frac{8}{6}$

9. లంబకోణ త్రిభుజము PQR లో $PR = \sqrt{PQ^2 + QR^2}$

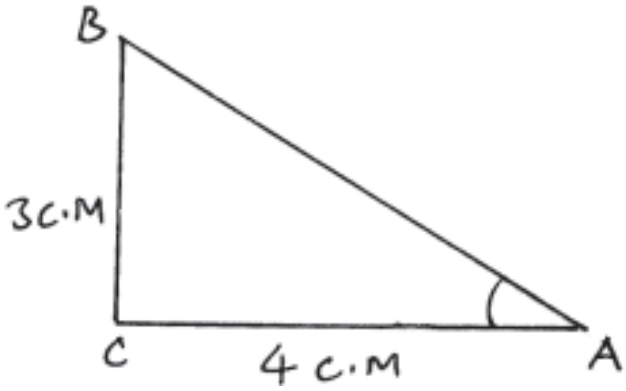
$$PR = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13 c.m.$$

పటం నుండి $SinR = \frac{PQ}{PR} = \frac{5}{13}$

$CosR = \frac{QR}{PR} = \frac{12}{13}$

$TanR = \frac{PQ}{QR} = \frac{5}{12}$

10.



ABC లంబకోణ త్రిభుజంలో $AB = \sqrt{BC^2 + AC^2}$

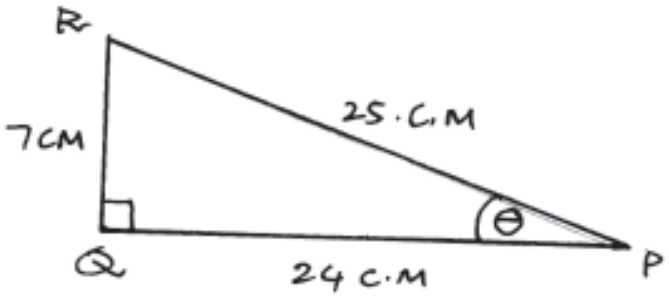
$= \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

పటం నుండి $CotA = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{3}$

$SecA = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{4}$

$CosecA = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{3}$

11.



PQR లంబకోణ త్రిభుజంలో $PQ = \sqrt{PR^2 - QR^2}$

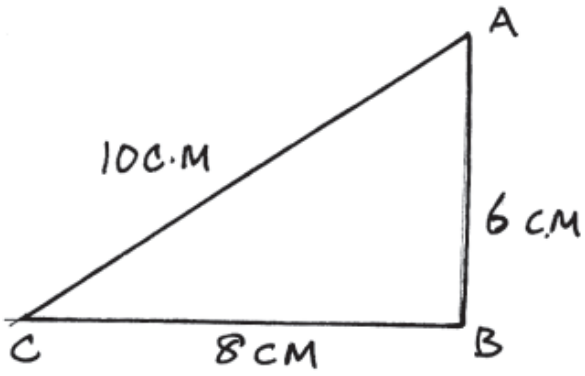
$= \sqrt{25^2 - 7^2} = 24$

పటం నుండి $Tan\theta = \frac{QR}{PQ} - \frac{7}{24}$

$$Co\sec\theta = \frac{PR}{RQ} = \frac{25}{7}$$

$$Sec\theta = \frac{PR}{PQ} = \frac{25}{24}$$

12.

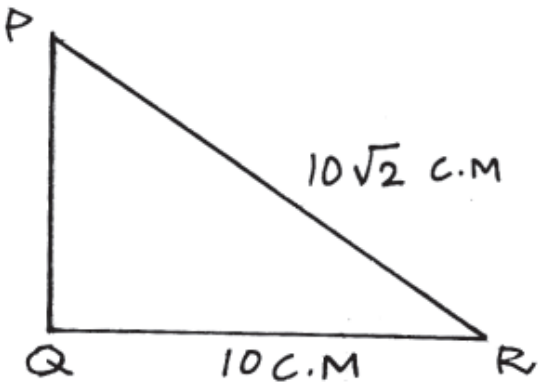


పటం నుండి $SinC = \frac{AB}{AC} = \frac{6}{10}$

$$CosC = \frac{BC}{AC} = \frac{8}{10}$$

$$TanC = \frac{AB}{BC} = \frac{6}{8}$$

13.



PQR లంబకోణ త్రిభుజంలో $PQ = \sqrt{PR^2 - QR^2}$

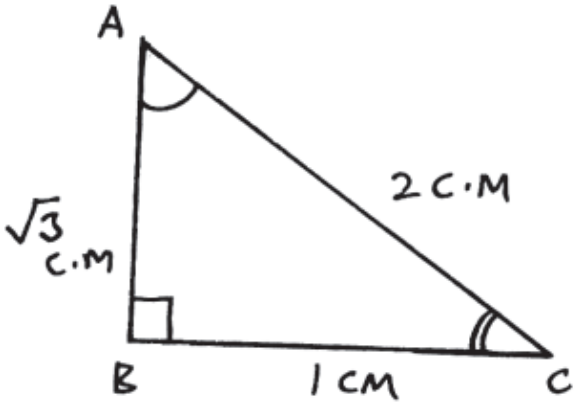
$$= \sqrt{\left(10\sqrt{2}\right)^2 - 10^2} = 10$$

పటం నుండి $SecP = \frac{PR}{PQ} = \frac{10\sqrt{2}}{10} = \sqrt{2}$

$$Cot P = \frac{PQ}{QR} = \frac{10}{10} = 1$$

$$Co\sec P = \frac{PR}{QR} = \frac{10\sqrt{2}}{10} = \sqrt{2}$$

14.



పటం నుండి $Co\sec A = \frac{AC}{BC} = \frac{2}{1} = 2$

$$Sec C = \frac{AC}{BC} = \frac{2}{1} = 2$$

$$Cot A = \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

15. $Sin\theta = \frac{3}{5}$

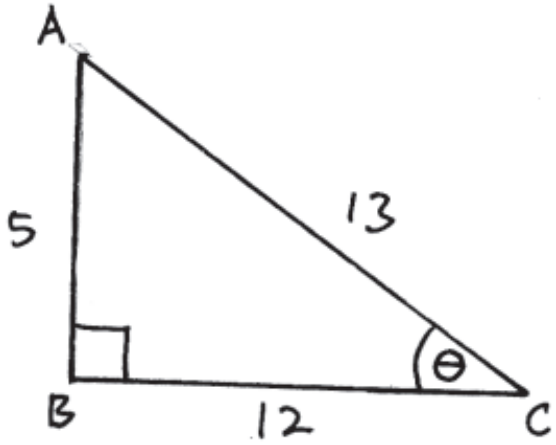
$$Cos\theta = \sqrt{1 - Sin^2\theta}$$

$$= \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2}$$

$$\therefore Cos\theta = \frac{4}{5}$$

$$Tan\theta = \frac{Sin\theta}{Cos\theta} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{4}$$

16.



$Tan\theta = \frac{5}{12}$

పటం నుండి $Tan\theta = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{12}$

$\therefore ABC$ లంబకోణ త్రిభుజంలో $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$

$AC = \sqrt{5^2 + 12^2}$

$AC = 13$

పటం నుండి $Sin\theta = \frac{5}{13}$

$Cot\theta = \frac{12}{5}$

$\therefore Sin\theta.Cot\theta = \frac{5}{13} \times \frac{12}{5} = \frac{12}{13}$

17. $Sin\theta = \frac{20}{29}$

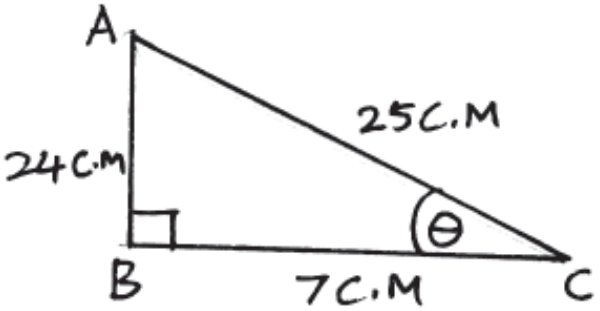
$Cos\theta = \sqrt{1 - Sin^2\theta}$

$Cos\theta = \sqrt{1 - \left(\frac{20}{29}\right)^2}$

$\therefore Cos\theta = \frac{21}{29}$

$Tan\theta = \frac{Sin\theta}{Cos\theta} = \frac{\frac{20}{29}}{\frac{21}{29}} = \frac{20}{21}$

18.



$Tan\theta = \frac{24}{7}$

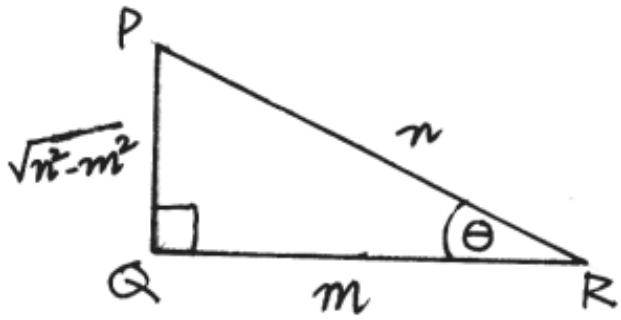
పటం నుండి $Tan\theta = \frac{AB}{BC} = \frac{24}{7}$

ABC టఎనౌఈొత్చిఎఊష్ణో $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{24^2 + 7^2} = 25$

పటం నుండి $Sin\theta = \frac{AB}{AC} = \frac{24}{25}$

$$Cos\theta = \frac{BC}{AC} = \frac{7}{25}$$

19.



$Cos\theta = \frac{m}{n}$

పటం నుండి $Cos\theta = \frac{QR}{PR} = \frac{m}{n}$

PQR లంబకోణ త్రిభుజంలో $PQ = \sqrt{PR^2 - QR^2}$

$$= \sqrt{n^2 - m^2}$$

పటం నుండి $Sin\theta = \frac{PQ}{PR} = \frac{\sqrt{n^2 - m^2}}{n}$

$$Cot\theta = \frac{QR}{PQ} = \frac{m}{\sqrt{n^2 - m^2}}$$

20. $Sin\theta = \frac{3}{5}$

$Cos\theta = \sqrt{1 - Sin^2\theta} = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}$

$Cot\theta = \frac{Cos\theta}{Sin\theta} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{4}{3}$

$Cos\theta.Cot\theta = \frac{4}{5}.\frac{4}{3} = \frac{16}{15}$

21. $Co\sec\theta = \frac{2}{\sqrt{3}}$

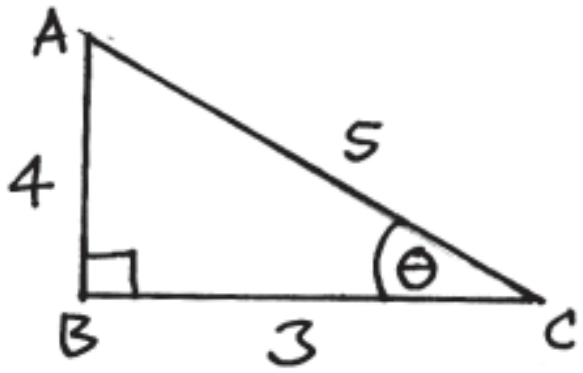
$\therefore Sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$Cos\theta = \sqrt{1 - Sin^2\theta}$

$= \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}$

$Sin^2\theta.Cos\theta = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2.\frac{1}{2} = \frac{3}{8}$

22.



$Cot\theta = \frac{5}{4}$

పటం నుండి $Cot\theta = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{4}$

ABC లంబకోణ త్రిభుజంలో $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5$

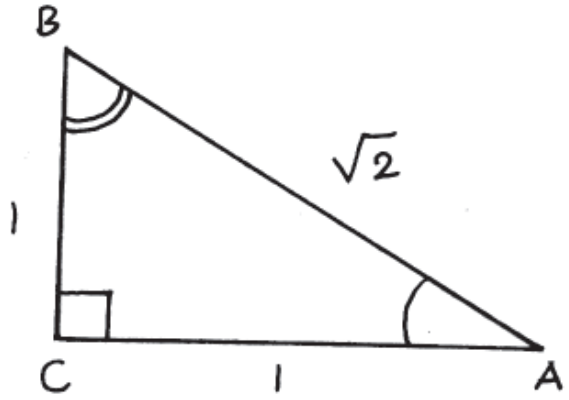
పటం నుండి $CoSec\theta = \frac{AC}{BC} = \frac{5}{4}$

$$\therefore CoSec^2\theta = \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$$

$$1 + Cot^2\theta = 1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 1 + \frac{9}{16} = \frac{25}{16}$$

$$\therefore Co\sec^2\theta = 1 + Cot^2\theta$$

23.



పటం నుండి $TanA = \frac{BC}{AC} = 1$

పటం నుండి $SinA = \frac{BC}{BA} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$CosB = \frac{BC}{BA} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore SinA + CosB = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

24. $Sin\theta = \frac{1}{2}, \quad Cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$Tan\theta = \frac{Sin\theta}{Cos\theta}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$Cot\theta = \frac{Cos\theta}{Sin\theta}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

25. $Sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$Cos\theta = \sqrt{1 - Sin^2\theta}$

$= \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}$

$Tan\theta = \sqrt{3}$

$\therefore Cot\theta = \frac{1}{Tan\theta}$

$= \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore Cos^2\theta + Sin\theta.Cot\theta = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}}$

$= \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$

26. $Co\sec A = 2$

$\therefore SinA = \frac{1}{Co\sec A}$

$SinA = \frac{1}{2}$

$CosA = \sqrt{1 - Sin^2 A}$

$= \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}$

$\therefore CosA = \frac{\sqrt{3}}{2}$

27. $Tan\theta + Cos\theta = \frac{Sin\theta}{Cos\theta} + \frac{Cos\theta}{Sin\theta}$

$= \frac{Sin^2\theta + Cos^2\theta}{Cos\theta Sin\theta}$

$= \frac{1}{Sin\theta Cos\theta}$

$= \frac{1}{Sin\theta} \cdot \frac{1}{Cos\theta}$

$= Co\sec\theta.Sec\theta$

28. $Cos^2\theta\left(1+Tan^2\theta\right)= Cos^2\theta.Sec^2\theta(\because 1+Tan^2\theta = Sec^2\theta)$

$= \left(Cos\theta.Sec\theta\right)^2\left(\because Sec\theta = \frac{1}{Cos\theta}\right)$

$= (1)^2$

$= 1$

29. $\left(1+Tan^2\theta\right)Sin^2\theta = Sec^2\theta.Sin^2\theta \ \ (\because 1+Tan^2\theta = Sec^2\theta)$

$= \frac{1}{Cos^2\theta}.Sin^2\theta\left(\because Sec\theta = \frac{1}{Cos\theta}\right)$

$= \frac{Sin^2\theta}{Cos^2\theta}$

$= \left(\frac{Sin\theta}{Cos\theta}\right)^2$

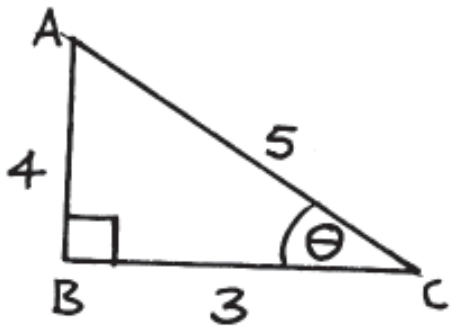
$= Tan^2\theta$

30. $\left(SinA-CosA\right)^2 = Sin^2A+Cos^2A-2SinACosA$

$\left(SinA-CosA\right)^2 + 2SinACosA = Sin^2A+Cos^2A$

$\left(SinA-CosA\right)^2 + 2SinACosA = 1$

31.



$Tan\theta = \frac{4}{3}$

పటం నుండి $Tan\theta = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{3}$

ABC లంబకోణ త్రిభుజంలో $AC = \sqrt{AB^2+BC^2}$

$AC = \sqrt{4^2+3^2} = 5$

పటం నుండి $Sin\theta = \frac{4}{5}$

$$Cos\theta = \frac{3}{5}$$

$$Sin\theta + Cos\theta = \frac{4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{7}{5}$$

32. $SinA = \frac{4}{5}$

$$CosA = \sqrt{1 - Sin^2 A}$$

$$= \sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2}$$

$$= \frac{3}{5}$$

$$TanA = \frac{SinA}{CosA}$$

$$= \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}}$$

$$= \frac{4}{3}$$

33. $Sin^2 30^o + Cos^2 30^o = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \quad \left(\because Sin30^o = \frac{1}{2},\ Cos30^o = \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$$= \frac{1}{4} + \frac{3}{4}$$

$$= \frac{4}{4}$$

$$= 1$$

$$\therefore Sin^2 30^o + Cos^2 30^o = 1$$

34. $\frac{1 - Sin\theta}{1 + Sin\theta}$ ను అకరణీయ చేయగా

$$= \frac{1 - Sin\theta}{1 + Sin\theta} \times \frac{1 - Sin\theta}{1 - Sin\theta}$$

$$= \frac{(1-Sin\theta)^2}{1-Sin^2\theta}$$

$$= \frac{(1-Sin\theta)^2}{Cos^2\theta}$$

$$= \left(\frac{(1-Sin\theta)}{Cos\theta}\right)^2$$

35. $Tan^2 60^o - Sin^2 30^o = \left(\sqrt{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \quad \left(\because Tan60^o = \sqrt{3},\ Sin30^o = \frac{1}{2}\right)$

$$= 3 - \frac{1}{4}$$

$$= \frac{11}{4}$$

36. $Sin3A = 3SinA - 4Sin^3 A$

$A = 30^o$

$\therefore Sin90^o = 3Sin30^o - 4Sin^3 30^o$

$1 = 3.\frac{1}{2} - 4\left(\frac{1}{2}\right)^3$

$1 = \frac{3}{2} - 4 \times \frac{1}{8}$

$1 = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}$

$1 = 1$

$\therefore Sin3A = 3SinA - 4Sin^3 A$

37. $Sin60^0 + Cos^2 45^0 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$

$= \frac{3}{4} + \frac{1}{2}$

$= \frac{5}{4}$

38. $\theta = 30^0$

$\therefore Tan2\theta = Tan.60^0 = \sqrt{3}$

$$\frac{2Tan\theta}{1-Tan^2\theta} = \frac{2.Tan30^o}{1-Tan^2 30^o}$$

$$= \frac{2.\frac{1}{\sqrt{3}}}{1-\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$$

$$= \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{2}{3}}$$

$$= \sqrt{3}$$

$$\therefore Tan2\theta = \frac{2Tan\theta}{1-Tan^2\theta}$$

39. $Sin(90^o - \theta) = Cos\theta$

$\theta = 79^o$ ప్రతిక్షేపించగా

$Cos79^o = Sin(90^o - 79^o)$

$Cos79^o = Sin11^o$

$\therefore Sin11^o = Cos79^o$

40. $Sin(90^o - \theta) = Cos\theta$

$\theta = 50^o$ ప్రతిక్షేపించగా

$Sin(90^o - 50^o) = Cos50^o$

$Sin40^o = Cos50^o$

ఇరువైపుల వర్గం చేయగా

$Sin^2 40^o = Cos^2 50^o$

$\therefore Sin^2 40^o - Cos^2 50^o = 0$

41. $Cos\theta = Sin(90^o - \theta)$ లో $\theta = 43^o$ ను ప్రతిక్షేపించగా

$Cos43^o = Sin(90^o - 43^o)$

$Cos43^o = Sin47^o$

$$\therefore \frac{Cos43^o}{Sin47^o} = 1$$

$Sec\theta = Co\sec(90^o - \theta)$ లో $\theta = 32^o$ ను ప్రతిక్షేపించగా

$Sec32^o = Co\sec(90^o - 32^o)$

$Sec32^o = Co\sec 58^o$

$\therefore \dfrac{Sec32^o}{Co\sec 58^o} = 1$

$\dfrac{Cos43^o}{Sin47^o} + \dfrac{Sec32^o}{Co\sec 58^o} = 1 + 1 = 2$

42. $Cos\theta = Sin(90^o - \theta)$

$\theta = 35^o$ ను ప్రతిక్షేపించగా

$Cos35^o = Sin(90^o - 35^o)$

$\therefore Cos35^o = Sin55^o$

43. $Sin\theta.Cos(90^o - \theta) = \sin\theta.Sin\theta \qquad (\because Cos(90^o - \theta) = Sin\theta)$

$= Sin^2\theta$

$Cos\theta.Sin(90^o - \theta) = Cos\theta.Cos\theta \qquad (\because Sin(90^o - \theta) = Cos\theta)$

$= Cos^2\theta$

$\therefore Sin\theta.Cos(90^o - \theta) + Cos\theta(Sin90^o - \theta) = Sin^2\theta + Cos^2\theta$

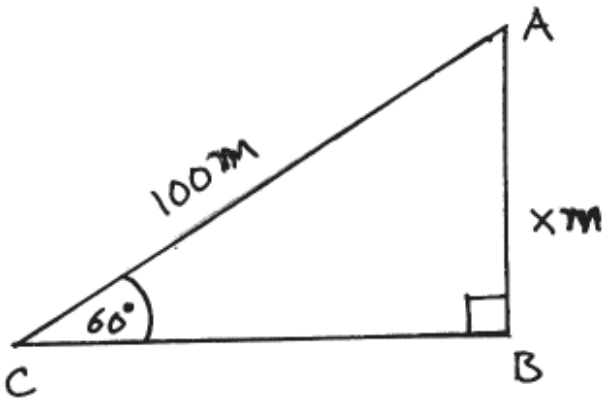
$= 1$

44. $Cos\theta.Cos(90^o - \theta) = Cos\theta.Sin\theta \qquad (\because Cos(90^o - \theta) = Sin\theta)$

$Sin\theta.Sin(90^o - \theta) = Sin\theta.Cos\theta \qquad (\because Sin(90^o - \theta) = Cos\theta)$

$Cos\theta.Cos(90^o - \theta) - Sin\theta.Sin(90^o - \theta) = Cos\theta Sin\theta - Sin\theta Cos\theta = 0$

45.



$AB = x$ మీ. అనుకొనుము.

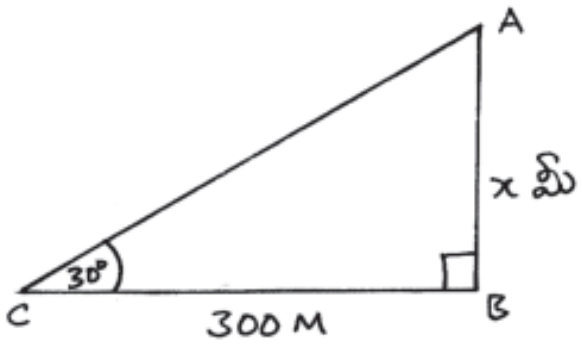
పటంలో $Sin60^o = \frac{AB}{AC}$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{100}$$

$$\therefore x = \frac{100}{2}\sqrt{3}$$

$$\therefore x = 86.6 \text{ మీ.}$$

46.



లంబకోణ త్రిభుజము ABC లో

$$Tan30^o = \frac{AB}{BC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{300m}$$

$$x = \frac{300}{\sqrt{3}}$$

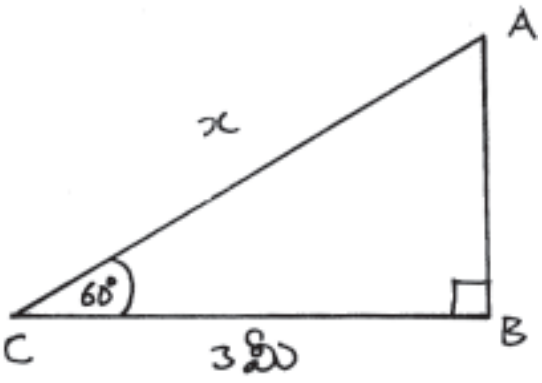
$$x = \frac{300 \times \sqrt{3}}{3}$$

$$x = 100\sqrt{3}$$

$$= 100 \times 1.732$$

$$= 173.2 \text{ ఖఉ.}$$

47.



నిచ్చెన పొడవు $AC = x$ మీ. అనుకొనుము.

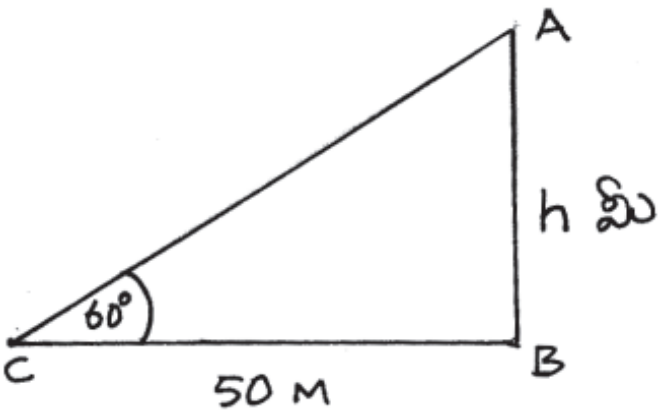
ABC లంబకోణ త్రిభుజంలో $Cos60^o = \frac{BC}{AC}$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{x}$$

$$x = 6 \text{ మీ.}$$

$\therefore$ నిచ్చెన పొడవు = 6 మీ.

48.



స్తంభము ఎత్తు $AB = h$ మీ. అనుకొనుము.

ABC లంబకోణ త్రిభుజంలో $Tan60^o = \frac{AB}{BC}$

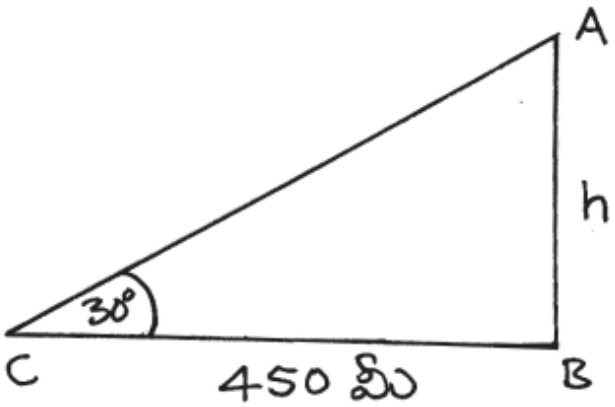
$$\sqrt{3} = \frac{h}{50}$$

$$\therefore h = 50\sqrt{3}$$

$$h = 50 \times 1.732$$

$$= 86.6m$$

49.



స్తంభము ఎత్తు h మీ. అనుకొనుము.

ABC లంబకోణ త్రిభుజంలో $Tan30^o = \frac{AB}{BC}$

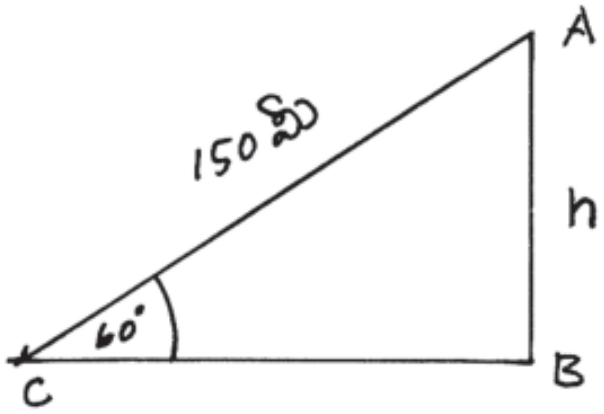
$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{450}$$

$$h = \frac{450}{\sqrt{3}}$$

$$= 150 \times \sqrt{3}$$

$$= 150 \times 1.732 = 259.8m$$

50.



గాలిపటం యొక్క ఎత్తు h మీ. అనుకొనుము.

ABC లంబకోణ త్రిభుజంలో $Sin60^o = \frac{AB}{AC}$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{150}$$

$$\therefore h = \frac{150.\sqrt{3}}{2}$$

$$h = \frac{150 \times 1.732}{2}$$

$$h = 129.9 \text{ MT.}$$

5 మార్కులు ప్రశ్నలు

1. ΔABC లో B వద్ద ఒక లంబకోణము కలదు. $Tan\,C = 1/\sqrt{3}$ అయినచో $SinA\,Cos\,C + Cos\,A\,Sin\,C$ విలువ ఎంత?

2. $Tan\,A = \frac{1}{\sqrt{3}}$ మరియు $Tan\,B = \sqrt{3}$ అయినచో $Cos\,A\,CosB - SinASinB = 0$ అని చూపుము.

3. $Cot\,A = \frac{12}{5}$ అయినచో $Tan^2A - Sin^2A = Sin^4A\,Sec^2A$ అని చూపుము.

4. B వద్ద లంబకోణము గల ABC త్రిభుజములో $Tan\,A = \sqrt{3}$ అయినచో $Tan^2C\ Sec^2A - (Tan^2A + Cot^2C)$ యొక్క విలువను కనుగొనుము.

5. $Sin^2\theta + Cos^2\theta = 1$ అని చూపుము.

6. $Sec^2\theta - Tan^2\theta = 1$ అని చూపుము.

7. $Co\sec^2\theta - Cot^2\theta = 1$ అని చూపుము.

8. $\frac{Sin\,A}{1+Cos\,A} + \frac{1+Cos\,A}{Sin\,A} = 2\,Co\sec A$ అని నిరూపించుము.

9. $(SecA - TanA)^2 = \frac{1-SinA}{1+SinA}$ అని నిరూపించుము.

10. $Cos^4A - Sin^4A = Cos^2A - Sin^2A = 1 - 2Sin^2A$ అని నిరూపించుము.

11. $\frac{Tan\theta + Sec\theta - 1}{Tan\theta - Sec\theta + 1} = \frac{1+Sin\theta}{Cos\theta}$ అని నిరూపించుము.

12. $\frac{SinA}{1+CosA} + \frac{SinA}{1-CosA} = 2Co\sec A$ అని నిరూపించుము.

13. $\sqrt{\frac{SecA - TanA}{SecA + TanA}} = \frac{CosA}{1+SinA}$ అని నిరూపించండి.

14. $Cos^4\theta + Sin^4\theta - 2Sin^2\theta Cos^2\theta = (2Cos^2\theta - 1)^2$ అని నిరూపించండి.

15. $\frac{SinA - SinB}{CosA + CosB} + \frac{CosA - CosB}{SinA + SinB} = 0$ అని నిరూపించండి.

16. $(Co\sec\theta - Sin\theta)(Sec\theta - Cos\theta)(Tan\theta + Cot\theta) = 1$ అని నిరూపించండి.

17. $SinA(1+TanA) + CosA(1+CotA) = SecA + Co\sec A$ అని నిరూపించండి.

18. $\frac{4}{3}Cot^2 30^o + 3Sin^2 60^o - 2Co\sec^2 60^o - \frac{3}{4}Tan^2 30^o = \frac{10}{3}$ అని చూపుము.

19. $\frac{CotA - Co\sec A - 1}{CotA - Co\sec A + 1} = \frac{1 + CosA}{SinA}$ అని నిరూపించండి.

20. $\frac{Tan\theta + Sin\theta}{Tan\theta - Sin\theta} = \frac{Sec\theta + 1}{Sec\theta - 1}$ అని చూపుము.

21. $\frac{TanA + CotB}{CotA + TanB} = TanA\ CotB$ అని చూపుము.

22. $\sqrt{\frac{Co\sec x + 1}{Co\sec x - 1}} = \frac{Cosx}{1 - Sinx}$ అని చూపుము.

23. $\frac{CosA}{1 - TanA} + \frac{SinA}{1 - CotA} = CosA + SinA$ అని నిరూపించుము.

24. $Cos^6\theta + Sin^6\theta = 1 - 3Sin^2\theta.Cos^2\theta$ అని నిరూపించుము.

25. $\frac{1 + Sin\theta}{Cos\theta} + \frac{Cos\theta}{1 + Sin\theta} = 2Sec\theta$ అని నిరూపించుము.

26. $Co\sec^3 30^o \times Cos60^o \times Tan^3 45^o \times Sin^2 90^o \times Sec^2 45^o \times Cot30^o = 8\sqrt{3}$ ను సత్యాపన చేయుము.

27. $\frac{5Sin^2 30^o + Cos^2 45^o - 4Tan^2 30^o}{2Sin30^0 Cos30^o + Tan45^o} = \frac{5}{6}(2 - \sqrt{3})$ ను సత్యాపన చేయుము.

28. $2A = 60^0$ తీసికొని $Cos2A = 2Cos^2 A - 1$ అను సమీకరణమును ఉపయోగించి $Sin30^0$ మరియు $Cos30^0$ ల విలువలు కనుగొనుము.

29. $\frac{Cos(90^o - \theta)}{1 + Sin(90^o - \theta)} + \frac{1 + Sin(90^o - \theta)}{Cos(90^o - \theta)} = 2Co\sec\theta$ అని నిరూపించుము.

30. $Sin(90^o - \theta).Cos(90^o - \theta) = \frac{Tan(90^o - \theta)}{1 + Tan^2(90^o - \theta)}$ అని నిరూపించుము.

31. సమతలమైన భూమి మీద ఒక బిందువు వద్ద స్తంభము యొక్క శిఖరము θ కోణమును $Tan\theta = \frac{5}{12}$ అగునట్లు చేయును. స్తంభము యొక్కపాదము వైపుగా 192 మీ. నడిచినచో ఏర్పడు కోణము యొక్క $Tangent\frac{3}{4}$ అగును. స్తంభము యొక్క పొడవును కనుగొనుము.

32. 100 మీ. ఎత్తు గల ఒక స్తంభము మీద నిల్చొని స్తంభమును కిరుప్రక్కల రెండు కార్లను స్వాతి గమనిస్తుంది. వాని నిమ్నకోణాలు 45^0 మరియు 60^0 అయితే, ఆ కర్ల మధ్యగల దూరమెంత?

33. 80 మీ. ఎత్తయిన ఒక గుట్ట కిరువైపులా ఇద్దరు మనుషులు నిల్చొని వున్నారు. గుట్ట శిఖరము యొక్క ఊర్ధ్వ కోణాలను వారు క్రమముగా 30^0 మరియు 60^0 గా గమనించిరి. వారిద్దరి మధ్యగల దూరమును కనుగొనుము.

34. 60 మీ. ఎత్తు గల ఒక కట్టడము యొక్క పైభాగము నుండి ఒక స్తంభము యొక్క శిఖరము మరియు పాదము వరుసగా 45^0 మరియు 60^0 నిమ్నకోణాలు చేయునట్లుగా గమనించబడింది. స్తంభము యొక్క ఎత్తును కట్టడము వద్ద నుండి దాని గల దూరమును కనుగొనుము.

35. ఒక 4 మీ.పొడవైన నిచ్చెన ఒక కిటికికి ఆనుకొని యుండి సమతలమైన భూమితో 30^0 కోణము చేయుచున్నది. నిచ్చెన యొక్కపాదమును అదే చోట వుంచి నిచ్చెనను ఎదుటి వైపున వున్న వేరొక కిటికిని ఆనుకొనునట్లు త్రిప్పటమైంది. ఇప్పుడది 60^0 కోణము సమతల భూమితో చేసినట్లయితే, రెండు కిటికీల మధ్య దూరమును కనుగొనుము.

జవాబులు :

1.

పటం నుండి $\quad TanC = \frac{AB}{BC}$

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

ΔABC లో $\quad \left.\begin{aligned} AC &= \sqrt{AB^2 + BC^2} \\ AC &= \sqrt{1+\left(\sqrt{3}\right)^2} = 2 \end{aligned}\right\}$

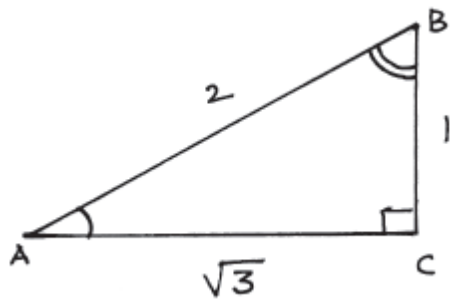
పటం నుండి $\quad \left.\begin{aligned} SinA &= \frac{\sqrt{3}}{2} \\ CosC &= \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}\right\}$

$$\left.\begin{aligned} CosA &= \frac{1}{2} \\ SinC &= \frac{1}{2} \end{aligned}\right\}$$

$$SinA\ CosC + CosA\ SinC = \frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}.\frac{1}{2}$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$$

2.



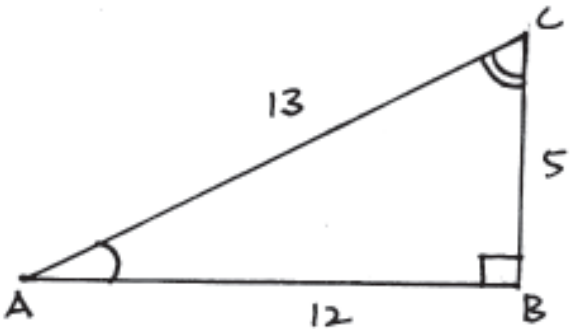
పటం నుండి $\quad TanA = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

ABC లంబకోణ త్రిభుజంలో $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (1)^2} = 2$

పటం నుండి $\left.\begin{array}{l} CosA = \frac{\sqrt{3}}{2};\ CosB = \frac{1}{2} \\ SinA = \frac{1}{2};\ SinB = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{array}\right\}$

$$CosA\ CosB - SinA\ SinB = \frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{1}{2} - \frac{1}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4} = 0$$

3.



పటం నుండి $Cot\ A = \frac{AB}{BC} = \frac{12}{5}$

ABC లంబకోణ త్రిభుజంలో $AC = \sqrt{(AB)^2 + (BC)^2}$

$$= \sqrt{(12)^2 + (5)^2}$$

$$= 13$$

పటం నుండి $SinA = \frac{5}{13};\ TanA = \frac{5}{12}$

$$SecA = \frac{13}{12}$$

$$Tan^2A - Sin^2A = \left(\frac{5}{12}\right)^2 - \left(\frac{5}{13}\right)^2$$

$$= \frac{25}{144} - \frac{25}{169}$$

$$= \frac{625}{24336}$$

$$Sin^4A - Sec^2A = \left(\frac{5}{13}\right)^4 \times \left(\frac{13}{12}\right)^2$$

$$= \frac{625}{24336}$$

$\therefore Tan^2A - Sin^2A = Sin^4A.Sec^2A$

4.

పటం నుండి $TanA = \frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{1}$

ABC లంబకోణ త్రిభుజంలో $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{1+1+\left(\sqrt{3}\right)^2} = 2$

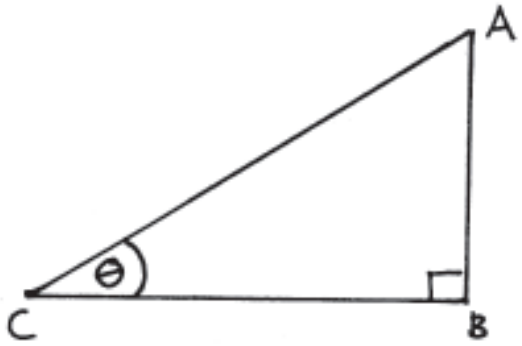
పటం నుండి $Tan\,C = \frac{1}{\sqrt{3}},\ SecA = 2;\ CotC = \sqrt{3}$

$$Tan^2C.Sec^2A - \left(Tan^2A + Cot^2C\right) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2.(2)^2 - \left\{\left(\sqrt{3}\right)^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2\right\}$$

$$= \frac{4}{3} - 6$$

$$= \frac{-14}{3}$$

5.



ABC లంబకోణ త్రిభుజంలో $\angle ACB = \theta$

పటం నుండి $Sin\theta = \frac{AB}{AC}$ మరియు

$$Cos\theta = \frac{BC}{AC}$$

$$Sin^2\theta + Cos^2\theta = \left(\frac{AB}{AC}\right)^2 + \left(\frac{BC}{AC}\right)^2$$

$$= \frac{AB^2}{AC^2} + \frac{BC^2}{AC^2}$$

$$= \frac{AB^2 + BC^2}{AC^2}$$

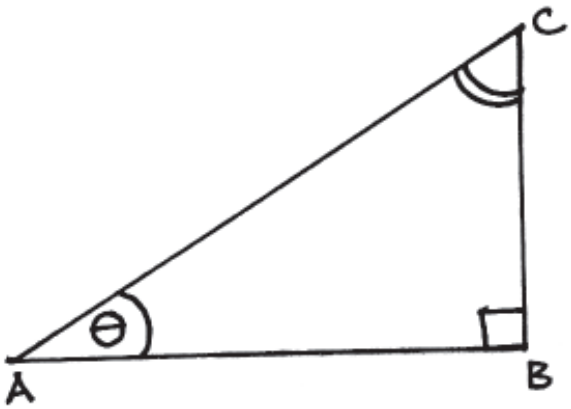
ABC లంబకోణ త్రిభుజంలో, పైథాగరస్ సిద్ధాంతం ననుసరించి

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\therefore\ Sin^2\theta + Cos^2\theta = \frac{AC^2}{AC^2}$$

$$Sin^2\theta + Cos^2\theta = 1$$

6.



ABC లంబకోణ త్రిభుజంలో $\angle CAB = \theta$

బ్రేష విధులు

$$\left.\begin{aligned} Sec\theta &= \frac{AC}{AB} \\ Tan\theta &= \frac{BC}{AB} \end{aligned}\right\}$$

$$Sec^2\theta - Tan^2\theta = \left(\frac{AC}{AB}\right)^2 - \left(\frac{BC}{AB}\right)^2$$

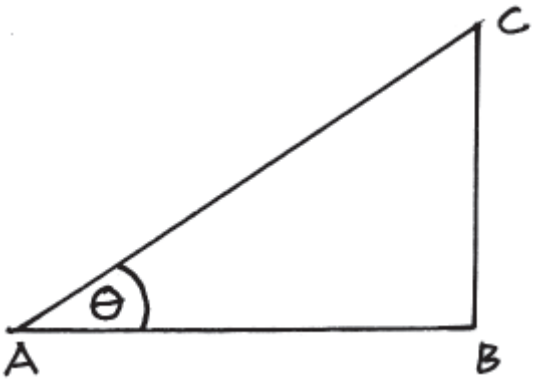
$$= \frac{AC^2}{AB^2} - \frac{BC^2}{AB^2}$$

$$= \frac{AC^2 - BC^2}{AB^2}$$

పైథాగరస్ సిద్ధాంతం ననుసరించి $AC^2 - BC^2 = AB^2$

$$\therefore Sec^2\theta - Tan^2\theta = \frac{AB^2}{AB^2} = 1$$

7.



ABC లంబకోణ త్రిభుజంలో $\angle CAB = \theta$

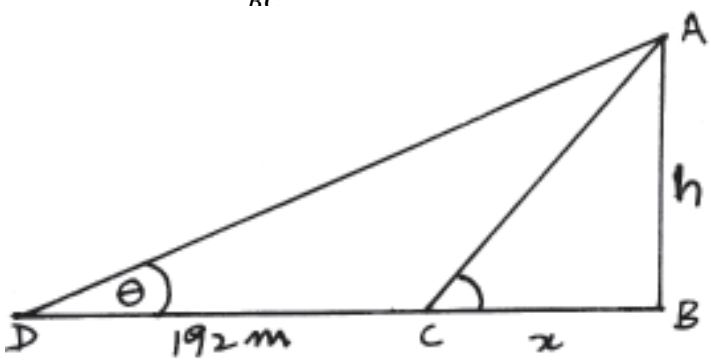
బ్షౌ విఊషణి
$$\left.\begin{aligned} Co\sec\theta &= \frac{AC}{BC} \\ Cot\theta &= \frac{AB}{BC} \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} Co\sec^2\theta - Cot^2\theta &= \left(\frac{AC}{BC}\right)^2 - \left(\frac{AB}{BC}\right)^2 \\ &= \frac{AC^2}{BC^2} - \frac{AB^2}{BC^2} \\ &= \frac{AC^2 - AB^2}{BC^2} \end{aligned}\right\}$$

ీబోనొఎట్ర్లీఖిశి ఖ్గినప్షీషీ దీవిఊఖ్ఖ్ఖౌ $AC^2 - AB^2 = BC^2$

$$\therefore\ Co\sec^2\theta - Cot^2\theta = \frac{BC^2}{BC^2} = 1$$

8.



$$\frac{SinA}{1+CosA} + \frac{1+CosA}{SinA} = \frac{Sin^2A + (1+CosA)^2}{(1+CosA)(SinA)}$$

$$\left.\begin{aligned} &= \frac{Sin^2A + 1 + Cos^2A + 2CosA}{(1+CosA)(SinA)} \\ &= \frac{Sin^2A + Cos^2A + 1 + 2CosA}{(1+CosA)SinA} \end{aligned}\right\}$$

$$= \frac{1+1+2CosA}{(1+CosA)SinA}$$

$$= \frac{2(1+CosA)}{(1+CosA)SinA}$$

$$= \frac{2}{SinA}$$

$$= 2Co\sec A$$

9. $(SecA - TanA)^2 = \left(\frac{1}{CosA} - \frac{SinA}{CosA}\right)^2$

$= \left(\frac{1 - SinA}{CosA}\right)^2$

$= \frac{(1 - SinA)^2}{Cos^2 A}$

$= \frac{(1 - SinA)(1 - SinA)}{(1 - Sin^2 A)}$

$= \frac{(1 - SinA)(1 - SinA)}{(1 + SinA)(1 - SinA)} = \frac{1 - SinA}{1 + SinA}$

10. $Cos^4 A - Sin^4 A = (Cos^2 A)^2 - (Sin^2 A)^2$

$= (Cos^2 A + Sin^2 A)(Cos^2 A - Sin^2 A)$

$= 1(Cos^2 A - Sin^2 A)$

$= Cos^2 A - Sin^2 A$

$= 1 - Sin^2 A - Sin^2 A$

$= 1 - 2Sin^2 A$

11. $\frac{Tan\theta + Sec\theta - 1}{Tan\theta - Sec\theta + 1} = \frac{Tan\theta + Sec\theta - (Sec^2 - Tan^2\theta)}{Tan\theta - Sec\theta + 1}$

$= \frac{Tan\theta + Sec\theta\{(Sec\theta + Tan\theta)(Sec\theta - Tan\theta)\}}{Tan\theta - Sec\theta + 1}$

$= \frac{(Tan\theta + Sec\theta)\{1 - (Sec\theta - Tan\theta)\}}{Tan\theta - Sec\theta + 1}$
$= \frac{Tan\theta + Sec\theta(1 - Sec\theta + Tan\theta)}{Tan\theta - Sec\theta + 1}$

$= Tan\theta + Sec\theta$

$= \frac{Sin\theta}{Cos\theta} + \frac{1}{Cos\theta}$

$= \frac{1 + Sin\theta}{Cos\theta}$

12. $\frac{SinA}{1 + CosA} + \frac{SinA}{1 - CosA} = \frac{SinA(1 - CosA) + SinA(1 + CosA)}{(1 + CosA)(1 - CosA)}$

$= \frac{SinA - SinA\ CosA + SinA + SinA\ \ CosA}{(1 - Cos^2 A)}$

$= \frac{2SinA}{Sin^2 A}$
$= \frac{2}{SinA}$

$= 2Co\sec A$

13. $\sqrt{\frac{SecA-TanA}{SecA+TanA}} = \sqrt{\frac{SecA-TanA}{SecA+TanA}} \times \frac{\sqrt{SecA+TanA}}{\sqrt{SecA+TanA}}$

$$= \frac{\left(\sqrt{SecA-TanA}\right)\left(\sqrt{SecA+TanA}\right)}{\left(\sqrt{SecA+TanA}\right)^2}$$

$$= \frac{\sqrt{Sec^2A-Tan^2A}}{SecA+TanA}$$

$$= \frac{\sqrt{1}}{SecA+TanA}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{CosA}+\frac{SinA}{CosA}}$$

$$= \frac{CosA}{1+SinA}$$

14. $Cos^4\theta + Sin^4\theta - 2Sin^2\theta Cos^2\theta = (Cos^2\theta)^2 + (Sin^2\theta)^2 - 2Sin^2\theta.Cos^2\theta$

$$= (Cos^2\theta - Sin^2\theta)^2$$

$$= \left\{Cos^2\theta - (1-Cos^2\theta)\right\}^2$$

$$= \left(Cos^2\theta - 1 + Cos^2\theta\right)^2$$

$$= \left(2Cos^2\theta - 1\right)^2$$

15. $\frac{SinA-SinB}{CosA+CosB} + \frac{CosA-CosB}{SinA+SinB}$

$$= \frac{(SinA-SinB)(SinA+SinB)+(CosA-CosB)(CosA+CosB)}{(CosA+CosB)(SinA+SinB)}$$

$$= \frac{Sin^2A+SinASinB-SinASinB-Sin^2B+Cos^2A+CosACosB-CosACosB-Cos^2B}{(CosA+CosB)(SinA+SinB)}$$

$$= \frac{Sin^2A+Cos^2A-Sin^2B-Cos^2B}{(CosA+CosB)(SinA+SinB)}$$

$$= \frac{Sin^2A+Cos^2A-(Sin^2B+Cos^2B)}{(CosA+CosB)(SinA+SinB)}$$

$$= \frac{1-1}{(CosA+CosB)(SinA+SinB)}$$

$$= \frac{0}{(CosA+CosB)(SinA+SinB)}$$

$$= 0$$

16. $(Co\sec\theta - Sin\theta)(Sec\theta - Cos\theta)(Tan\theta + Cot\theta)$

$$=\left(\frac{1}{Sin\theta} - Sin\theta\right)\left(\frac{1}{Cos\theta} - Cos\theta\right)\left(\frac{Sin\theta}{Cos\theta} + \frac{Cos\theta}{Sin\theta}\right)$$

$$=\left(\frac{1 - Sin^2\theta}{Sin\theta}\right)\left(\frac{1 - Cos^2\theta}{Cos\theta}\right)\left(\frac{Sin^2\theta + Cos^2\theta}{Cos\theta.Sin\theta}\right)$$

$$=\frac{Cos^2\theta}{Sin\theta}.\frac{Sin^2\theta}{Cos\theta}.\frac{\left(Sin^2\theta + Cos^2\theta\right)}{Cos\theta.Sin\theta}$$

$$=\frac{Cos\theta^2.Sin^2\theta}{Sin\theta.Cos\theta}\left(\frac{1}{Sin\theta.Cos\theta}\right)$$

$$=\frac{Cos^2\theta.Sin^2\theta}{Cos^2\theta.Sin^2\theta}$$

$$=1$$

17. $SinA(1+TanA) + CosA(1+CotA)$

$$= SinA\left(1 + \frac{SinA}{CosA}\right) + CosA\left(1 + \frac{CosA}{SinA}\right)$$

$$= SinA\left(\frac{CosA + SinA}{CosA}\right) + CosA\left(\frac{SinA + CosA}{SinA}\right)$$

$$= (CosA + SinA)\left\{\frac{SinA}{CosA} + \frac{CosA}{SinA}\right\}$$

$$= (CosA + SinA)\left(\frac{Sin^2A + Cos^2A}{CosA.SinA}\right)$$

$$= \frac{CosA}{CosASinA} + \frac{SinA}{CosA.SinA}$$

$$= \frac{1}{SinA} + \frac{1}{CosA}$$

$$= Co\sec A + SecA$$

18. $Cot30^o = \sqrt{3}$

$$Sin60^o = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$Co\sec 60^o = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$Tan30^o = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$LHS\ \frac{4}{3}Cot^2 30^o + 3Sin^2 60^o - 2Co\sec^2 60^o - \frac{3}{4}Tan^2 30^o$$

$$= \frac{4}{3}\left(\sqrt{3}\right)^2 + 3\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 - \frac{3}{4}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$$

$$= \frac{4}{3}\times 3 + 3\times\frac{3}{4} - 2\times\frac{4}{3} - \frac{3}{4}\times\frac{1}{3}$$

$$= 4 + \frac{9}{4} - \frac{8}{3} - \frac{1}{4}$$

$$= 4 + \frac{8}{4} - \frac{8}{3}$$

$$= \frac{48 + 24 - 32}{12}$$

$$= \frac{40}{12}$$

$$= \frac{10}{3}$$

$$\therefore \frac{4}{3}Cot^2 30^o + 3Sin^2 60^o - 2Co\sec^2 60^o - \frac{3}{4}Tan^2 30^o = \frac{10}{3}$$

19. $$\frac{CotA + Co\sec A - 1}{CotA - Co\sec A + 1} = \frac{CotA + Co\sec A - (Co\sec^2 A - Cot^2 A)}{CotA - Co\sec A + 1}$$

$$= \frac{CotA + Co\sec A - \{(Co\sec A + CotA)(Co\sec A - CotA\}}{CotA - Co\sec A + 1}$$

$$= \frac{(CotA + Co\sec A) + \{(Co\sec A + CotA)(CotA - Co\sec A)\}}{CotA - Co\sec A + 1}$$

$$= \frac{(CotA + Co\sec A)\{1 + CotA - Co\sec A\}}{(CotA - Co\sec A + 1)}$$

$$= CotA + Co\sec A$$

$$= \frac{CosA}{SinA} + \frac{1}{SinA}$$

$$= \frac{1 + CosA}{SinA}$$

20. $$\frac{Tan\theta + Sin\theta}{Tan\theta - Sin\theta} = \frac{\frac{Sin\theta}{Cos\theta} + Sin\theta}{\frac{Sin\theta}{Cos\theta} - Sin\theta}$$

$$= \frac{Sin\theta + Cos\theta Sin\theta}{Sin\theta - Cos\theta Sin\theta}$$

$$= \frac{Sin\theta(1 + Cos\theta)}{Sin\theta(1 - Cos\theta)}$$

$$= \frac{1 + Cos\theta}{1 - Cos\theta}$$

$$= \frac{1+\frac{1}{Sec\theta}}{1-\frac{1}{Sec\theta}}$$

$$= \frac{Sec\theta+1}{Sec\theta-1}$$

21. $$\frac{TanA+CotB}{CotA+TanB} = \frac{\frac{SinA}{CosA}+\frac{CosB}{SinB}}{\frac{CosA}{SinA}+\frac{SinB}{CosB}}$$

$$= \frac{\frac{SinASinB+CosACosB}{CosASinB}}{\frac{CosACosB+SinASinB}{SinACosB}}$$

$$= \frac{SinA\ CosB}{CosA\ SinB}$$

$$= \frac{SinA}{CosA}.\frac{CosB}{SinB}$$

$$= TanA.CotB$$

22. $$\sqrt{\frac{Co\sec x+1}{Co\sec x-1}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{Sinx}+1}{\frac{1}{Sinx}-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{1+Sinx}{1-Sinx}}$$

$$= \sqrt{\frac{1+Sinx}{1-Sinx}} \times \sqrt{\frac{1-Sinx}{1-Sinx}}$$

$$= \frac{\sqrt{(1+Sinx)(1-Sinx)}}{\sqrt{(1-Sinx)(1-Sinx)}}$$

$$= \frac{\sqrt{1-Sin^2x}}{\sqrt{(1-Sinx)^2}}$$

$$= \frac{\sqrt{Cos^2x}}{1-Sinx}$$

$$= \frac{Cosx}{1-Sinx}$$

24. $Cos^6\theta + Sin^6\theta = \left(Cos^2\theta\right)^3 + (Sin^2\theta)^3$

$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$

$= (Cos^2\theta + Sin^2\theta)^3 - 3Cos^2\theta.Sin^2\theta(Cos^2\theta + Sin^2\theta)$

$= (1)^3 - 3Cos^2\theta.Sin^2\theta(1)$

$= 1 - 3Cos^2\theta.Sin^2\theta$

25. $\frac{1+Sin\theta}{Cos\theta} + \frac{Cos\theta}{1+Sin\theta} = \frac{(1+Sin\theta)^2 + Cos^2\theta}{Cos\theta(1+Sin\theta)}$

$= \frac{1 + Sin^2\theta + 2Sin\theta + Cos^2\theta}{Cos\theta(1 + Sin\theta)}$

$= \frac{1 + Sin^2\theta + Cos^2\theta + 2Sin\theta}{Cos\theta(1 + Sin\theta)}$

$= \frac{1+1+2Sin\theta}{Cos\theta(1+Sin\theta)} = \frac{2+2Sin\theta}{Cos\theta(1+Sin\theta)}$

$= \frac{2(1 + Sin\,\theta)}{Cos\,\theta(1 + Sin\,\theta)} = 2\,Sec\,\theta$

26. $Co\sec^3 30^o \times Cos60^o \times Tan^3 45^o \times Sin^2 90^o \times Sec^2 45^o \times Cot30^o$

$= (2)^3 \times \frac{1}{2}(1)^3 \times (1)^2 \times \left(\sqrt{2}\right)^2 \times \left(\sqrt{3}\right)$

$= 8 \times \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times 2 \times \sqrt{3}$

$= 8\sqrt{3}$

27. $\frac{5Sin^2 30^o + Cos^2 45^o - 4Tan^2 30^o}{2Sin30^o Cos30^o + Tan45^o} = \frac{5\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 - 4\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}{2.\frac{1}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2} + 1}$

$= \frac{5\left(\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2} - \frac{4}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2} + 1}$

$= \frac{\frac{5}{4} + \frac{1}{2} - \frac{4}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2} + 1}$

$$= \frac{15+6-16}{\frac{12}{\frac{\sqrt{3}+2}{2}}}$$

$$= \frac{5}{12} \times \frac{2}{\sqrt{3}+2}$$

$$= \frac{5}{6\left(\sqrt{3}+2\right)} = \frac{5}{6\left(2+\sqrt{3}\right)}$$

అకరణీయం చేయగా ....

$$= \frac{5}{6\left(2+\sqrt{3}\right)} \times \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \frac{5\left(2-\sqrt{3}\right)}{6\left(2^2-\left(\sqrt{3}\right)^2\right)}$$

$$= \frac{5}{6}(2-\sqrt{3})$$

28. $Cos2A = 2Cos^2A - 1$

$2A = 60^o$ ప్రతిక్షేపించగా

$$\left.\begin{aligned} LHS Cos60^o &= \frac{1}{2} \\ 2Cos^2A - 1 &= \frac{1}{2} \end{aligned}\right\}$$

$$2Cos^2A = \frac{1}{2} + 1$$

$$2Cos^2A = \frac{3}{2}$$

$$Cos^2A = \frac{3}{4}$$

$$2A = 60^o \Rightarrow A = 30^o$$

$$Cos^2 30^o = \frac{3}{4}$$

$$\therefore Cos^2 30^o = \sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$Cos\ 30^o = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$Sin30^o = \sqrt{1 - Cos^2 30^o}$$

$$Sin30^o = \sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{1-\frac{3}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$\therefore Sin30^o = \frac{1}{2}$$

29. $$\frac{Cos\left(90^o-\theta\right)}{1+Sin(90^o-\theta)} + \frac{1+Sin(90^o-\theta)}{Cos\left(90^o-\theta\right)}$$

$$= \frac{Sin\theta}{1+Cos\theta} + \frac{1+Cos\theta}{Sin\theta}$$

$$= \frac{Sin^2\theta+(1+Cos\theta)^2}{Sin\theta(1+Cos\theta)}$$

$$= \frac{Sin^2\theta+1+Cos^2\theta+2Cos\theta}{Sin\theta(1+Cos\theta)}$$

$$= \frac{Sin^2\theta+Cos^2\theta+1+2Cos\theta}{Sin\theta(1+Cos\theta)}$$

$$= \frac{1+1+2Cos\theta}{Sin\theta(1+Cos\theta)}$$

$$= \frac{2+2Cos\theta}{Sin\theta(1+Cos\theta)}$$

$$= \frac{2(1+Cos\theta)}{Sin\theta(1+Cos\theta)}$$

$$= \frac{2}{Sin\theta} = \frac{2}{Sin\theta} = 2Co\sec\theta$$

30. $LHS\ Sin(90^o-\theta).Cos(90^o-\theta)=Cos\theta.Sin\theta$

$$RHS\ \frac{Tan(90^o-\theta)}{1+Tan^2(90^o-\theta)}=\frac{Cot\theta}{1+Cot^2\theta}$$

$$=\frac{Cot\theta}{Co\sec^2\theta}$$

$$=\frac{\frac{Cos\theta}{Sin\theta}}{\frac{1}{Sin^2\theta}}$$

$$=\frac{Cos\theta}{Sin\theta}\times\frac{Sin^2\theta}{1}$$

$$=Cos\,\theta.Sin\,\theta$$

$$\therefore L.H.S.=R.H.S.$$

31.

AB స్తంభమనియు C,D లు పరీక్షకుని స్థానములనియు (C,D 192 అగునట్లుగా) అనుకొనుము

ఇంకను $AB=h$ మరియు $BC=x$ మీ. అనుకొనుము

$Tan\theta=\frac{5}{12}$ మరియు $TanC=\frac{3}{4}$ ఇవ్వబడినది.

ABC లంబకోణ త్రిభుజంలో $TanC=\frac{h}{x}$

$$\frac{3}{4}=\frac{h}{x}$$

$$x=\frac{4h}{3}$$

ABD లంబకోణ త్రిభుజంలో $TanC = \frac{h}{192+x}$

$$\frac{5}{12} = \frac{h}{192+\left(\frac{4}{3}\right)h}$$

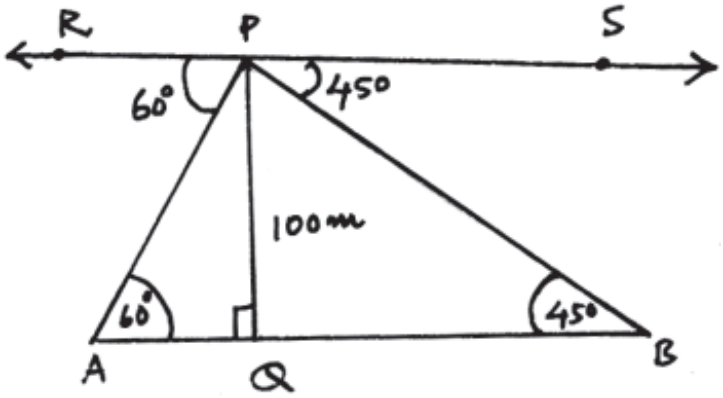
$$= \frac{3h}{576+4h}$$

$$\Rightarrow 36h = 2880 + 20h$$

$$16h = 2880 \Rightarrow h = 180$$

అందుచేత స్తంభము యొక్క ఎత్తు : 180 మీ.

32.



100 మీ. ఎత్తైన స్తంభమును PQ అనుకొనుము. A మరియు B రెండు కార్ల స్థానములనుకొనుము. కారు యొక్క నిమ్న కోణము 60° మరియు B ది 45° అనుకొనుము.

ఇప్పుడు $\angle RPA = \angle PAB = 60^o$

మరియు $\angle SPB = \angle PBQ = 45^o$

లంబకోణ ΔPQB లో $Tan45^o = \frac{PQ}{QB} = \frac{100}{QB}$

$$1 = \frac{100}{QB} \Rightarrow QB = 100$$

లంబకోణ ΔPQA లో $Tan60^o = \frac{PQ}{QA} = \frac{100}{QA}$

$$\sqrt{3} = \frac{100}{QA} \Rightarrow QA = \frac{100}{\sqrt{3}}$$

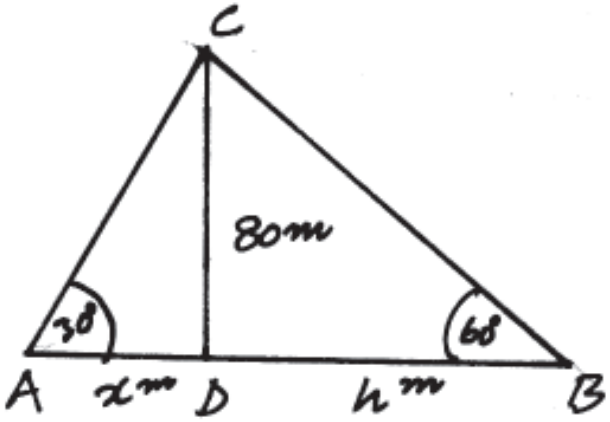
$$QA = \frac{100\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{100}{\sqrt{3}} \times 1.732 = 57.74$$

$\therefore$ రెండు కార్ల మధ్యన గల దూరము $= AQ + QB$

$$= 100 + 57.74$$

$$= 157.74 \text{ మీ.}$$

33.



CD అనునది గుట్ట 80 మీ.

AB వారిద్దరి మధ్య దూరము $AD + DB$

$$= x + h$$

లంబకోణ త్రిభుజము BCD లో $Tan60^o = \frac{CD}{DB} = \frac{80}{h}$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{80}{h}$$

$$h = \frac{80}{\sqrt{3}}$$

లంబకోణ త్రిభుజము ACD లో

$$Tan30^o = \frac{CD}{AD}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{80}{x}$$

$$x = 80\sqrt{3}$$

$\therefore$ వారిద్దరి మధ్యదూరము $= \frac{80}{\sqrt{3}} + 80\sqrt{3}$

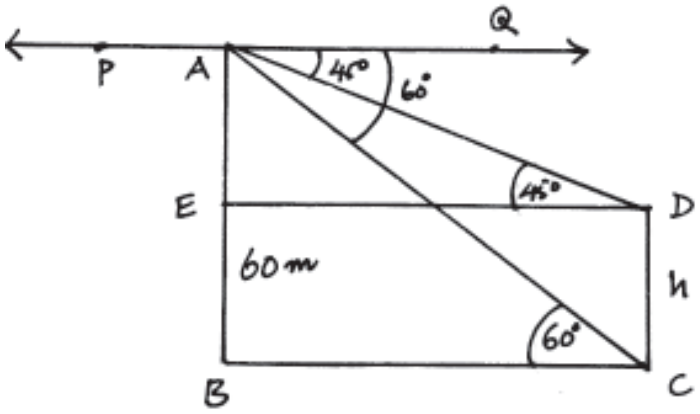
$$= \frac{80 + 80\left(\sqrt{3}\right)^2}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{320}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{320 \times \sqrt{3}}{3}$$

$$= 184.75\, mtrs.$$

34.



AB కట్టడము ఎత్తు = 60 మీ.

CD స్తంభము యొక్క ఎత్తు = h మీ. అనుకొనుము.

స్తంభము నుండి కట్టడము వరకు గల దూరము x మీ. అనుకొనుము.

$\angle QAD = \angle ADE = 45^o$

$\angle QAC = \angle ACB = 60^o$

లంబకోణ త్రిభుజము AED లో $Tan45^o = \frac{AE}{ED}$

$$1 = \frac{AE}{ED}$$

$$\Rightarrow AE = ED$$

లంబకోణ త్రిభుజము ABC లో $Tan60^o = \frac{AB}{BC}$

$$\sqrt{3} = \frac{60}{BC}$$

$$BC = \frac{60}{\sqrt{3}}$$

$$BC = \frac{60\sqrt{3}}{3}$$

$$BC = 20 \times 1.732$$

$$BC = 34.64m$$

$BC = ED$ కావున $AE = 34.64m$

$\therefore\ CD = AB - AE$

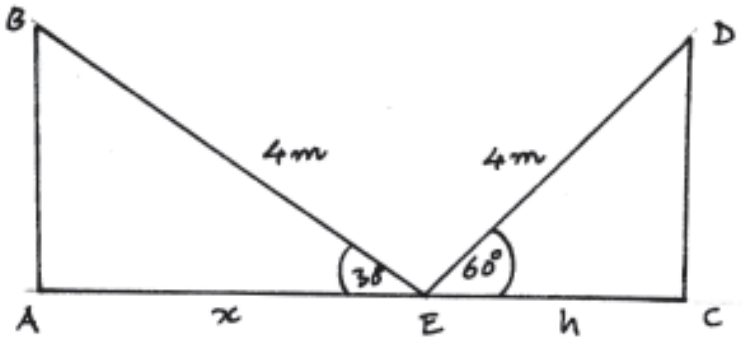
$= 100 - 34.64$

$= 65.36m$

$\therefore$ స్తంభము ఎత్తు = 65.36 మీ.

స్తంభము నుండి కట్టడానికి గల దూరము = 34.64 మీ.

35.



మొదటి కిటికి AB

రెండవ కిటికి CD

నిచ్చెన పొడవు $BE = ED = 4m$

$AE = x$ మీ. అనుకొనుము.

$EC = h$ మీ. అనుకొనుము.

$\therefore$ రెండు కిటికీల మధ్య దూరము $AC = AE + EC$

$$AC = x + h$$

లంబకోణ త్రిభుజము ABE లో $Cos30^o = \frac{AE}{EB}$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{4\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow x = 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow x = 2 \times 1.732$$

$$\Rightarrow 3.464m$$

లంబకోణ త్రిభుజము ECDలో $Cos60^o = \frac{EC}{ED}$

$$\frac{1}{2} = \frac{h}{4}$$

$$\Rightarrow h = 2m$$

$\therefore$ రెండు కిటికీల మధ్య దూరము = 3.464 + 2

= 5.464 మీ.

బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు

1. $Sin45^o =$ _____ ( )

   a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ b) $\sqrt{2}$ c) 1 d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. $Tan30^o =$ _____ ( )

   a) 2 b) $\frac{1}{2}$ c) 1 d) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

3. $Sin^2\theta + Cos^2\theta =$ _____ ( )

   a) 0 b) 1 c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

4. $Tan(90^o - \theta) =$ _____ ( )

   a) $Tan\theta$ b) $Cot\theta$ c) $Sin\theta$ d) $Sec\theta$

5. $\frac{2Tan\theta}{1-Tan^2\theta} =$ _____ ( )

   a) $Sin2\theta$ b) $Tan2\theta$ c) $Cot2\theta$ d) $Cos2\theta$

6. $Sin(A+B) = \sin A.CosB +$ _____ ( )

   a) $CosBSinA$ b) $CosASinB$ c) $CosBCosA$ d) $SinASinB$

7. $Sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ అయినచో $Cos\theta$ విలువ ..... ( )

   a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ d) 1

8. ఎదుటి భుజము / కర్ణము = ... ( )

   a) $Sin\theta$ b) $Cos\theta$ c) $Tan\theta$ d) $Sec\theta$

9. $1 - Sin^2\theta =$ _____ ( )

   a) $Sin^2\theta$ b) $Cos^2\theta$ c) $Tan^2\theta$ d) $Co\sec^2\theta$

10. $\frac{Sin\theta}{Cos\theta} =$ _____ ( )

a) $Cot\theta$ b) $Tan\theta$ c) $Cos\theta$ d) $Co\sec\theta$

11. $\frac{1}{Sin\theta} =$ _____ ( )

a) $Tan\theta$ b) $Cos\theta$ c) $Co\sec\theta$ d) $Sec\theta$

12. $Co\sec 0^o =$ _____ ( )

a) 1 b) అనిర్వచితము c) 0 d) 2

13. $Cot(90^o - \theta) =$ _____ ( )

a) $Tan\theta$ b) $Sec\theta$ c) $\frac{1}{Sin\theta}$ d) $Cos\theta$

14. $Tan60^o =$ _____ ( )

a) $\sqrt{3}$ b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ c) 2 d) 1

15. $A = 30^o$ అయితే $Sin3A =$ _____ ( )

a) 1 b) 0 c) 2 d) $\frac{1}{2}$

16. $3SinA - 4Sin^3A =$ _____ ( )

a) $Cos3A$ b) $Sin3A$ c) $Tan3A$ d) $Sec3A$

17. ఎదుటి భుజము = ... ( )
ఆసన్న భుజము

a) $Cot\theta$ b) $Tan\theta$ c) $Sin\theta$ d) $Sec\theta$

18. $\frac{Cos\theta}{Sin\theta} =$ _____ ( )

a) $Cot\theta$ b) $Tan\theta$ c) $Sec\theta$ d) $Sin\theta$

19. $\theta = 30^o$ అయితే $Tan2\theta =$ _____ ( )

a) 1 b) 0 c) అనిర్వచితము d) $\sqrt{3}$ ( )

20. లంబకోణముకు _____. డిగ్రీలు ( )

a) 90^0 b) 180^0 c) 45^0 d) 360^0

21. $CosACosB - SinASinB =$ _____ ( )

a) $Cos(A+B)$ b) $Sin(A+B)$ c) $Cos(A-B)$ d) $Sin(A-B)$

22. $2SinACosA =$_____ ( )

a) $Sin2A$ b) $Cos2A$ c) $Tan2A$ d) $Cosec\ 2A$

23. $Co\sec^2\theta - Cot^2\theta =$ _____ ( )

a) 0 b) 1 c) $\frac{1}{2}$ d) 2

24. భుజములు గల త్రిభుజంలో $Sin\theta =$ _____ ( )

a) $\frac{5}{13}$ b) $\frac{12}{13}$ c) $\frac{5}{12}$ d) $\frac{13}{12}$

25. $\frac{TanA - TanB}{1 + TanATanB} =$ _____ ( )

a) $Cot(A+B)$ b) $Tan(A-B)$ c) $Sin(A+B)$ d) $Cos(A-B)$

26. $Cot\theta =$ _____ ( )

a) ఎదుటి భుజము / ఆసన్న భుజము b) ఎదుటి భుజము / కర్ణము c) ఆసన్న భుజము / కర్ణము d) ఆసన్న భుజము / ఎదుటి భుజము

27. $1 + Cot^2\theta =$ _____ ( )

a) $Co\sec^2\theta$ b) $Cot^2\theta$ c) $Tan^2\theta$ d) $Sec^2\theta$

28. ఒక ఓడ తెరచాప స్థంభము $h = 150mts$ దాని పైనుండి చూసినపుడు నిమ్నకోణం 45^0 నావకు గల దూరము = ...?

a) 0 b) 150 mts. c) 105 mts. 1 mt.

జతపరచండి.

1.	$Sin30^o$	[ ]	A. $\frac{1}{2}$
2.	$Cos45^o$	[ ]	B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$
3.	$Sec60^o$	[ ]	C. 2
4.	$Sin(90-\theta)$	[ ]	D. $Cos\theta$
5.	$Cos(90-\theta)$	[ ]	E. $Sin\theta$
6.	$Tan(90-\theta)$	[ ]	F. $Cot\theta$
7.	$SinACosB+CosASinB$	[ ]	G. $Sin(A-B)$
8.	$SinACosB-CosASinB$	[ ]	H. $Sin(A+B)$
9.	$CosACosB-SinASinB$	[ ]	I. $Cos(A+B)$
10.	$\theta = 30^0$ అయితే $\sin = 20^0$	[ ]	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
11.	$\sec^2\theta - \tan^2\theta$	[ ]	1
12.	$\operatorname{cosec}\theta = \frac{2}{\sqrt{3}}$ అయిన $\sin^2\theta$	[ ]	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
13.	$\sec^2 45^0 - \tan^2 45^0$	[ ]	1
14.	$\operatorname{cosec} 30^0$	[ ]	2
15.	$\sin 60^0$	[ ]	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
16.	$\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ & $\cos\theta = \frac{1}{2}$ అయిన $\sec\theta$	[ ]	2
17.	$\operatorname{cosec} 90^0$	[ ]	1
18.	$\operatorname{cosec} A = 2$ అయిన $\sin A$	[ ]	$\frac{1}{2}$

19. $\frac{1}{\cos\theta}$ [ ] $\sec\theta$

20. $\text{cosec}^2 45^0$ [ ] 2

21. $\tan 60^0 . \text{cosec}^2 45^0$ [ ] 6

22. $\sin^2\theta + \cos^2\theta$ [ ] 1

23. $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ & $\sin\theta = \frac{1}{2}$ అయిన $\tan\theta$ [ ] $\frac{1}{\sqrt{3}}$

24. $\tan^2 60^0 - \sin^2 30^0$ [ ] $\frac{11}{4}$

25. $\sin 0^0$ [ ] 0

26. $\cos 0^0$ [ ] 1

27. $\sin 45^0$ [ ] $\frac{1}{\sqrt{2}}$

28. $1 - \sec^2\theta$ [ ] $\tan^2\theta$

29. $\sin\theta = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos\theta$ [ ] $\frac{4}{5}$

30. $\cos^2 0^0 + \sin^2 0^0$ [ ] 1

31. $\sin^2 90^0 + \cos^2 90^0$ [ ] 1

32. $\sin 30^0 + \cos 60^0$ [ ] 1

33. $\cos A \cos B + \sin A \sin B$ [ ] $\cos(A - B)$

34. $\frac{1}{\cos^2\theta}$ [ ] $\sec^2\theta$

35. $\frac{1}{\sin^2\theta}$ [ ] $\text{cosec}^2\theta$

36. $\tan 0^0$ [ ] 0

6 యూనిట్

సాంఖ్యక శాస్త్రము

లక్ష్యాలు :

* ప్రాథమిక, ద్వితీయ దత్తాంశాల భేదమును తెలిసికొనును.
* అవర్గీకృత దత్తాంశాల మరియు వర్గీకృత దత్తాంశాలు – వీని మధ్యగల భేదమును వివరించగలుగును.
* పౌనఃపున్య పట్టికలను తయారు చేయగలుగును.
* తరగతి సంఖ్య, తరగతి అంతరం, తరగతి అవధులు మరియు నిజమైన తరగతి హద్దులను వర్గీకృత దత్తాంశాల విషయంలో నిర్వచించగలుగును.
* ఇచ్చిన దత్తాంశమునకు కమ్మీ చిత్రాలను గీయగలుగును.
* ఇచ్చిన దత్తాంశమునకు సోపాన, పౌనఃపున్య బహుభుజిలను గీయగలుగును మరియు అన్వయించగలుగును.
* దైనందిన జీవితానికి సంబంధించిన సమాచారాని సేకరించగలుగును.
* ముడి అవర్గీకృత దత్తాంశము, మరియు వర్గీకృత దత్తాంశములకు అంకగణిత సగటు, సాధారణ మరియు విచలన పద్ధతుల ద్వారా సగటును తెలిసికొనును.
* ప్రయోగము, పరిణామము, సంఘటనను నిర్వచించగలుగును.
* ఒక సంఘటనను సంభవించుటకు గల సంభావనను నిర్వచించగలుగును.
* నాణెమును ఎగురవేయుట, పాచిక వేయుట మరియు బాగుగ కలిపిన పేక ముక్కల నుండి ఒక ముక్కను దీనికి సంబంధించిన సమస్యలను సాధించగలుగును.

ముఖ్యాంశాలు :

* దత్తాంశాల సేకరణ, వర్గీకరణ మరియు వాని అన్వయములకు సంబంధించిన గణిత శాస్త్రపు శాఖను సాంఖ్యక శాస్త్రమంటారు.
* సంబంధిత వ్యక్తుల నుండి 'యధాతధంగా' సేకరించబడిన దత్తాంశమును ముడి దత్తాంశము అంటారు.
* ఆరోహణ / అవరోహణ క్రమంలో వ్యక్తపరచిన దత్తాంశాన్ని "క్రమబద్ధీకరించిన దత్తాంశము" అంటారు.
* దత్తాంశము యొక్క వ్యాప్తి మరియు తరగతి అంతరము. దీనిని ఆధారంగా చేసికొని తరగతులను నిర్ధారించవలెను.
* ఒక ప్రత్యేక తరగతి యందున్న అంశముల సంఖ్యను దాని యొక్క పౌనఃపున్యం అనియు తరగతులను దాని పౌనఃపున్యాలతో చూపే పట్టికను పౌనఃపున్య పట్టిక అనియు అంటారు.
* తరగతుల యొక్క మధ్య బిందువులను తరగతి సంఖ్యలంటారు.
* ముడి దత్తాంశమునకు సగటు $\bar{x} = \sum_{i=1}^{n} x_i$.
* వర్గీకృత దత్తాంశము యొక్క సగటు క్రింది సూత్రాల ద్వారా వ్యక్తమవుతుంది.

(i) $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_1 \, x_1}{\sum_{i=1}^{k} f_1}$ K అనునది తరగతుల యొక్క సంఖ్య అయితే, X లు తరగతుల మధ్య బిందువులు అయినచో

(ii) $\bar{X} = A + \frac{\sum_{i=1}^{k} f_1 \, d_1}{\sum_{i=1}^{k} f_1} \times C$ ఇక్కడ A = ఊహించబడిన సగటు

$d_i = (x_1 - A)/C$ మరియు C = అంతరము

* ఒక సంఘటనను నిశ్చయము చేసే పరిణామాలను సానుకూల సందర్భాలు అంటారు.
* ఒక సంఘటన జరుగుటకు సంభావన = $\frac{\text{సంఘటనకు సానుకూలమైన పరిణామల సంఖ్య}}{\text{మొత్తం సాధ్యమైన పరిణామాల సంఖ్య}}$

3 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. ఒక తరగతి పరీక్షలో 20 మంది విద్యార్థులకు లభించిన మార్కులు క్రింద ఇవ్వబడినవి.

   10,15, 9,16, 25, 30,14, 8, 29, 15

   4, 7, 12, 13, 14, 18, 19, 16, 7, 29

   తరగతి అంతరం 4 ఉండేటట్లుగా (4 – 8, 8 – 12.....)

   ఒక పౌనఃపున్య విభాజన పట్టికను తయారుచేయుము.

2. కొన్ని తరగతి సంఖ్యలు మరియు వాని అనురూప పౌనఃపున్యాలు క్రింద ఇవ్వబడినవి.

తరగతి సంఖ్య:	23	28	33	38	43	48	53	58
పౌనఃపున్యం :	1	2	5	8	14	6	3	1

పై దత్తాంశం నుండి ఒక సంచిత పౌనఃపున్య పట్టికను తయారు చేయుము.

3. దత్తాంశమును చిత్రరూపంలో ప్రదర్శించుటకు గల రకాలలో ప్రధానమైనవానిని తెలపండి.

దత్తాంశమును చిత్ర రూప ప్రదర్శన చేయగల విధానాలను పేర్కొనుము.

4. ఒక టౌనులో క్రింది మాసాలలో అత్యధిక ఉష్ణోగ్రతలు చూపబడినవి. చిత్రరూపంలో ప్రదర్శించుము.

నెలలు	మార్చి	ఏప్రిల్	మే	జూన్	జులై	ఆగస్టు	సెప్టెంబర్	అక్టోబరు
అత్యధిక ఉష్ణోగ్రత ^{0}Cలలో	35	38	38	42	45	40	38	35

5. మొదటి 10 సహజ సంఖ్యల యొక్క సగటును కనుగొనుము.

6. మొదటి 5 ప్రధానాంకాల సగటు ఎంత ?

7. వర్గీకృత దత్తాంశానికి సగటును విచలనాల పద్ధతి ద్వారా కనుగొనుటకు సూత్రము వ్రాసి, వివరించండి.

8. 5 సంఖ్య యొక్క మొదటి 6 గుణకముల సరాసరి కనుగొనుము.

9. క్రింది దత్తాంశము యొక్క సగటును కనుగొనుము.

x :	7	9	12	15
f :	3	4	5	8

10. 18,80, 42, 28, 15, 72, 69, 52, 46 ల మధ్యగతమును కనుగొనుము.

11. బహుళకమును నిర్వచించి, ఉదాహరణతో వివరించండి.

12. ఒక సంఘటన జరుగుటకు గల సంభావనను నిర్వచించి, ఒక నాణేమును ఎగుర వేసినపుడు బొమ్మపడే సంభావనను వివరించండి.

13. ఒక పాచిక ఒకసారి విసరబడినది. క్రింది సంఘటన యొక్క సంభావన ఎంత?

(i) 3 అగుటకు (ii) సరి సంఖ్య అగుటకు

14. ఒక పాచికను విసిరినపుడు క్రింది సంఘటనల యొక్క సంభావనలను తెలుపుము.

(i) 4 అగుటకు (ii) 2 కన్నా అధికమగుటకు

15. ఒక క్రికెట్ టీములోని 11 మంది ఆటగాళ్ల ద్వారా చేయబడిన పరుగుల సంఖ్యలు :

16,24, 43,13, 50, 30, 22, 51,0,27 మరియు 54. సగటు పరుగులు కనుగొనుము.

16. క్రింది వాటిని నిర్వచించుము.

(i) పౌనఃపున్యాలు (ii) తరగతిఅంతరం (iii) తరగతి సంఖ్య

17. క్రింది దత్తాంశమును ప్రకటించే ఒక సోపాన పటమును గీయుము.

తరగతి	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
పౌనఃపున్యం	4	6	12	10	8

18. లీపు సం।రము కాని సంవత్సరములో 53 ఆదివారాలు ఉండే సంభావన ఏమిటి?

19. క్రింది వాని శ్యాంపుల్ చోటులను వ్రాయుము.

(i) ఒక నాణెమును ఎగురవేసినపుడు

(ii) ఒక పాచికను విసిరినపుడు

(iii) ఒక చెంబులోని 4 ఎర్రని మరియు 3 నల్లని బంతుల నుండి ఒక ఎర్రని బంతిని తీసుకొనుటకు

20. 8,12, x, 14, 18 ల సగటు 12 అయినచో x ఎంత?

21. 50 కన్నా తక్కువైనట్టి 7 సంఖ్య యొక్క గుణిజాల సరాసరిని కనుగొనుము.

22. ఒక నిర్ధారిత పరిమాణం గల వాయువు వత్తిడికి, ఘనపరిమాణమునకు సంబంధించినట్టిది క్రింది దత్తాంశము.

వత్తిడి (P) న్యూటన్లలో	60	90	45	30	75
ఘనపరిమాణము(V) సెం.మీ లలో	90	60	120	180	72

పై దత్తాంశాన్ని పరిశీలించి ఖాళీలను పూరింపుము.

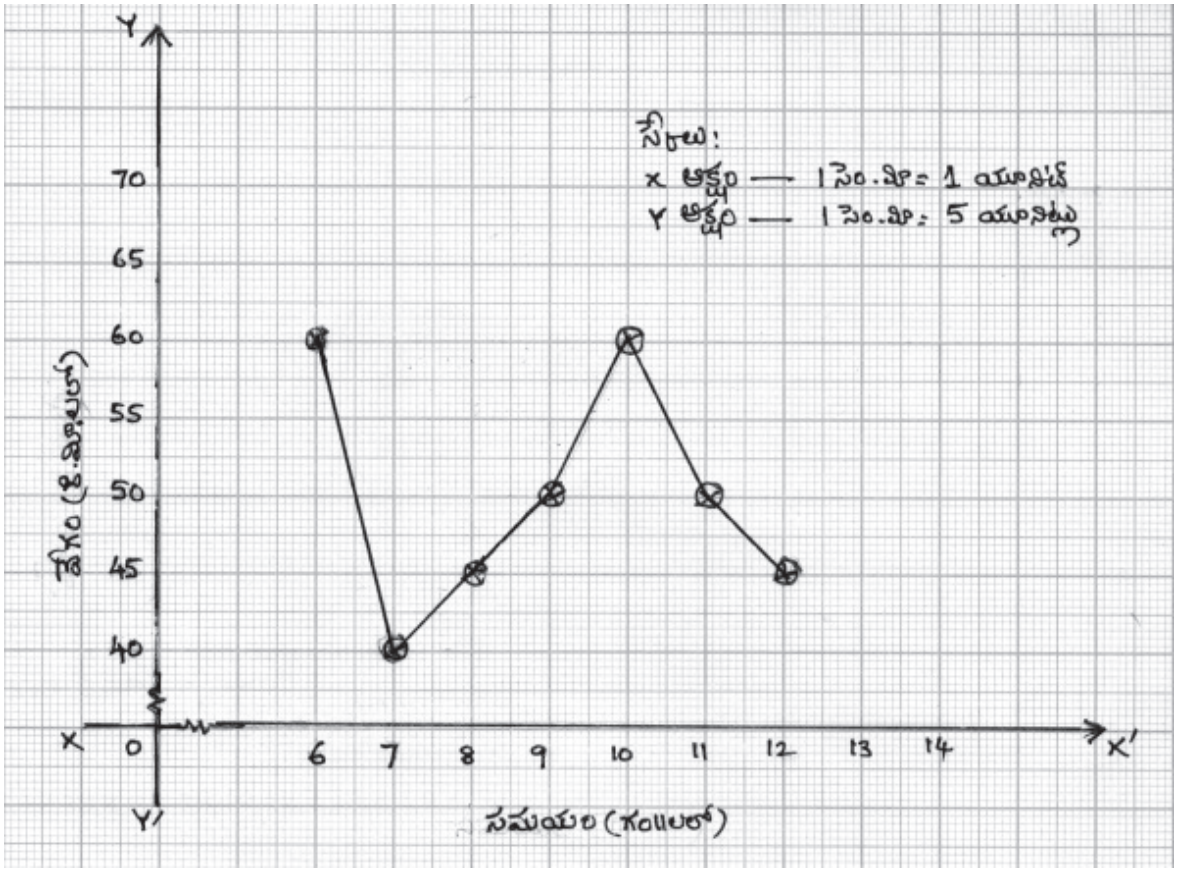
(i) ఘనపరిమాణము పెరిగినట్లయితే అనురూప వత్తిడి ....

(ii) వత్తిడి తగ్గినట్లయితే ఘనపరిమాణము .....

(iii) వత్తిడి – ఘనపరిమాణము ..... లో ఉంటాయి.

23. ముడి దత్తాంశము నుండి సగటును కనుగొనుటకు గల సోపానాలు వివరించండి.

24. ఒక కారు యొక్క వేగం – సమయం గ్రాపు యివ్వబడినది. పరిశీలించి కారు యొక్క సగటు వేగం కనుగొనుము.



25. వ్యాప్తి అని నిర్వచించి, క్రింది ముడి దత్తాంశము యొక్క వ్యాప్తిని కనుగొనండి.

7,13,5,3,4,12,13,4,3,4,18,19,12,4,13,8,4,9,8, 24.

26. క్రింద చూపిన దత్తాంశమును వర్గీకృత దత్తాంశముగా చూపుము.

24, 15, 32, 34, 56, 21, 26, 43, 51, 36

27. క్రింది పౌనఃపట్టికను పరిశీలించి, ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి.

మార్కులు	5–7	8–10	11–13	14–15	17–19	20–22	23–25
విద్యార్థులసంఖ్య	1	3	2	4	3	3	4

(i) 23 మరియు 25 ల మధ్య మార్కులు పొందిన విద్యార్థులు ఎందరు?

(ii) 5 కంటే తక్కువ మార్కులు పొందిన విద్యార్థులు ఎందరు?

(iii) మొత్తం విద్యార్థులు ఎందరు?

28. సోపాన చిత్రాన్ని నిర్మించు విధానంలో గల సోపానాలను వివరించండి.

29. మధ్యగతం యొక్క ధర్మాలలో ఏవేని మూడింటిని(3) వ్రాయుము.

30. 15,30,25,20, P, 40 మధ్యగతం 25 అయిన P ఎంత?

31. 9వ తరగతిలో 20 మంది విద్యార్థులకు వార్షిక పరీక్ష నందు గణితంలో వచ్చిన మార్కులు యివ్వబడినవి. తరగతి అంతరం 10 ఉండేలా పౌనఃపున్యపట్టికను తయారు చేయండి.

42, 84, 67, 55, 20, 82, 26, 72, 39, 47, 31, 46, 53, 65, 35, 53, 44, 32, 29, 76

32. క్రింది పౌనఃపున్య పట్టిక నుండి సంచిత పౌనఃపున్య పట్టికను తయారు చేయుము.

తరగతి సంఖ్య	6	10	14	18	22	26	30
పౌనఃపున్యం	3	3	6	4	0	1	3

33. క్రింది దత్తాంశమును కమ్మీ చిత్రముగా చూపుము.

తరగతి	V I	V II	V III	I X	X
విద్యార్థులు	30	40	35	25	20

34. మొదటి 10 బేసి సహజ సంఖ్యల సగటును కనుగొనుము.

35. మొదటి 10 సరి సహజ సంఖ్యల సగటును కనుగొనుము.

36. 2,9,19,12, x, 9 ల సగటు 11 అయిన ' x ' ఎంత?

37. 5,2,19,15,13, x,11, ల సగటు 12 అయిన ' x ' ఎంత?

38. ఒక పేకముక్కల కట్టలో నుంచి ఒక ముక్కను తీసినచో క్రింది సంఘటన జరుగు సంభావన ఏమి?

(i) నల్లని ముక్క (ii) ఎర్రని రాజు బొమ్మ (iii) ఒక రాణి బొమ్మ

39. ఒక పాచికని ఒకసారి విసిరినపుడు క్రింది సంఘటనల యొక్క సంభావనలను తెలుపుము.

(i) 2 అగుటకు

(ii) సరి సంఖ్య అగుటకు

(iii) 3 గుణిజాలు అగుటకు

40. మొదటి 10 సహజ సంఖ్యల మధ్యగతమును కనుగొనుము.

41. సంచిత పౌనఃపున్య పట్టిక నుండి a,b,c ల విలువలను కనుగొనుము.

తరగతులు	3-6	6-9	9-12	12-15	15-18	18-21	21-24
పౌనఃపున్యం	8	3	b	5	c	2	1
సంచిత పౌనఃపున్యం	8	a	12	17	17	19	20

42. క్రింది వాని సగటును కనుగొనుము.

x_1	5	9	13	17
f_1	2	6	10	2

43. క్రింది వాని సగటును కనుగొనుము.

x_1	20	22	24	26
f_1	4	7	6	3

44. 19, x , 18, 22, 17, 24, 23, 21 ల మధ్యగతం 20.5 అయినచో x ఎంత.

45. కర్మాగారాలలో సంభవించిన దుర్ఘటనల యొక్క కారణాలను క్రింది దత్తాంశము చూపును.

కారణాలు	సంభవించే శాతం
దోషపూరిత పరికరాలు	35%
విద్యుత్ కారణాలు	20%
సరిచేయుటలో జాప్యం	30%
యంత్రాల అసమర్థత	10%
ఇతరమైనవి	5%

1. కర్మాగారములలో అత్యధికంగా జరుగు దుర్ఘటనలకు గల కారణములు ఏవి?
2. యంత్రాల అసమర్థత వలన జరుగు సంభవించే శాతం ఎంత?
3. అతి తక్కువగా సంభవించే రెండు కారణాలు తెలపండి.

46. A = 45 $\Sigma f_i d_i$ = 10 Σf =50 C = 10 అయిన $\bar{X}$ ఎంత?

47. వ్యాప్తిని నిర్వచించండి, 35,10, 24, 16,72, 6, 40, 62 ల యొక్క వ్యాప్తిని కనుగొనండి.

48. 15, 11, 13, 15, 12, 16, 11, 15, 18, 11, 15, 16, 18, 12 ల మోడ్ ను కనుగొనుము. దత్తాంశములో మొదటి 15 ను 11 గా మార్చితే వచ్చే మోడ్ ఎంత?

49. 13,8,17, 15,8,15,9,17, 15 ల సగటు, మధ్యగతం మరియు మోడ్‌లను కనుగొనుము.

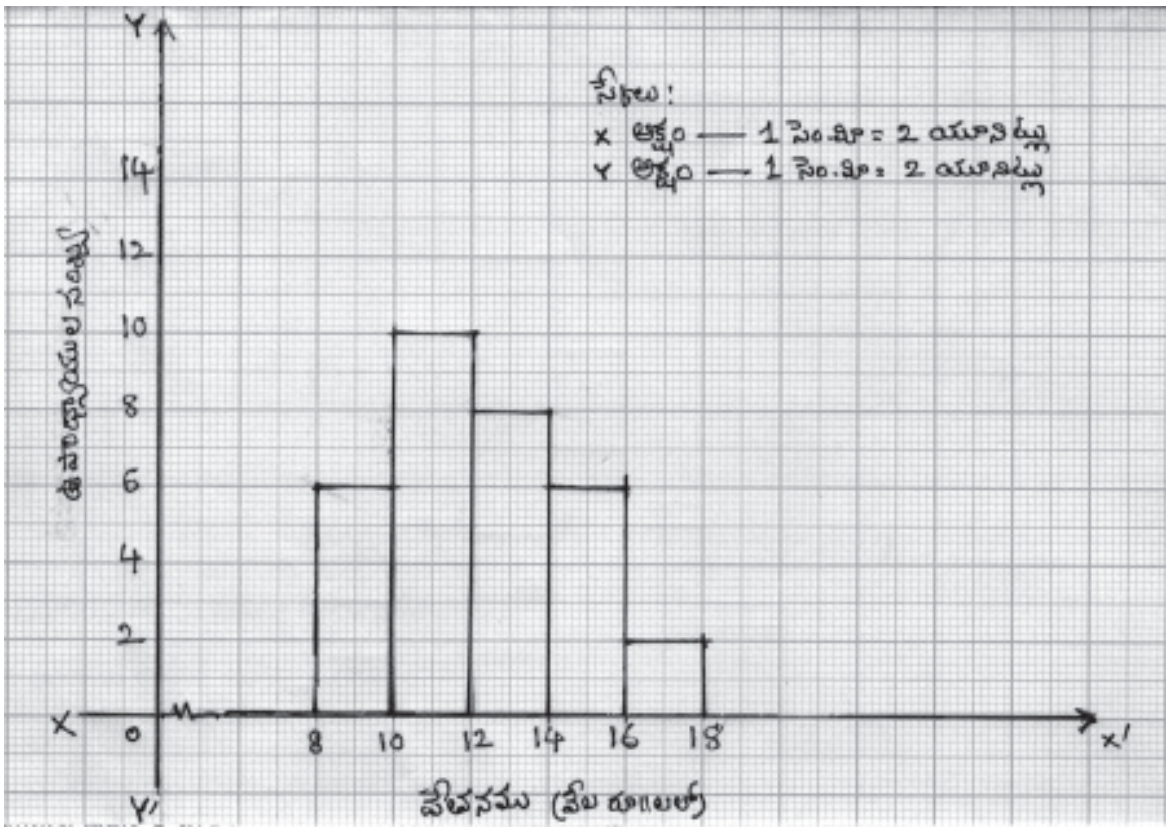
50. ఒక పాచికను విసిరినపుడు (i) 5 వచ్చుటకు (ii) 1,3,5 లు వచ్చుటకు (iii) 3 కన్న తక్కువ సంఖ్యలు వచ్చుటకు గల సంభావనలను కనుగొనుము.

51. ఒక ఎంపికకు 6 మంది బాలురు 5 మంది బాలికలు హాజరైనారు. (i) ఒక బాలుడు (ii) ఒక బాలిక (iii) ఒక బాలుడు లేదా ఒక బాలిక ఎంపిక చేయబడుటకు గల సంభావనను తెలుపుము.

52. ఒక నాణెము మూడు సార్లు ఎగుర వేయబడినది. అన్ని సాధ్య పరిణామాలను వ్రాయుము.

53. ఒక పాచిక ఒకేసారి ఎగుర వేయబడినది. సరి సంఖ్య, ప్రధాన సంఖ్య వచ్చే సంభావనను తెలుపుము?

54. ప్రక్క పటమును పరిశీలించి జవాబు లిమ్ము



(i) 10000 – 12000 వేతనము పొందు ఉపాధ్యాయులు ఎందరు?

(ii) అత్యధిక వేతనము పొందు ఉపాధ్యాయులు ఎందరు?

(iii) మొత్తం ఉపాధ్యాయులు ఎందరు?

55. రెండు నాణెములు ఒకేసారి ఎగురవేయబడినవి. (i) కనీసం ఒక బొమ్మ (ii) కనీసం ఒక బొరుసు (iii) రెండు బొమ్మలు వచ్చే సంభావనలను కనుగొనుము.

56. కర్మాగారాలలో సమ్మెలకు గల కారణాల మీద జరిపిన పరిశోధన క్రింది ఫలితాలను యిచ్చింది. చిత్రరూపంలో చూపండి.

కారకాలు		శాతం
ఆర్థిక	–	35%
రాజకీయ	–	25%
స్పర్థాపూరిత	–	10%
దుర్ఘటనల	–	20%

57. 12,10,20,14, మరియు 19 ల సగటు ఎంత? ప్రతి అంశం నుండి 2 తగ్గించినచో ఏర్పడు క్రొత్త అంశముల సగటును కనుగొనుము.

58. మొదటి 10 ప్రధాన సంఖ్యల మధ్యగతమును కనుగొనుము.

59. మొదటి 10 సరి సహజ సంఖ్యల మధ్యగతమును కనుగొనుము.

60. మొదటి 10 బేసి సహజ సంఖ్యల మధ్యగతమును కనుగొనుము.

3 మార్కుల ప్రశ్నలు

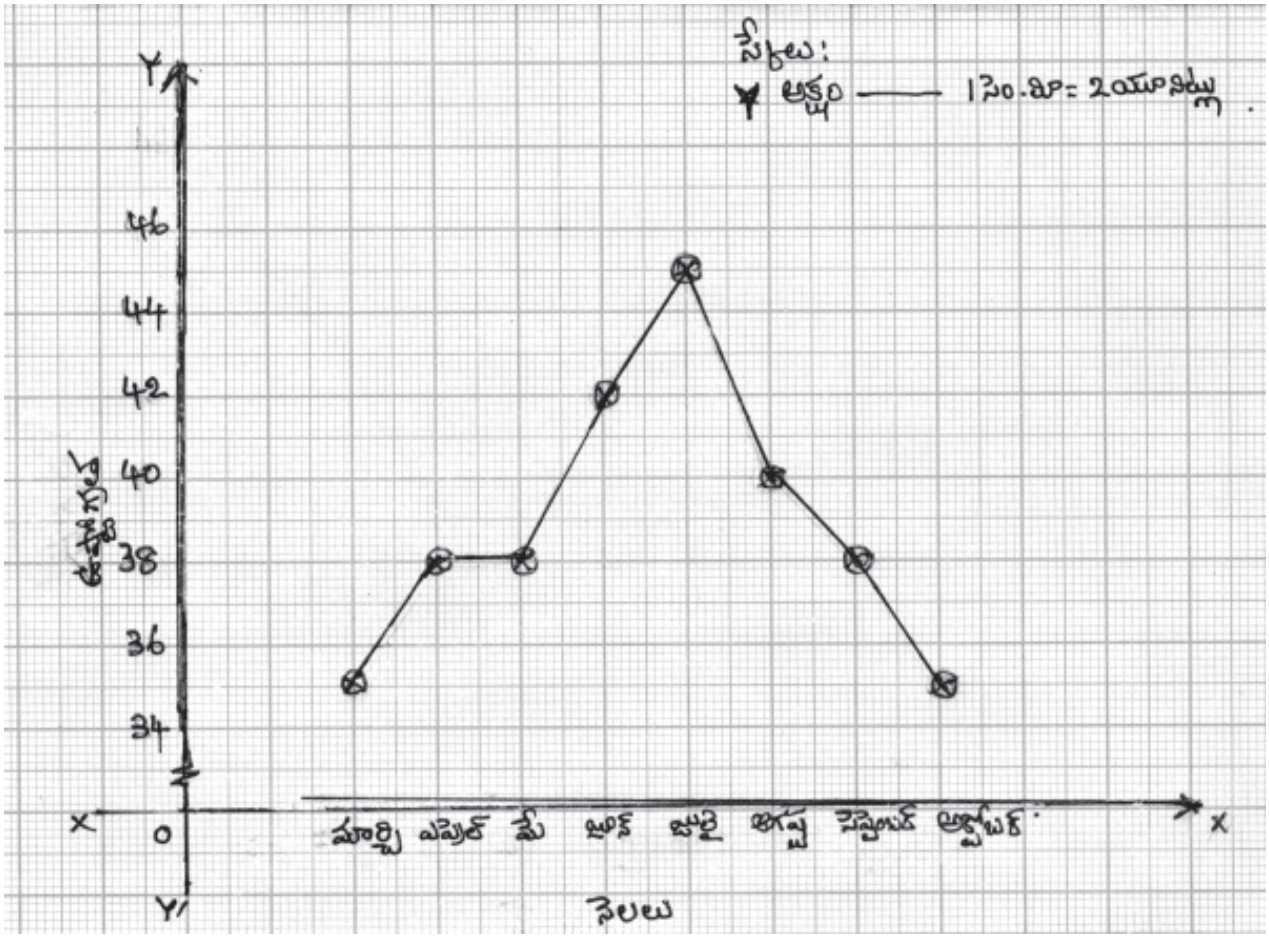
1. పౌనఃపున్య పట్టిక

తరగతి	గణనచిహ్నాలు	పౌనఃపున్యం
4–8	|||	3
8–12	|||	3
12–16	|||| |	6
16–20	||||	4
20–24	–	0
24–28	|	1
28–32	|||	3
మొత్తం		20

2. సంచిత పౌనఃపున్య పట్టిక

తరగతిసంఖ్య	తరగతి	పౌనఃపున్యం	సంచితపౌనఃపున్యం
23	21–25	1	1
28	26–30	2	3
33	31–35	5	8
38	36–40	8	16
43	41–45	14	30
48	46–50	6	36
53	50–55	3	39
58	56–60	1	40
మొత్తం		40	

4. ఉష్ణోగత, నెలలు



5. మొదటి 10 సహజ సంఖ్యలు

1,2,3,4,5,6,7,8,9,10

$$\text{సగటు} = \frac{1+2+3+4+5+6+7+9+10}{10}$$

$$= \frac{55}{10}$$

$$= 5.5$$

6. మొదటి 5 ప్రధానాంకాలు

2,3,5,7,11

$$\text{సగటు} = \frac{2+3+5+7+11}{5}$$

$$= \frac{28}{5}$$

$$= 5.6$$

7. $\bar{X} = A + \frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i} \times C$

A ఊహించిన సగటు

$\Sigma f_i d_i$ విచలనాలు,పౌనఃపున్యాల లబ్ధాల మొత్తం

Σf_i పౌనఃపున్య మొత్తం

C తరగతి అంతరం

8. 5 సంఖ్య యొక్క మొదటి 6 గుణకాలు

5,10,20,25,30

సగటు = $\frac{5+10+15+20+25+30}{6}$

$= \frac{105}{6}$

$= 17.5$

9.

x_i	f_i	$f_i x_i$
7	3	21
9	4	36
12	5	60
15	8	120
మొత్తం	20	238

$\Sigma f_i = 20$ $\Sigma f_i d_i = 238$

$\Sigma f_i = 20$

$\Sigma f_i x_i = 238$

$\bar{X} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$

$= \frac{238}{20}$

$= 11.9$

10. ఆరోహణ క్రమము

15,18,28,42,46,52,69, 72,80

మొత్తం పదాలు = 9, మధ్యపదం = 5వది

మధ్య గతం = 46

11. అత్యధిక పౌనఃపున్యం గల చలరాశిని బహుళకం (మోడ్) అంటారు.

4,5,5,3,2,4,5,3,2,1,2,5

1 – 1

1 – 3

3 – 2

4 – 2

5 – 4

అత్యధిక పౌనఃపున్యం గల చలరాశి = 5

బాహుళకము = 5

12. ఒక సంఘటన జరుగుటకు సంభావన

$$= \frac{\text{సంఘటనకు సానుకూలమైన పరిణామాల సంఖ్య}}{\text{మొత్తం సాధ్యమైన పరిణామాల సంఖ్య}}$$

బొమ్మపడే సంభావన

మొత్తం పరిణామాలు = 2

బొమ్మ పడే పరిణామాలు = 1

సంభావన = 1/2

13. పాచిక విసిరినపుడు జరుగు

మొత్తం పరిణామాలు = 6

3 అగుటకు సానుకూల పరిణామాలు = 1

3 పడుటకు సంభావన = 1/6

సరిసంఖ్య అగుటకు సానుకూలపరిణామాలు = 3

సరిసంఖ్య పడుటకుసంభావన = 3/6

14. పాచిక విసిరినపుడు జరగు

మొత్తం పరిణామాలు = 6

4 అగుటకు సానుకూల పరిణామాలు = 1

4 పడుటకు సంభావన = 1/6

2 కన్నా అధికం అగుటకు సానుకూల పరిణామాలు = 4

సంభావన = 4/6 = 2/3

15. సగటు $= \frac{16+24+43+13+50+30+22+51+27+54}{11}$

$= \frac{330}{11}$

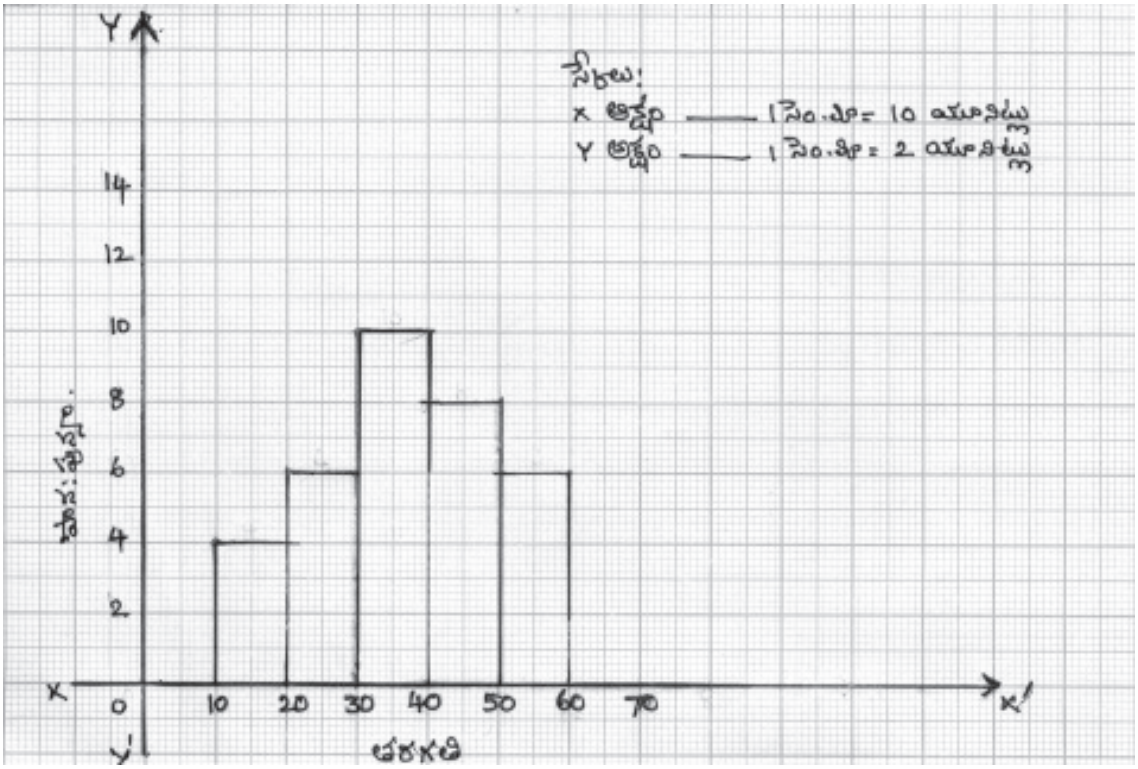
$= 30$

16. (i) ఒక తరగతిలో ఉండు అంశాలు సంఖ్యను పౌనఃపున్యం అంటారు.

(ii) ఎగువ అవధికి దిగువ అవధికి మధ్య గల వ్యత్యాసమును తరగతులు అంతరం అంటారు.

(iii) తరగతి యొక్క మధ్య బిందువును తరగతి సంఖ్య అంటారు.

17.



18. లీపు సం॥ కాని సం॥లో రోజుల సంఖ్య = 365

ఆదివారాలుండే రోజులు సంఖ్య = 53

సంభావన $= \frac{53}{365}$

$= 1/7$

19. (i) బొమ్మ (H) , బొరుసు (T)

(ii) 1, 2, 3, 4, 5, 6

(i) R, R, R, R

20. $\frac{8+12+x+14+18}{5} = 12$

$\frac{52+x}{5} = 12$

$52 + x = 60$

$x = 60-52 = 8$

21. 50 కన్నా తక్కువైన 7 గుణిజాలు

7, 14, 21, 35, 42, 49

$= \frac{7+14+21+35+42+49}{6}$

$= \frac{168}{6}$

$= 28$

22. (i) తగ్గును

(ii) పెరుగును

(iii) విలోమానుపాతం

23. వివరాల మొత్తం కనుగొటకు

వివరాల సంఖ్యను రాయుటకు

వివరాల మొత్తాన్ని, వివరాల సంఖ్యచే భాగించాలి.

భాగఫలం – సగటు

24. 60,40, 45,50, 60, 50, 45

సగటు $= \frac{60+40+45+50+60+50+45}{7}$

$= \frac{350}{7}$

$= 50$

25. గరిష్ట మరియు కనిష్ట విలువల బేధమును వ్యాప్తి అంటారు.

గరిష్ట సంఖ్య = 24

కనిష్ట సంఖ్య = 3

వ్యాప్తి = 24– 3 = 21

తరగతి	చిహ్నాలు	పౌనఃపున్యం
10–20	|	1
20–30	|||	3
30–40	|||	3
40–50	|	1
50–60	||	2
	మొత్తం	10

27. (i) 4 –

(ii) 0

(iii) 20

28. (i) పరస్పర లంబ రేఖలను X– అక్షం, Y– అక్షంగా గుర్తిస్తాం

(ii) X అక్షం మీద నిడివి గల తరగతులు తీసుకొంటాం

(iii) Y అక్షం మీద తగిన కొలతలతో పౌనఃపున్యాన్ని గుర్తిస్తాం

(iv) దీర్ఘ చతురస్రాలను గీయాలి

29. (i) దత్తాంశంలో అన్నిటి కన్నా మధ్యలో నుండు అంశం యొక్క విలువ మధ్యగతం

(ii) మధ్యగతము చరమ విలువలపై ఆధారపడును.

(iii) దత్తాంశము యొక్క అంశాలలో నొకటిగా ఉండకపోవచ్చును.

(iv) రేఖా చిత్రం ద్వారా కూడా నిర్ణయించవచ్చును.

30. పదాల సంఖ్య = 6

15,20, x, 25, 30, 40

$\frac{P+25}{2}$ = 25

x + 25 = 50

x = 50−25 = 25

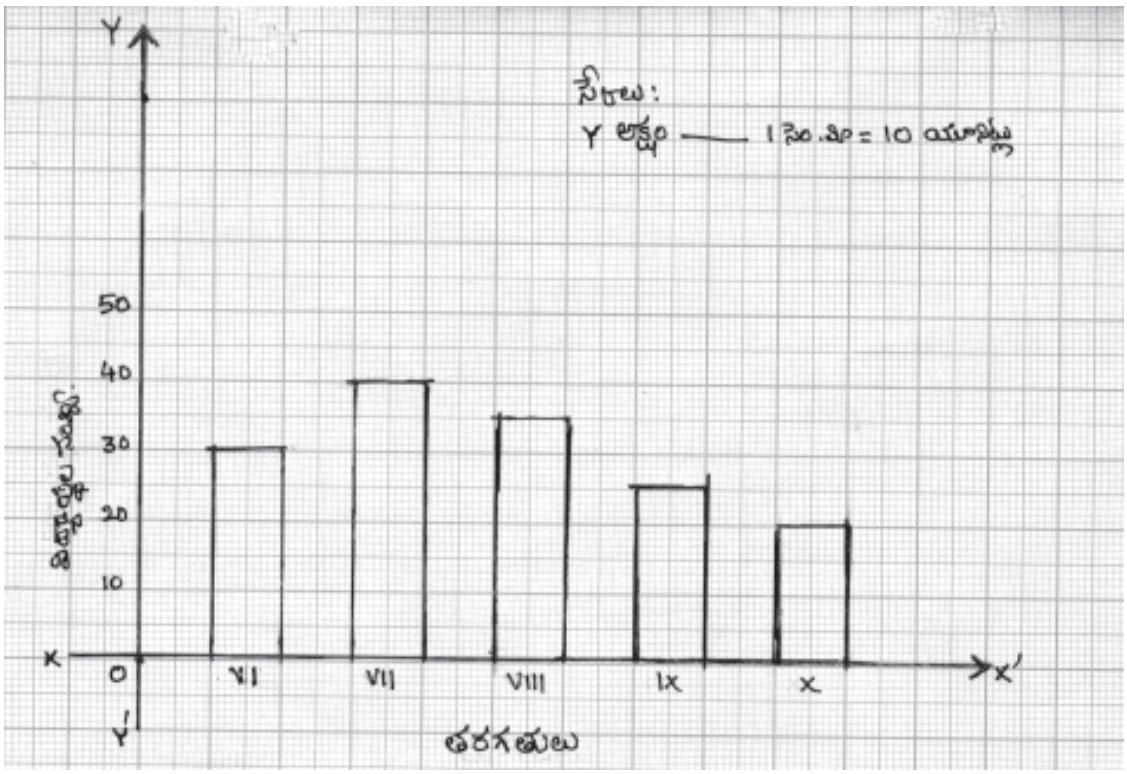
31.

తరగతి	గుర్తింపు చిహ్నాలు	పౌనఃపున్యం
20−30	|||	3
30−40	||||	4
40−50	||||	4
50−60	|||	3
60−70	||	2
70−80	||	2
80−90	||	2
	మొత్తం	20

32.

తరగతి సంఖ్య	తరగతి	పౌనఃపున్యం	సంచితపౌనఃపున్యం
6	4−8	3	3
10	8−12	3	6
14	12−16	6	12
18	16−20	4	16
22	20−24	0	16
26	24−28	1	17
30	28−32	3	20

33.



34. మొదటి 10 బేసి సహజ సంఖ్యలు

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19

$$\text{సగటు} = \frac{1+3+5+7+9+11+13+15+17+19}{10}$$

$$= \frac{100}{10}$$

$$= 10$$

35. మొదటి 10 సరి సహజ సంఖ్యలు

2, 4, 6, 8, 10, 12, 16, 18, 20, 22

$$\text{సగటు} = \frac{2+4+6+8+10+12+16+18+20+22}{10}$$

$$= \frac{118}{10}$$

$$= 11.8$$

36. $\frac{2+9+19+12+x+9}{6} = 11$

$\frac{51+x}{6} = 11$

$51 + x = 66$

$x = 66-51=15$

37. $\frac{5+2+19+15+13+x+13+11}{8} = 12$

$\frac{78+x}{8} = 12$

$78 + x = 96$

$x = 96-78= 18$

38. పీక ముక్కల కట్టలోని పేకల సంఖ్య = 52

(i) నల్లని ముక్క అవకాశాలు = 26

నల్లని ముక్క సంభావన = 26/52 = 1/2

(ii) ఎర్రని రాజు = 4

సంభావన = 4/52 = 4/13

(iii) ఒక రాణి బొమ్మ = 8

సంభావన = 8/52 = 2/13

39. పాచిక విసిరినపుడు పరిణామాలు సంఖ్య = 6

(i) 2 అగుటకు వీలుగునవి = 1

సంభావన = 1/6

(ii) సరిసంఖ్య అగుటకు వీలుకావాలి = 3

సంభావన = 3/6= 1/2

(iii) 3 గుణాజాలు అగుటకు ముగునవి = 2

సంభావన = 2/6= 1/3

40. మొదటి 10 సహజ సంఖ్యలు

1,2,3,4,5,6,7,8,9,10

పదాల సంఖ్య = 10

మధ్యగతం= $\frac{5+6}{2}$

$= \frac{11}{2}$

$= 5.5$

41. a = 8 + 3 = 11

b = 11 + b = 12

b = 12 – 11 = 1

c = 17 + c =17

c = 17 – 17= 0

42.

x_i	f_i	f_id_i
5	2	10
9	6	54
13	10	130
17	2	34
	$\Sigma f_i = 20$	$\Sigma f_ix_i = 228$

$\Sigma f_i = 20$

f_ix_i

Σf_ix_i

$\bar{X} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$

$= \frac{228}{20}$

$= 11.4$

43.

x_i	f_i	f_ix_i
20	4	80
22	7	154
24	6	144
26	3	78
	$\Sigma f_i = 20$	$\Sigma f_ix_i = 456$

$\Sigma f_i = 20$

f_ix_i

Σf_ix_i

$\bar{X} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$

$= \frac{456}{20} = 22.3$

44. ఆరోమణ క్రమం : 17,18,19,...,21, 22, 23, 24

పదాల సంఖ్య = 8

మధ్యగతము = 4,5 పదాల సగటు

$\frac{x+21}{2}$ = 20.5

x +21= 41

x= 41−21= 20

45. (1) దోష పూరిత పరికరాలు

(2) 10%

(3) యంత్రాల అసమర్థత,ఇతరములు

46. $\bar{X} = A+\frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i}\times C$

$= 45+\frac{10}{50}\times 10$

= 45 + 2

= 47

47. గరిష్ట మరియు కనిష్ట విలువల బేధమును వ్యాప్తి అంటారు.

గరిష్ట విలువ = 62, కనిష్ట విలువ − 6 (వ్యత్యాసము)

వ్యాప్తి = 62 − 6

= 56

48.

11	12	13	15	16	18
3	2	1	4	2	2

మోడ్ = 15

11, 11, 13, 15, 12, 16, 11, 15, 18, 11, 15, 16, 18, 12

నూతన మోడ్ = 11

49. (i) సగటు = $\frac{13+8+17+15+8+15+9+17+15}{9}$

$= \frac{117}{9}$

$= 13$

(ii) ఆరోహణ క్రమం = 8,8,9,13,15,15,15,17,17

మధ్యగతం = 15

(iii) బాహుళకం = 15

50. పాచిక విసిరినపుడు ఏర్పడే పరిణామాల సంఖ్య = 6

(i) 5 వచ్చుటకు అవకాశాలు = 1

సంభావన = 1/6

(ii) 1,3,5 లు వచ్చు అవకాశాలు = 3

సంభావన = 3/6 = 1/2

(iii) 3 కన్నా తక్కువ అవకాశాలు = 2

సంభావన = 2/6 = 1/3

51. మొత్తం హాజరైన బాలబాలికలు = 11

(i) బాలురు = 6

ఒక బాలుడుకి సంభావన = 6/11

(ii) బాలికలు = 5

"ఒక బాలిక" కి సంభావన = 5/11

(iii) ఒక బాలుడు లేదా బాలిక అవకాశాలు = 1

సంభావన = 1/11

52. H T

H T

H T

3 బొమ్మలు (H)

3 బొరుసులు (T)

మొత్తం = 6

53. అవకాశాలు సంఖ్య – 6(1,2,3,4,5,6)

(i) సరి సంఖ్య = 3

సంభావన = 3/6 = 1/2

(ii) ప్రధాన సంఖ్యలు = 3

సంభావన = 3/6 = 1/2

54. (i) 10

(ii) 2

(iii) 31

55. అవకాశాలు గల పరిణామాలు = 3

కనీసం 1 బొమ్మకు అవకాశాలు = 2

సంభావన = 2/3

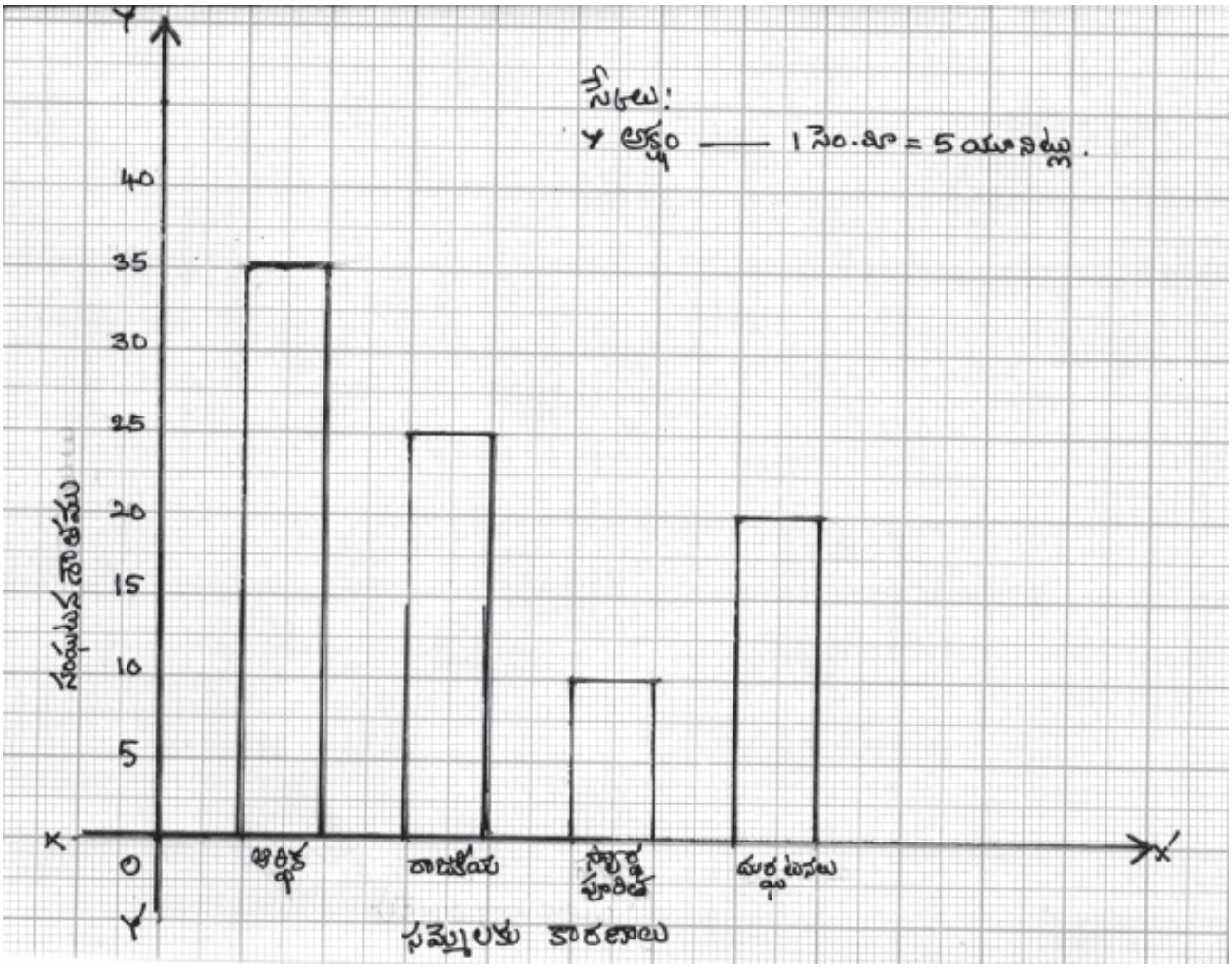
కనీసం 1 బొరుసుకు అవకాశాలు = 2

సంభావన 2/3

2 బొమ్మలు పడే అవకాశాలు = 1

సంభావన = 1/3

56.



57. సగటు $= \frac{12+10+20+14+19}{5}$

$= \frac{75}{5}$

$= 15$

2 తగ్గించినచో $=$ 10, 8, 18, 12,17

సగటు $= \frac{10+8+18+12+17}{5}$

$= \frac{65}{5} = 13$

58. ప్రధాన సహజ సంఖ్యలు

2,3,5,7,11,13,17,19,23,29

మధ్యగతం = $\frac{11+13}{2}$

= $\frac{24}{2}$

= 12

59. సరి సహజ సంఖ్యలు

2,4,6,8,10,12,14,16,18,20

మధ్యగతం = $\frac{10+12}{2}$

= $\frac{22}{2}$

= 11

60. బేసి సహజ సంఖ్యలు

1,3,5,7,,11,13,15,17,19

మధ్యగతం = $\frac{9+11}{2}$

= $\frac{20}{2}$

= 10

5 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. క్రింది పౌనఃపున్య పట్టికకు సంబంధించి దిగువ యిచ్చిన ప్రశ్నలకు జవాబులిమ్ము.

తరగతులు	పౌనఃపున్యం
15 – 20	2
20 – 25	3
25 – 30	5
30 – 35	7
35 – 40	4
40 – 45	3
45 – 50	1
మొత్తం	25

(i) మొదటి తరగతి యొక్క దిగువ అవధి ఎంత?

(ii) మూడవ తరగతి యొక్క ఎగువ అవధిని వ్రాయుము.

(iii) నాల్గవ తరగతి యొక్క తరగతి సంఖ్యను వ్రాయుము

(iv) తరగతి అంతరమును తెలుపుము.

(v) అత్యల్ప పౌనఃపున్యం గల తరగతి ఏది?

2. దిగువ నిచ్చిన కమ్మీ చిత్రము నుండి క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానములిమ్ము.

హాజరైన విద్యార్థుల సంఖ్య , తరగతులు

(i) అత్యధిక విద్యార్థులు హాజరైన తరగతి ఏది?

(ii) VIII తరగతి కంటే X తరగతిలో ఎంత ఎక్కువ మంది హాజరైనారు?

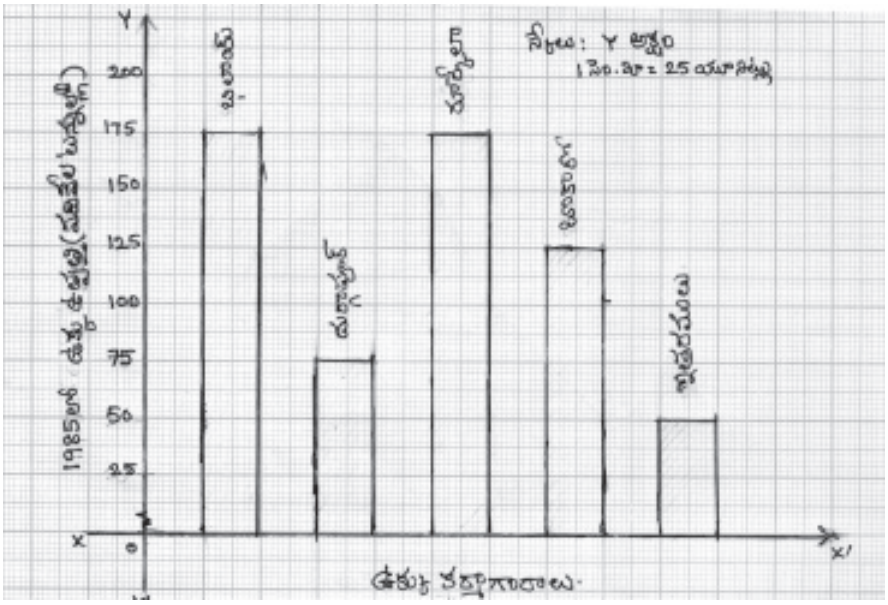
(iii) VI తరగతిలో VII తరగతి కంటే ఎంత తక్కువ మంది హాజరైనారు?

(iv) అయిదు తరగతులలో మొత్తం హాజరైనవారు ఎందరు?

(v) ఏ రెండు తరగతులలో సమానంగా హాజరైనారు ?

3. దిగువ నిచ్చిన కమ్మీ చిత్రము నుండి క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానములిమ్ము.

1985 ఉక్కు ఉత్పత్తి పదివేలు టన్నుల్లో ,ఉక్కు కర్మాగారాలు



(i) పటంలో చూపబడిన ఉక్కు వివరములు ఏ సం॥ నకు సంబంధించినవి?

(ii) అత్యధికంగా ఉక్కును తయారు చేసిన కర్మాగారాలు ఏవి?

(iii) ఇతర కర్మాగారాలలో తయారైన ఉక్కు ఎంత?

(iv) బొకారో కంటే దుర్గాపూర్ లో ఎంత తక్కువ ఉక్కు తయారు చేయబడింది ?

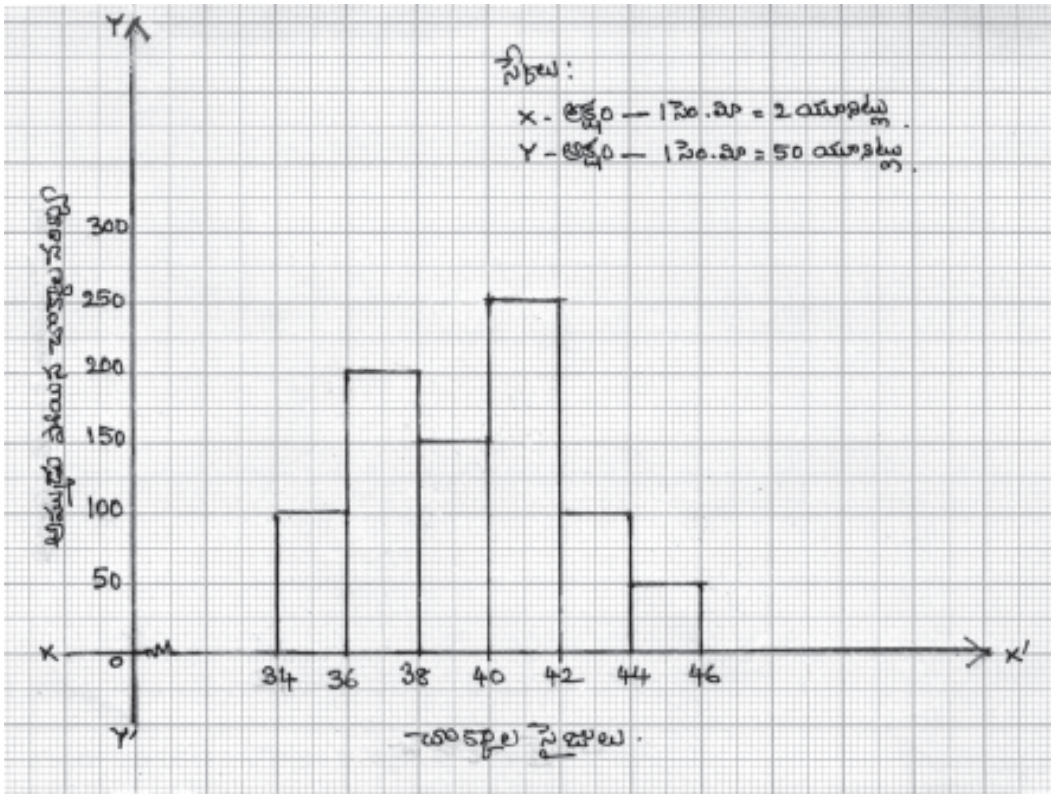
(v) భిలాయి, దుర్గాపూర్, బొకారోలలో కలిపి మొత్తం ఎంత ఉక్కు తయారు చేయబడింది?

4. దిగువ నీయబడిన ప్రశ్నలకు సమాధానలిచ్చుట ద్వారా క్రింది సోపాన చిత్రము ప్రకటించు దత్తాంశమును అన్వయించుము.

ఒక షాపు నందు ఒక వారంలో చొక్కాల అమ్మకం

(పౌనఃపున్యం) అమ్ముడు పోయిన చొక్కాల సంఖ్య

(చొక్కా సైజులు) (తరగతి అంతరము)



(i) ఏ తరగతి యందు అతి తక్కువగా చొక్కాలు అమ్ముడు పోయినవి?

(ii) ఏ తరగతి యందు అత్యధికంగా చొక్కాలు అమ్ముడు పోయినవి?

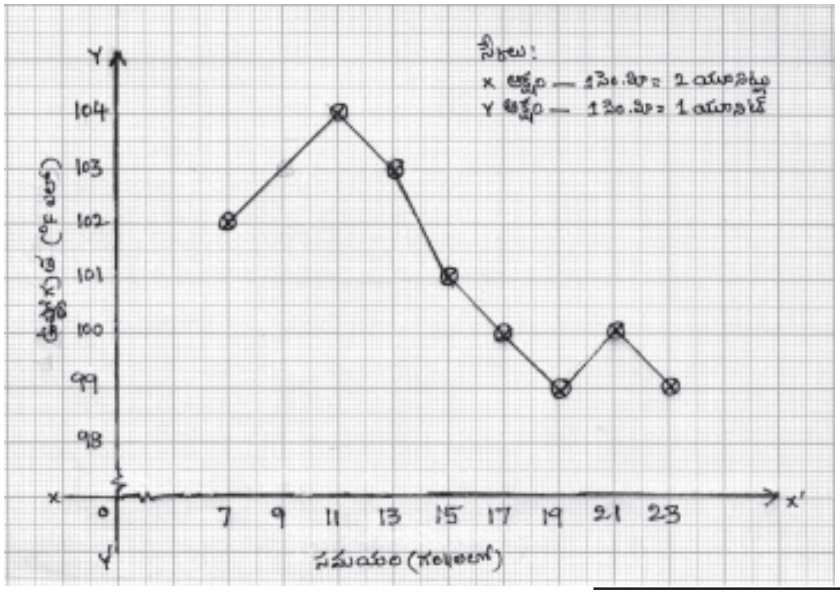
(iii) చొక్కా సైజు 42 వరకు ఎన్ని చొక్కాలు అమ్ముడు పోయినవి?

(iv) 42 – 44 సైజుగల చొక్కాలు ఎన్ని అమ్ముడు పోయినవి?

(v) 150 చొక్కాలు అమ్ముడు పోయిన చొక్కాలసైజు తరగతి ఏది?

5. ఒక ఆసుపత్రిలో టైఫాయిడ్ వ్యాధితో చేర్చబడిన ఒక రోగి యొక్క ఒకరోజు ఉష్ణోగ్రత – సమయం గ్రాపు యివ్వబడినది. సమయం 9 గం॥లకు రోగికి మందు యిచ్చినట్లయితే, క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానములిమ్ము.

ఉష్ణోగ్రత (లో) సమయం (గం॥లలో)



(i) ఎంత సమయమప్పుడు ఉష్ణోగ్రత అన్నిటి కంటే ఎక్కువగా ఉంది?

(ii) మందు యొక్క ప్రభావం ఎన్ని గంటల తర్వాత మొదలైనది?

(iii) 100^0 ఉష్ణోగ్రత ఏఏ సమయాలలో ఉంది?

(iv) 15 గం॥ల సమయంలో ఉష్ణోగ్రత ఎంత ఉంది?

(v) గ్రాపు ద్వారా గమనించిన మార్పు ఏమిటి?

6. క్రింది దత్తాంశమునకు సగటు 7 అయినచో, 'X' విలువ ఎంత?

x_i	4	x	6	7	9	11
f_i	2	4	6	10	6	2

7. క్రింది దత్తాంశము యొక్క మధ్యగతము 17 అయినచో '*x*' విలువ ఎంత?

19, 12, 16, x, 22, 15, 20, 18

8. క్రింది దత్తాంశము యొక్క మోడ్ 37 అగునట్లు c యొక్క విలువను నిర్ధారించుము.

12,33, 37, 18,19, 37, c, 33, 12, 33, 18, 37

పై దత్తాంశములో ఆఖరుగా వ్రాసిన 37 కు బదులుగా 33 ఉన్నట్లయితే క్రొత్త మోడ్ ఏమగును?

9. మధ్యగతమును నిర్వచించండి. దాని యొక్క గుణ ధర్మాలు తెలపండి.

10. ఒక బిందెలో 6 ఎర్రని, 4 నల్లని మరియు 5 పచ్చని బంతులు కలవు. ఒక బంతి యాదృచ్ఛికంగా తీయబడినది. క్రింది విధంగా బంతిని ఎంపిక చేయుటకు గల సంభావనను తెలుపుము.

(1) ఎర్రని బంతిని (2) నల్లని బంతిని (3) పచ్చని బంతిని

(4) ఎర్రనిది కాని బంతిని (5) నల్లనిది కాని బంతిని

11. క్రింది వర్గీకృత దత్తాంశమునకు సగటును కనుక్కోండి.

తరగతులు	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60	60–70
పౌనఃపున్యం	1	3	5	7	5	3	1

12. క్రింది దత్తాంశమునకు విచలన పద్ధతిలో సగటును కనుక్కోండి.

తరగతులు	0 – 100	100–200	200–300	300–400	400–500	500 – 600
పౌనఃపున్యం	15	25	40	30	10	5

13. క్రింది వర్గీకృత దత్తాంశము యొక్క సగటును సాధారణ పద్ధతిలో కనుక్కోండి.

తరగతులు	20-40	40-60	60-80	80-100	100-120	120-140	140-160
పౌనఃపున్యం	3	6	9	12	9	6	5

14. క్రింది వర్గీకృత దత్తాంశము యొక్క సగటును విచలన పద్ధతిలో కనుక్కోండి.

తరగతులు	0-500	500-1000	1000-1500	1500-200	2000-2500	2500-3000
పౌనఃపున్యం	14	16	20	30	12	8

15. కమ్మీ చిత్రమును నిర్మించుటకు అనుసరించాల్సిన సోపానాలను వివరించుము.

16. ఒక తరగతిలోని **20** మంది విద్యార్థుల ఎత్తులు (సెం.మీ లలో) యివ్వబడినవి.

140, 137, 146, 152, 160, 157, 153, 140, 143, 145

150, 152, 153, 155, 160, 160, 162, 145, 148, 150

(1) 136- 140, 141-145, 146-150, ... సమానముగా తరగతులతో పౌనఃపున్య పట్టిక తయారు చేయండి.

(2) పై దత్తాంశమునకు ఒక సంచిత పౌనఃపున్య పట్టికను తయారు చేయుము.

17. ఒక బ్యాట్స్‌మన్ **20** ఇన్నింగులలో చేసిన పరుగుల సంఖ్యలను ఒక తరగతి **0-20** అగునట్లుగా ఒక పౌనఃపున్య పట్టికను, సంచిత పౌనఃపున్య పట్టికను తయారు చేయుము.

10, 2, 15, 25, 75, 35, 45, 16, 28, 70

102, 79, 52, 71, 15, 5, 69, 72, 15, 9

18. ఒక విభాజనము నందలి తరగతి సంఖ్యలు, అనురూప పౌనఃపున్యాలు క్రింద యివ్వబడినది.

తరగతి సంఖ్య :	5	15	25	35	45	55	65	75
పౌనఃపున్యం :	2	6	10	15	12	8	5	2

(1) పౌనఃపున్య పట్టికను తయారు చేయుము.

(2) సంచిత పౌనఃపున్య పట్టికను తయారు చేయుము.

19. కొన్ని సం।ములలో ఒక సంస్థ ద్వారా నాటబడిన చెట్ల సంఖ్యలు యివ్వబడినాయి.కమ్మీ చిత్రముగా చూపుము.

సం।ము	1997	1998	1999	2000	2001	2002
చెట్ల సంఖ్య	400	500	1000	700	1200	1500

20. క్రింది పౌనఃపున్య విభాజనమునకు ఒక సోపాన చిత్రాన్ని గీయుము.

విద్యార్థుల ఎత్తు(సెం.మీ)	135–140	140–145	145–150	150–155	155–160	160–165
విద్యార్థుల సంఖ్య	3	5	12	7	5	3

21. క్రింది దత్తాంశము నకు సగటు కనుగొనుము.

x_i	2	5	8	10	12	15
f_i	4	5	3	5	2	1

22. సంక్షిప్త పద్ధతిననుసరించి క్రింది వర్గీకృత దత్తాంశము యొక్క సరాసరిని కనుగొనుము.

తరగతులు	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60	60–70
పౌనఃపున్యం	12	3	5	7	5	3	1

23. క్రింది దత్తాంశమునకు ఒక పౌనఃపున్య బహుభుజిని గీయుము.

జేబు ఖర్చు (రూ)	0–50	50–100	100–150	150–200	200–250	250–300
విద్యార్థుల సంఖ్య	16	25	13	26	15	5

24. ఒక కర్మాగారము నందలి శ్రామికుల నెలసరి వేతనాలను (రూ॥లలో) సోపాన పటంలో చూపుము.

వేతనం(రూ॥లలో)	4000–5000	5000–6000	6000–7000	7000–8000	8000–9000	9000–10000
కార్మికుల సంఖ్య	4	10	12	24	14	6

25. క్రింది దత్తాంశమునకు సగటు, మధ్యగతం, బహుళకము లను కనుగొనుము.

28, 22, 21, 29, 22, 13, 16, 22, 14, 16

26. క్రింది దత్తాంశము యొక్క మధ్యగతము **25** అయిన **x** ఎంత?

16, 18, 19, 23, x, 29, 31, 25

x విలువ 21 అయిన మధ్యగతం ఎంత?

27. క్రింది సంఘటన జరుగుటకు సంభావనను కనుగొనుము.

(i) ఒక పాచికను విసిరినపుడు 2 సంఖ్య యొక్క గుణకం వచ్చుట.

(ii) ఒక పాచికను విసిరినపుడు 3 సంఖ్య యొక్క గుణకం వచ్చుట

(iii) ఒక పాచికను విసిరినపుడు 4 కన్నా పెద్ద సంఖ్య వచ్చుట

(iv) ఒక పాచికను విసిరినపుడు 6 కన్నా పెద్దసంఖ్య వచ్చుట

(v) ఒక పాచికను విసిరినపుడు 3 కన్నా చిన్నదైన 4 యొక్క గుణకము వచ్చుట

28. ఒక సంచిలో 4 ఎర్రని, 3 నల్లని మరియు 2 తెల్లని బంతులు ఉన్నాయి. ఒక బంతిని సంచి నుండి తీయుటకు గల సంభావనను తెలుపుము.

(i) ఎర్రని బంతి

(ii) నల్లని బంతి

(iii) తెల్లనిది కాని బంతి

(iv) నల్లనిది కాని బంతి

(v) ఎర్రనిది కాని బంతి

29. క్రింది దత్తాంశము ఒక డబ్బాలోని వాయువుకు సంబంధించినది.

వత్తిడి (న్యూటన్లలో)	100	80	50	40	120	160
ఘనపరిమాణం(సెం.మీ)	40	50	80	100	30	20

పై దత్తాంశమును వత్తిడి – ఘనపరిమాణము గ్రాపు ద్వారా ప్రదర్శించుము. దత్తాంశం ద్వారా వత్తిడి – ఘనపరిమాణముల మధ్య గల ఏమి సంబంధమును గ్రహింతువు?

30. ఒక బడిలోని 10 వ తరగతిలో గల 30 మంది విద్యార్థుల బరువుల యొక్క పౌనఃపున్య విభాజనమునకు సోపాన చిత్రమును గీయుము.

తరగతులు	45–50	50–55	55–60	60–65	65–70
పౌనఃపున్యం	3	7	12	5	3

మార్కింగ్ విధానము

జవాబులు

5 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. (i) 15 .....
   (ii) 30 .....
   (iii) 32.5 .....
   (iv) 5 .....
   (v) 45 – 50 .....
2. (i) IX .....
   (ii) 20 .....
   (iii) 10 .....
   (iv) 205 .....
   (v) VII మరియు X .....

3. (i) 1985 .....

(ii) భిలాయ్ మరియు రూర్కేలా .....

(iii) 50 వేల టన్నులు .....

(iv) 50 వేల టన్నులు .....

(v) 375 వేల టన్నులు .....

4. (i) 44 – 46 .....

(ii) 40–42 .....

(iii) 700 .....

(iv) 100 .....

(v) 38–40 .....

5. (i) 11 గం॥లు .....

(ii) 2 గ॥ ల తర్వాత .....

(iii) 17 గం॥లు మరియు 21 గం॥లు.....

(iv) 101^0 .....

(v) మందు యిచ్చిన రెండు గంటల తర్వాత "ఉష్ణోగ్రత తగ్గినది" .....

6. సాధన

x_i	f_i	f_1x_i
4	2	8
x	4	4x
6	6	36
7	10	70
9	6	54
11	2	22
	$\Sigma f_i = 30$	$190 + 4x$

$\Sigma f_i x_i$

$$\overline{x} = \frac{190+4x}{30} = 7$$

$$190 + 4x = 210$$

$$4x = 210-190$$

$$4x = 20$$

$$x = \frac{20}{4} = 5$$

$$x = 5$$

7. ఆరోహణ క్రమము : 12, 15, 16, x, 18, 19, 20, 22 .....(1)

పదాల సంఖ్య = 8

మధ్యగతం = $\left(\frac{n}{2}\right)$వ మరియు $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ అంశాల సగటు

= 4వ మరియు 5వ .....(1)

మధ్యగతం = $\frac{x+18}{2}$ = 17 .....(1)

= x +18 = 34 .....(1)

x = 34 – 18 .....1/2

x = 16 .....1/2

మొత్తం : 5 మార్కులు

8. పౌనఃపున్యాలుగా రాయగా

12 – 2

18 – 2

19 – 1

33 – 3

37 – 3 ..... (1)

దత్తాంశం యొక్క మోడ్ 37 అవడం చేత దాని యొక్క పౌనఃపున్యం అత్యధికం కావలెను. ..... (1)

∴ x = 37 ..... (1)

క్రొత్త దత్తాంశం : 12, 33, 37, 18,19, 37,37,33, 12, 33, 18, 33 ..... (1)

(అత్యధిక పౌనఃపున్యం) మోడ్ = 33 ..... (1)

మొత్తం : 5 మార్కులు

9. (i) దత్తాంశములో అన్నిటికన్నా మధ్యలో నుండు అంశం మధ్యగతం ...(1)

(ii) దత్తాంశమును ఆరోహణ లేదా అవరోహణ క్రమంలో కూర్చినపుడు దానికిరువైపులా సమాన సంఖ్యలో వివరాలుంటాయి. ...(1)

(iii) సగటు వలెగాక మధ్యగతం చరమ విలువలపై ఆధారపడదు. ...(1)

(iv) మధ్యగతము దత్తాంశం యొక్క అంశాలలో నొకటిగా యుండకపోవచ్చును. ...(1)

(v) మధ్యగతమును రేఖాచిత్రము ద్వారా కూడా నిర్ణయింపబడును. ...(1)

మొత్తం : 5 మార్కులు

10. మొత్తం బంతులు = 15

(i) ఎర్రని బంతులు = 6

ఎర్రని బంతి = 6/15 = 2/15 ..... (1)

(ii) నల్లని బంతులు = 4

నల్లని బంతి = 4/15 ..... (1)

(iii) పచ్చని బంతులు = 5

పచ్చని బంతి = 5/15 = 1/3 ..... (1)

(iv) ఎర్రనిది కాని బంతులు = 9

ఎర్రదికాని బంతి = 9/15 =3/5 ..... (1)

(v) నల్లనిది కాని బంతులు = 11

నల్లనిది కాని బంతి = 11/15 ..... (1)

మొత్తం : 5 మార్కులు

11.

తరగతులు	పౌనఃపున్యాలు(f_i)	తరగతి(x_i) సంఖ్యలు	$f_i x_i$
0 – 10	1	5	5
10 – 20	3	15	45
20 – 30	5	25	125
30 – 40	7	35	245
40 – 50	5	45	225
50 – 60	3	55	165
60 – 70	1	65	65

Σf_i = 25....(1/2) $\Sigma f_i x_i$= 875 .....(1/2)

సగటు $(\bar{X}) = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$ ...1మార్కు

$= \frac{875}{25}$ ...1/2 మార్కు

= 35 ...1/2 మార్కు

మొత్తం : 5 మార్కులు

12.

తరగతులు	f_i	x_i	$d = (X_1-A)/C$	f_id_i
0 – 100	15	50	– 2	– 30
100 – 200	25	150	– 1	– 25
200 – 300	40	250	0	0
300 – 400	30	350	1	30
400 – 500	10	450	2	20
500 – 600	5	550	3	15
మొత్తం	$\Sigma f = 100$			$\Sigma f_id_i = 10$

C =100 $\Sigma f_id_i = 65-55 = 10$ 1

A = 250 $\Sigma f = 100$ .....(1/2)

$$\bar{X} = A + \frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i} \times C \quad \text{..... (1/2)}$$

$$= 250 + \frac{10}{125} \times 100 \quad \text{..... (1/2)}$$

= 250 + 8 = 258 ..... (1/2) మొత్తం : 5 మార్కులు

13.

తరగతులు	f_i	x_i	f_ix_i
20 – 40	3	30	90
40 – 60	6	50	300
60 – 80	9	70	630
80 – 100	12	90	1080
100 – 120	9	110	990
120 – 140	6	130	780
140 – 160	5	150	750
మొత్తం	50		4620

$\Sigma f_ix_i = 4620$ ...(1/2)

$\Sigma f_i = 50$ ...(1/2)

సగటు $(\bar{X}) = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$ ...(1)

$= \frac{4620}{50}$ ...(1/2)

= 92.4 ...(1/2)

మొత్తం : 5 మార్కులు

14.

తరగతులు	f_i	x_i	$d = (X_1-A)/C$	f_id_i
0 – 500	14	250	– 2	– 28
500– 1000	16	750	–1	– 16
1000–1500	20	1250	0	0
1500–2000	30	1750	+1	+ 30
2000–2500	12	2250	+ 2	+ 24
2500–3000	8	2750	+ 3	+ 24
	$\Sigma f = 100$			34

$\Sigma f_i = 100$ ....(1/2) $\Sigma f_i d_i$ = +78 – 44

C = 500 A =1250 ...(1/2) = 34 ...(1)

$$\bar{X} = A + \frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i} \times C \quad ...(1/2)$$

$$= 1250 + \frac{34}{100} \times 500 \quad .....(1/2)$$

= 1250 + 170

= 1420 .....(1/2) మొత్తం : 5మార్కులు

15. కమ్మి చిత్రం నిర్మించుటకు సోపానాలు?

(i) గ్రాపుపై X – అక్షము, Y – అక్షము గీస్తాము

(ii) X– అక్షం మిద చలరాశి యొక్క విలువలను

Y.– అక్షం మిద పౌనఃపున్యాలను గుర్తిస్తాము

(iii) X– అక్షం మిద కమ్మీల వెడల్పును సమానంగా తీసుకొంటాం

కమ్మీల మద్య నుండి ఖాళీలను సమానంగా తీసుకుంటాం.

(iv) ఒక కొలమానం ప్రకారం కమ్మీల ఎత్తును నిర్ధారిస్తాం

(v) తీసుకొన్న కొలమానం ప్రకారం కమ్మీల ఎత్తులను లెక్కగట్టి

వానిని గీస్తాం.అక్షాలను సరిగా సూచిస్తాం.

16. పౌనఃపున్య పట్టిక

తరగతి	గణ చిహ్నాలు	పౌనఃపున్యం
136 – 140	|||	3
141 – 145	|||	3
146 – 150	||||	4
151 – 155	|||\/	5
156 – 160	||||	4
161 – 165	|	1
మొత్తం		20

సంచిత పౌనఃపున్య పట్టిక

తరగతి	పౌనఃపున్యం	సంచిత పౌనఃపున్యం
136 – 140	3	3
141 – 145	3	6
146 – 150	4	1
151 – 155	5	15
156 – 160	4	19
160 – 165	1	20
మొత్తం	20	

17. పౌనఃపున్య పట్టిక .....

తరగతి	గణన చిహ్నాలు	పౌనఃపున్యం
0 – 20	|||\/|||	8
20 – 40	|||	3
40 – 60	||	2
60 – 80	|||\/|	6
80 – 100	–	0
100 – 120	|	1
మొత్తం		20

సంచిత పౌనఃపున్య పట్టిక

తరగతి	పౌనఃపున్యం	సంచిత పౌనఃపున్యం
1–20	8	8
20–40	3	11
40–60	2	13
60–80	6	19
80–100	0	19
100–120	1	20
మొత్తం		20

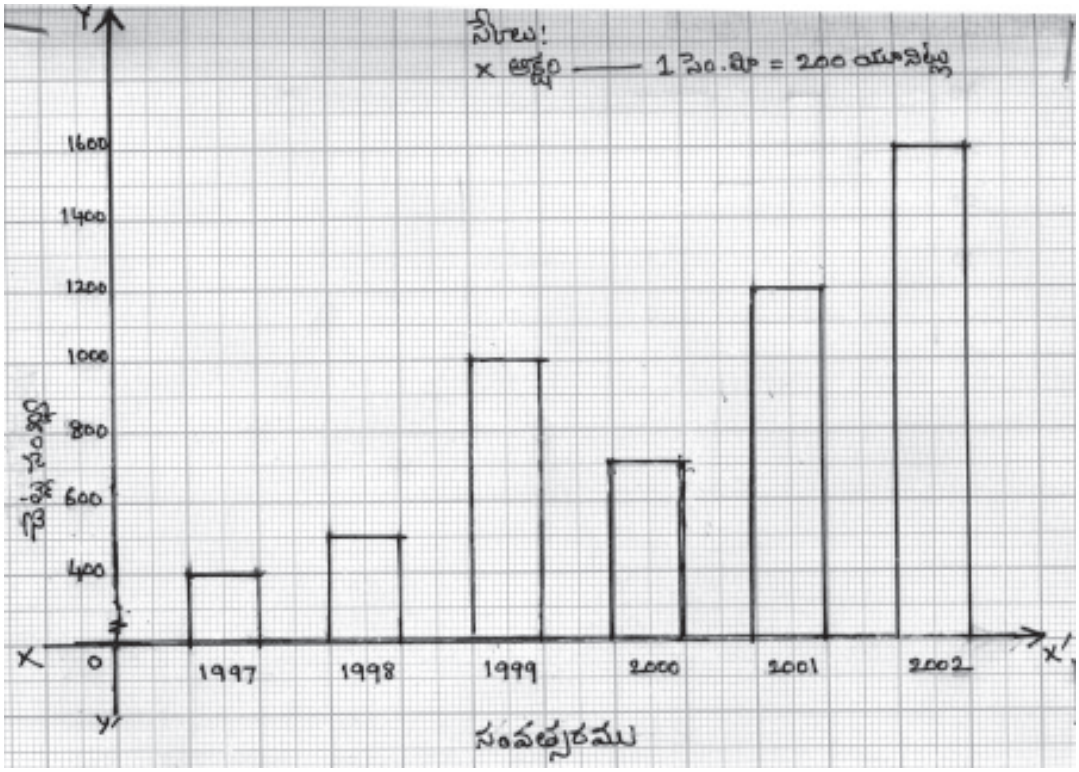
18. పౌనఃపున్య పట్టిక .....

తరగతి సంఖ్య	తరగతి	పౌనఃపున్యం
5	0–100	2
15	10–20	6
25	20–30	10
35	30–40	15
45	40–50	12
55	50–60	8
65	60–70	5
75	70–80	2
		మొత్తం = 60

సంచిత పౌనఃపున్య పట్టిక

తరగతి	పౌనఃపున్యం	సంచిత పౌనఃపున్యం
0–10	2	2
10–20	6	8
20–30	10	18
30–40	15	33
40–50	12	45
50–60	8	53
60–70	5	58
70–80	2	60
మొత్తం	60	–

19.



X– అక్షం

Y – అక్షం

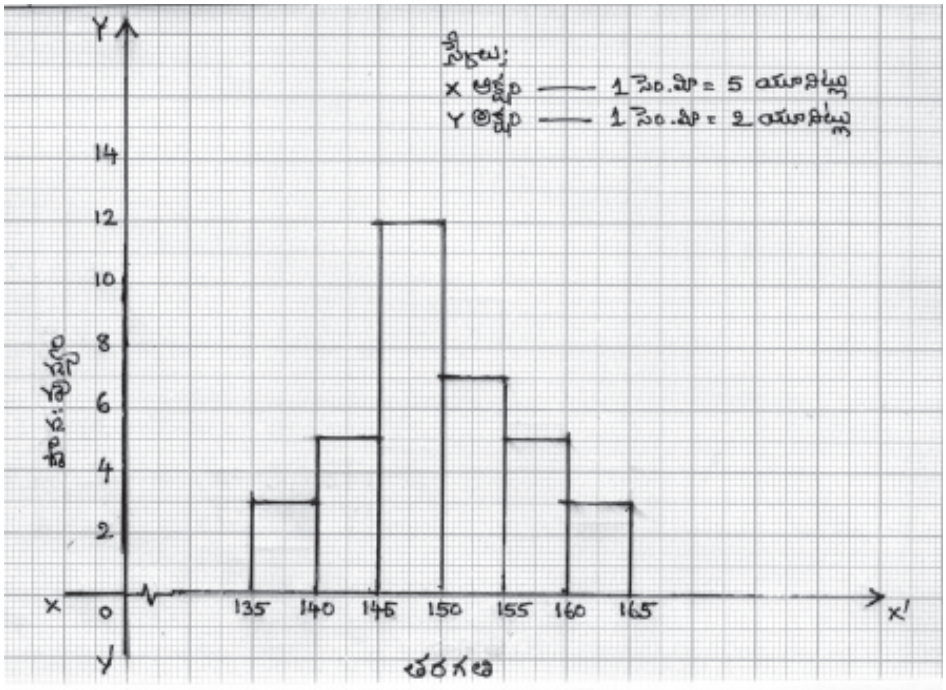
Y – అక్షం

X – అక్షం సం॥ ము

దీర్ఘచతురస్రాలు గుర్తించడం

దీర్ఘచతురస్రాలు గీయడం

20.



X- అక్షం - Y - అక్షం తీసుకొనుట

Scale తీసుకొనుట X- అక్షం

Y- అక్షం

దీర్ఘచతురస్రాలు తీసుకొనుట

దీర్ఘచతురస్రాలు గీయుము

21.

x_i	f_i	f_ix_i
2	4	8
5	5	25
8	3	24
10	5	50
12	2	24
15	1	15
మొత్తం	20	146

$\Sigma f_i = 20 \quad \Sigma f_ix_i = 146$

$$\bar{X} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$$

$$= \frac{146}{20}$$

$$= 7.3$$

22.

తరగతి	x_i	f_i	f_ix_i
0–10	5	12	60
10–20	15	3	45
20–30	25	5	125
30–40	35	7	245
40–50	45	5	225
50–60	55	3	165
60–70	65	1	65
మొత్తం		36	930

$\Sigma f_i = 36 \quad \Sigma f_ix_i = 930 \quad \bar{X} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$

$$= \frac{930}{36}$$

$$= 25.8$$

23. తరగతుల సంఖ్యలు : 25, 75, 125, 175, 225, 275

క్రమ యుగ్మాలు : A(25,16)

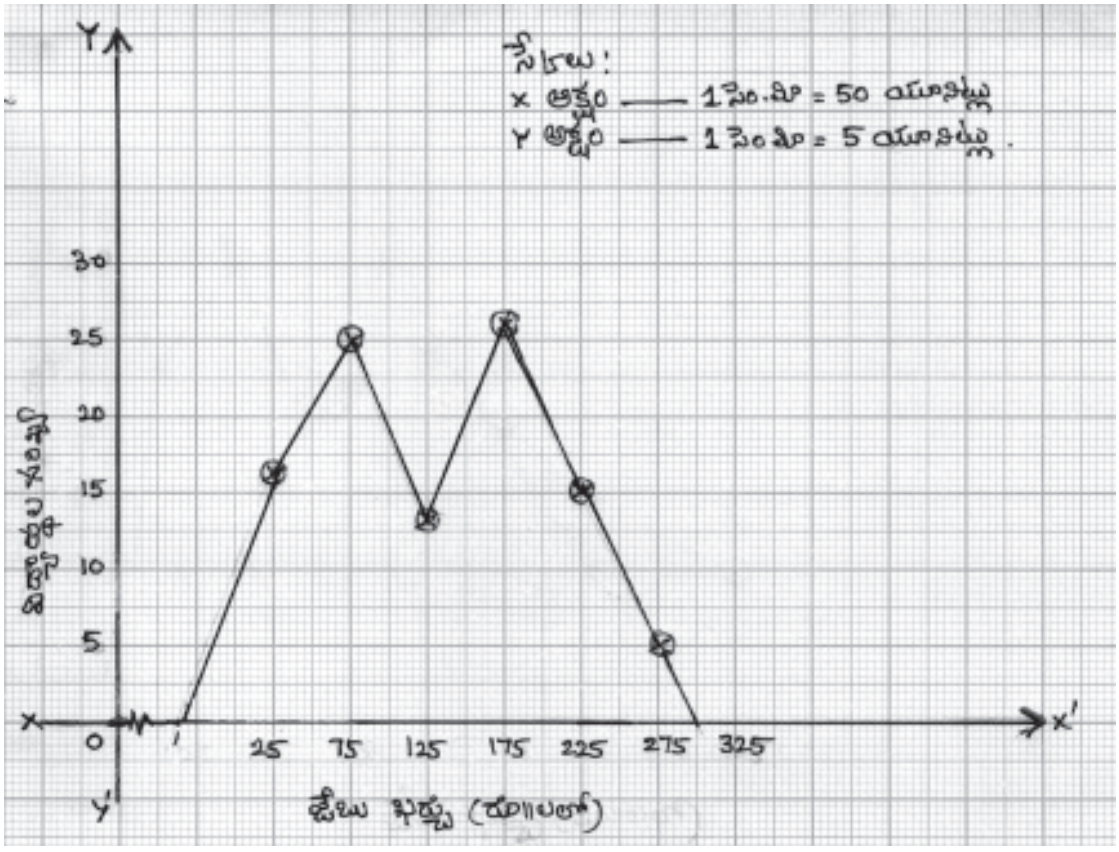
B(75,25)

C(125,13)

D(175,26)

E(225,15)

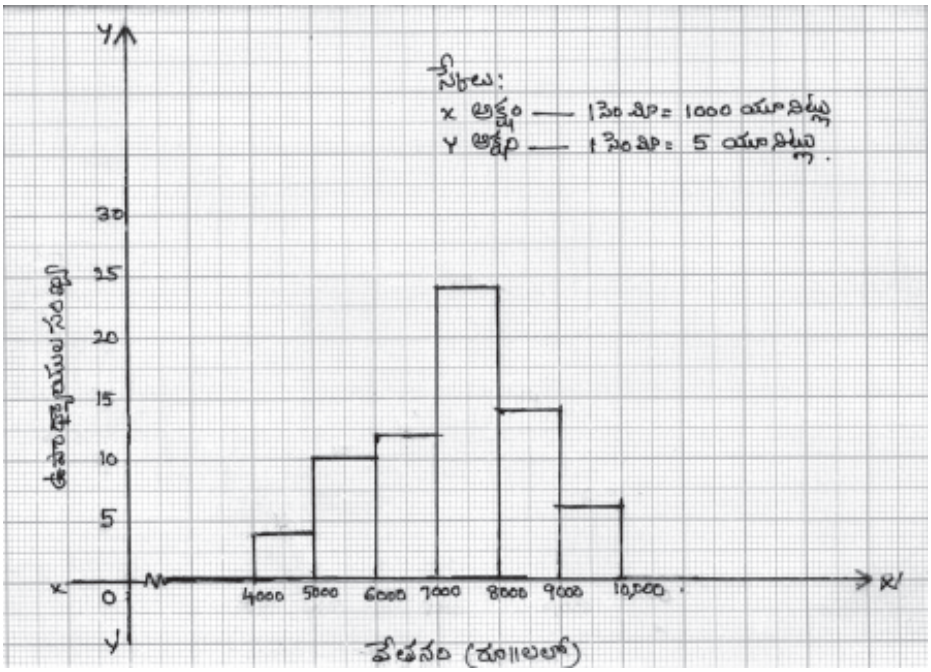
F(275,5)



పరస్పర లంబాలు గీయుము	..... 1/2 మార్కు
స్కేలును గుర్తించుట	..... 1 మార్కు
తరగతులు సంఖ్య వ్రాయుట	..... 1 మార్కు
క్రమయుగ్మాలు వ్రాయుట	..... 1 మార్కు
క్రమయుగ్మాలు గుర్తించుట	..... 1 మార్కు
బిందువులును కలుపుట	..... 1/2 మార్కు

మొత్తం : 5 మార్కులు

24. సోపాన చిత్రం



26. ఆరోహణ క్రమంలో వ్రాయుట

16,18, 19,23, x, 25, 29, 31

పదాల సంఖ్య – 8

(8/2) 4వ మరియు 5వ పదం ల సగటు మధ్యగతం

మధ్యగతం $= \frac{23+x}{2} = 25$

$= 23 + x = 50$

$x = 50-23$

$x = 27$

n = 21 అయిన

మధ్యగతం $= \frac{23+21}{2}$

$= \frac{44}{2}$

$= 22$

27. పాచిక విసిరినపుడు పరిణామాలు = 6,(1,2,3,4,5,6)

(i) 2 సంఖ్య గుణకాలు = 3

సంభావన = 3/6 = 1/2

(ii) 3 సంఖ్య గుణకాలు=2

సంభావన = 2/6 = 1/3

(iii) 4 కన్నా పెద్ద సంఖ్యలు =2

సంభావన = 2/6 = 1/3

(iv) 6 కన్నా పెద్ద సంఖ్యలు = 0

సంభావన = 0/6 = 0 (శూన్యం)

(v) 3 కన్నా చిన్నదైన 4 గుణిజం = 0

సంభావన = 0/6 = 0 (శూన్యం)

28. మొత్తం బంతుల సంఖ్య = 9

(i) ఎర్రని బంతులు = 4

ఎర్రని బంతి సంభావన = 4/9

(ii) నల్లని బంతులు = 3

నల్లని బంతి సంభావన = 3/9 = 1/3

(iii) తెల్లనిది కాని బంతులు = 7

సంభావన = 7/9

(iv) నల్లనిది కాని బంతులు = 6

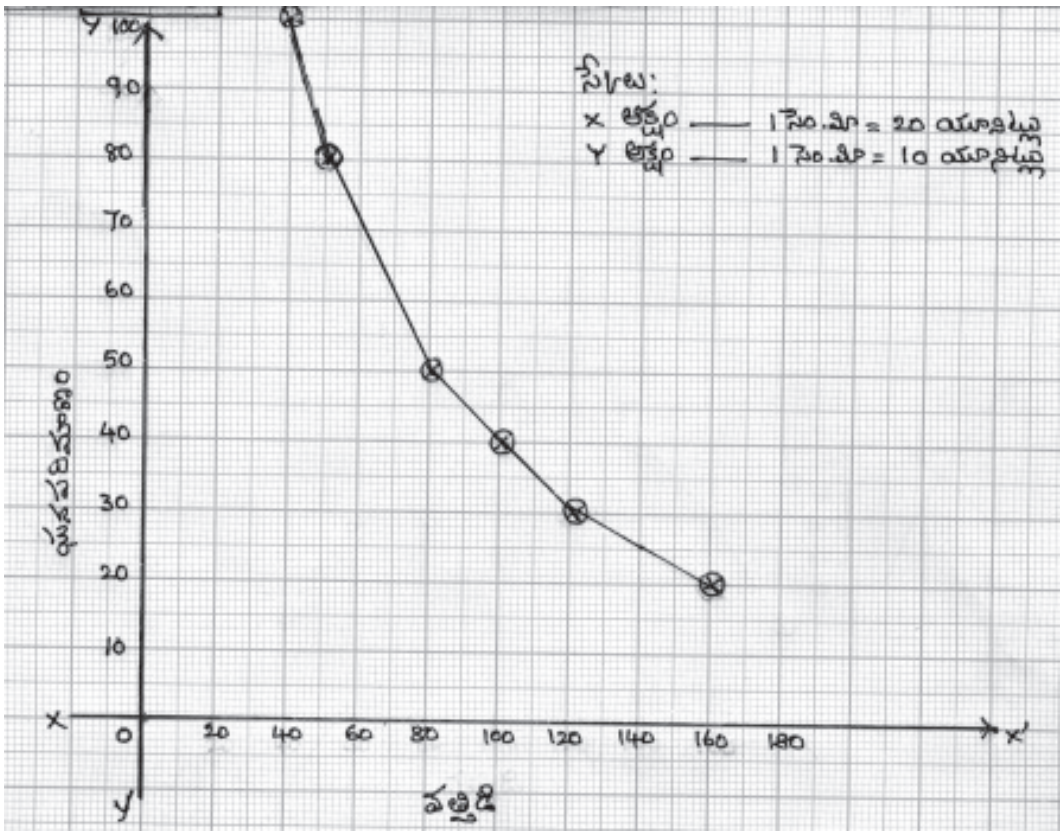
సంభావన = 6/9 = 2/3

(v) ఎర్రనిది కాని బంతులు = 5

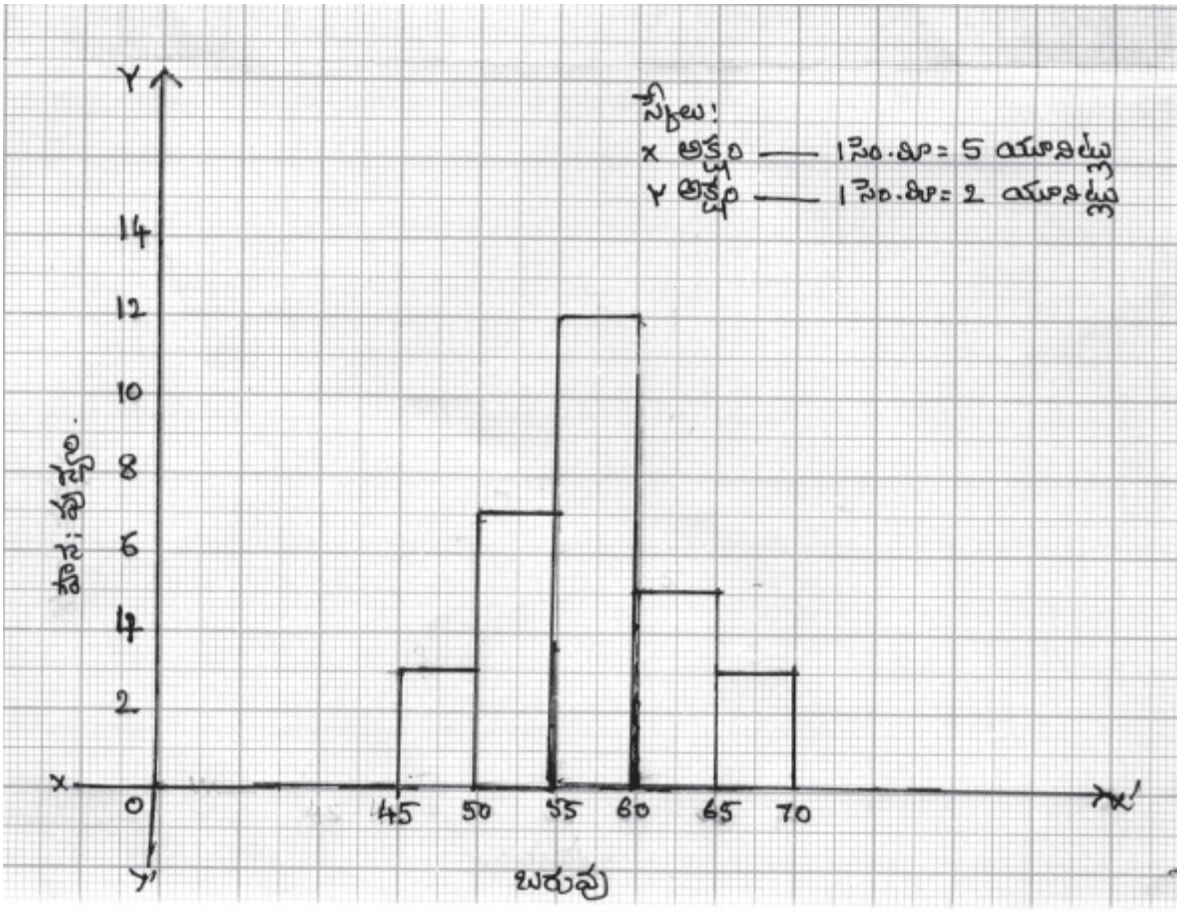
సంభావన = 5/9

29. వత్తిడి – ఘనపరిమాణము

వత్తిడి	100	80	50	40	120	60
ఘనపరిమాణము	40	50	80	100	30	50


స్కేలు:
X అక్షం —— 1 సెం.మీ = 20 యూనిట్లు
Y అక్షం —— 1 సెం.మీ = 10 యూనిట్లు
వత్తిడి

30. సోపాన చిత్రం


స్కేలు:
X అక్షం —— 1 సెం.మీ = 5 యూనిట్లు
Y అక్షం —— 1 సెం.మీ = 2 యూనిట్లు
బరువు

25. సగటు $= \frac{28+22+21+29+12+13+16+22+14+16}{10}$

$= \frac{193}{10} = 19.3$

మధ్యగతం(2) = 13,14,16,16,21, 22,22,22,28,29

$\frac{21+22}{2} = \frac{43}{2} = 21.5$

బాహుళకం = 22

బహుళ సమాధాన ప్రశ్నలు

సరియైన సమాధానమును బ్రాకెట్లలో రాయుము.

1. దత్తాంశంలోని గరిష్ట, కనిష్ట విలువల మధ్యగల భేదమును .....అంటారు ( )
   ఎ) సగటు (బి) దత్తాంశము (సి) వ్యాప్తి (డి) తరగతి అంతరము

2. 10–15 తరగతి యందు తరగతి యొక్క ఎగువ అవధి ( )
   (ఎ) 10 (బి) 15 (సి) 12.5 (డి) 25

3. తరగతి యొక్క మధ్య బిందువును ..... అంటారు ( )
   (ఎ) తరగతి దిగువ హద్దు (బి) తరగతి అంతరము
   (సి) తరగతి ఎగువ హద్దు (డి) తరగతి సంఖ్య

4. కమ్మీ చిత్రములలో..... ( )
   (ఎ) దీర్ఘచతురస్రాలు కలిసి ఉంటాయి (బి) దీర్ఘచతురస్రాలు విడివిడిగా ఉంటాయి
   (సి) బిందువులు కలుపబడి ఉంటాయి (డి) బిందువులు గుర్తించబడి ఉంటాయి

5. సోపాన చిత్రములలో..... ( )
   (ఎ) దీర్ఘచతురస్రాలు కలిసి ఉంటాయి (బి) దీర్ఘచతురస్రాలు విడివిడిగా ఉంటాయి
   (సి) బిందువులు కలుపబడి ఉంటాయి (డి) బిందువులు గుర్తించబడి ఉంటాయి

6.

ప్రక్క పటమును ..... అంటారు ( )

(ఎ) పట చిత్రము (బి) రేఖాచిత్రము (సి) సోపాన చిత్రము (డి) కమ్మీ చిత్రము

7. 3,5,7,9,10,11 మరియు 12 ల సగటు ( )

(ఎ) 8 (బి) 9 (సి) 10 (డి) 11

8. 1,3,5,6,9,10,16,18 ల మధ్యగతము ( )

(ఎ) 6.5 (బి) 7.5 (సి) 8.5 (డి) 9.5

9. 1,9,22,16,15,28,9,14,16,9,28 ల బహుళకం (మోడ్) ( )

(ఎ) 9 (బి) 16 (సి) 22 (డి) 28

10. ఒక సరియైన నాణెమును ఎగురవేసినపుడు బొమ్మపడే సంభావన ( )

(ఎ) 1/4 (బి) 1/3 (సి) 1/2 (డి) 1

11. ఒక పాచిక ఒకసారి విసరబడినది. 2 పడే సంభావన ( )

(ఎ) 1 (బి) 1/2 (సి) 1/4 (డి) 1/6

12. ఒక సంచిలో 4 ఎర్రని, 3 నల్లని మరియు 2 తెల్లని బంతులున్నాయి. ఒక ఎర్రని బంతిని తీయుటకు అయ్యేసంభావన ( )

(ఎ) 4/7 (బి) 3/4 (సి) 4/9 (డి) 9/4

13. క్రింది సంచిత పౌనఃపున్య పట్టిక ప్రకారం 30–40 తరగతి యొక్క పౌనఃపున్యం ( )

X_1	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50
సంచిత పౌనఃపున్యం	2	9	14	20	30

(ఎ) 2 (బి) 6 (సి) 9 (డి) 20

14. ఒక దత్తాంశము యొక్క మధ్యగతం దానిని విభజించు విధం ( )

(ఎ) రెండు సమభాగాలుగా (బి) 2 : 1 లో నుండు భాగాలుగా

(సి) 1 : 2 లో నుండు భాగాలుగా (డి) 3 : 1 లో నుండు భాగాలుగా

15. తరగతి అంతరము అనగా ..... ( )

(ఎ) తరగతి అవధుల మొత్తం (బి) తరగతి అవధుల మధ్యగల భేదం

(సి) తరగతి సంఖ్యకు, ఎగువ అవధికి గల భేదం (డి) తరగతి దిగువ, ఎగువ అవధుల మొత్తం

16. 100–150 తరగతి యొక్క తరగతి సంఖ్య ( )

(ఎ) 100 (బి) 125 (సి) 150 (డి) 250

17. ఒక తరగతిలో ఉండు అంశాల సంఖ్యను..... అంటారు ( )

(ఎ) దత్తాంశము (బి) తరగతి సంఖ్య (సి) పౌనఃపున్యం (డి) పై వాటిలో ఏదీకాదు

18. సాంఖ్యకాలు అనునది ఏకవచన ప్రయోగంలో దీనిని సూచిస్తుంది ( )

(ఎ) సాంఖ్యకశాస్త్రము (బి) పౌనఃపున్యము

(సి) దత్తాంశము (డి) పై వాటిలోఏదీ కాదు

19. అంశాల సంఖ్య బేసి సంఖ్య అయినచో మధ్యగతము ..... అగును. ( )

(ఎ) n/2 వ సంఖ్య (బి) (n + 1)/2 వ సంఖ్య (సి) (n -1)/2 వ సంఖ్య (డి) (n+1)/4 వ సంఖ్య

20. 16, 13, 8, 12, 19, 17, 12,16, x, 19 ల మోడ్ 12 అయితే x విలువ ( )

(ఎ) 8 (బి) 12 (సి) 16 (డి) 19

21. ఒక నాణెమును ఒకసారి విసిరినపుడు బొమ్మపడే సంభావన ( )

(ఎ) 1/2 (బి) 1/4 (సి) 1/3 (డి) 3/4

22. 25, 15, 30, 20, 10 ల సగటు ( )

(ఎ) 10 (బి) 20 (సి) 25 (డి) 30

23. 15–20, 20–25, ...ల తరగతి అంతరం ( )

(ఎ) 5 (బి) 15 (సి) 20 (డి) 25

24. 15–25, 25–35, ...లలో 25–35 యొక్క తరగతి సంఖ్య ( )

(ఎ) 25 (బి) 30 (సి) 35 (డి) 60

25. ( )

తరగతి	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60
పౌనఃపున్యం	2	3	5	7	4	3

పై దత్తాంశంలో అత్యధిక పౌనఃపున్యం గల తరగతి

(ఎ) 50–60 (బి) 40–50 (సి) 30–40 (డి) 20–30

26. మొదటి 5 ప్రధానాంకాల మధ్య గతం ( )

(ఎ) 2 (బి) 3 (సి) 5 (డి) 7

27. $\Sigma fx_i = 140$, $\Sigma f_i = 5$ అయిన $\bar{X} = ?$ ( )

(ఎ) 28 (బి) 30 (సి) 32 (డి) 40

28. ఒక పాచికను విసిరినపుడు 5 పడే సంభావన ( )

(ఎ) 1/2 (బి) 1/4 (సి) 1/5 (డి) 1/6

29. రెండు నాణేలు ఒకేసారి ఎగురవేసినపుడు రెండు బొరుసులు పడే సంభావన ( )

(ఎ) 1/4 (బి) 1/6 (సి) 1/2 (డి) 1/3

30. మొదటి 6 సహజ సంఖ్యల మధ్యగతం ( )

(ఎ) 3 (బి) 3.5 (సి) 4 (డి) 4.5

జతపరచండి

I.

1. (19.5 – 22.5) యొక్క తరగతి సంఖ్య	( )	ఎ)	21	
2. 6,8,9,12,25,3,14,18,22,27 లవ్యాప్తి	( )	బి)	24	
3. 34, 38, 42...తరగతి సంఖ్యలైన తరగతి అంతరం	( )	సి)	4	
4. మొదటి 5 సహజ సంఖ్యల సగటు	( )	డి)	3	
5. 5,6,9,3,18,16,10 ల మధ్య గతము	( )	ఇ)	10	
6. 15,25,18,16,25,19,18,25,16,19,25 ల మోడ్	( )	యఫ్)	25	
7. పేకముక్కల కట్టలోనుంచి ఒక ఎర్రముక్కను తీసినచో సంభావన	( )	జి)	1/2	
8. ఒక పాచికను విసిరినపుడు 4 కన్నా పెద్ద సంఖ్య వచ్చుటకు సంభావన	( )	యచ్)	1/3	
9. 6 మంది బాలురు, 15 మంది బాలికల నుండి ఒక బాలునిను ఎంపిక చేయుటకు గల సంభావన	( )	ఐ)	2/7	
10. 8,12,x,14,18 ల సగటు 12 అయినచో x విలువ	( )	జె)	8	
		కె)	2/5	
		యల్)	1/4	

II. 1. (15.5–20.5) తరగతి యొక్క దిగువ అవధి ( ) ఎ) 15.5

2. 4,8,9,6,7 ల సగటు ( ) బి) 6.8

3. 11–15, 16–20.....ల తరగతి అంతరం ( ) సి) 5

4. 3,4,5,5,3,4,5,3,3,4,5,3 ల మోడ్ ( ) డి) 3

5. 4,7,12,15,16,17,18,19,20,25 ల మధ్యగతం ( ) ఇ) 16.5

6. 13,12,18,14, ..., 19, ల సగటు 14 అయినచో
P విలువ ( ) యఫ్) 8

7. 31,43,56,23,20,22 ల వ్యాప్తి ( ) జి) 36

8. 4 ఎర్రని, 2 తెల్లని బంతులలో నుండి ఒక
తెల్లబంతిని తీసుకోవడానికి సంభావన ( ) యచ్) 1/3

9. ఒక పాచికను విసిరినపుడు 2 సంఖ్య యొక్క
గుణకము వచ్చుటకు సంభావన ( ) ఐ) 1/2

10. 6 బాలురు, 2 బాలికల నుండి ఒక బాలికను
ఎంపిక చేయుటకు సంభావన ( ) జె) 1/4

కె) 7.8

యల్) 20.5

బహుళ సమాధాన ప్రశ్నలు

1/2 మార్కు ప్రశ్నల సమాధానాలు

1. సి 16. బి

2. బి 17. సి

3. డి 18. ఎ

4. బి 19. ఎ

5. ఎ 20. బి

6. డి	21. ఎ
7. సి	22. బి
8. బి	23. ఎ
9. ఎ	24. బి
10. సి	25. సి
11. డి	26. సి
12. సి	27. ఎ
13. బి	28. డి
14. ఎ	29. డి
15. బి	30. బి

211– T (TS)

మాదిరి ప్రశ్నాపత్రం

ఎస్.ఎస్.సి. (TOSS)

రి ు. : .....

(A)

గణితం

పార్టు – ఎ & బి

సమయం : 3 గంటలు

గరిష్ఠమార్కులు : 100

పార్టు – ఎ

సమయం : 2½ గంటలు

మార్కులు : 80

సూచనలు : *1) పార్టు ఎ లోని అన్ని ప్రశ్నలకు **సమాధానములు** మీకు ఇవ్వబడిన జవాబు పత్రమునందు వ్రాయుము.*

*2) మీరు **సమాధానము** వ్రాయు ప్రశ్న యొక్క **సంఖ్యను** సరిగా సూచించుము.*

*3) సమాధానమును కొట్టివేతలు లేకుండా **స్పష్టంగా** వ్రాయండి.*

సెక్షన్ – I

సూచనలు : 1) క్రింది అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి.

2) ప్రతి ప్రశ్నకు **3** మార్కులు. **(10×3=30 మార్కులు)**

1. $25x^2 - 60xy + 36y^2$ ను కారణాంక విభజన చేయుము.

2. ఒక టోకు వ్యాపారి ఒక చేతి గడియారమును రూ. 450 కి కొని దాని మీద మరమ్మత్తుల పై రూ. 30 వెచ్చించెను. దానిని అతడు రూ. 600 కు అమ్మినచో, లాభ శాతమును కనుగొనుము.

3. రెండు బహుభుజుల సరూపతకు గల నియమాలను వ్రాయుము.

4. ఒక త్రిభుజము యొక్క కోణములు 2 : 3 : 4 నిష్పత్తియందు వున్నవి. ఆ కోణములను తెలుపుము.

5. 6 మీ. మరియు 11 మీ. పొడవులు కలిగియున్న రెండు కర్రబొంగులు సమతల భూమి పై నిలిచియున్నవి. వాని పాదముల మధ్య దూరము 12 మీ. అయినచో వాని శిఖరముల మధ్య దూరమును కనుగొనుము.

6. ఒక వృత్తము యొక్క పరిధికిని వ్యాసార్ధమునకును మధ్య గల భేదము 74 మీ. వృత్తము యొక్క వ్యాసమును కనుగొనుము.

7. $\text{Tan}\,\theta = \frac{24}{7}$ అయినచో $\sin\theta$ మరియు $\cos\theta$ ల విలువలను కనుగొనుము.

8. $2\sin^2 30^\circ - 2\cos^2 45^\circ + \tan^2 60^\circ$ యొక్క విలువను కనుగొనుము.

P.T.O.

9. ముడి దత్తాంశమును మార్చి వర్గీకృత దత్తాంశముగా చేసి పౌనఃపున్య పట్టికను తయారు చేయుటకు గల సోపానాలను వివరించుము.

10. ఒక సంచిలో 4 ఎర్రని, 3 నల్లని మరియు 2 తెల్లని బంతులు ఉన్నాయి. ఒక బంతిని సంచి నుండి తీయడమైనది అది
    i) ఒక ఎర్రని బంతి అయ్యే సంభావన ఏమిటి ?
    ii) నల్లనిది కాని సంభావన ఏమిటి ?

సెక్షన్ – II

సూచనలు : 1) క్రింది ప్రశ్నలన్నింటికిని సమాధానాలు రాయండి.
2) ప్రతి ప్రశ్నకు ఐదు మార్కులు. **(8×5=40 మార్కులు)**

11. $a=2\sqrt{6}+5$ అయిన $a+\frac{1}{a}$ యొక్క విలువ కనుగొనుము.

12. ఒక అంక శ్రేఢిలోని మూడు వరుస పదముల మొత్తము 27. మొదటి, చివరి పదముల లబ్ధము 77 అయిన ఆ పదములు కనగొనుము.

13. A మరియు B వరుసగా రూ. 60,000 మరియు రూ. 75,000 లతో ఒక వ్యాపారాన్ని మొదలుపెడతారు. సంవత్సరాంతంలో, వారికి రూ. 40,500 లాభము లభిస్తుంది. భాగస్వాముల యొక్క లాభంలోని వాటాలను తెలుపుము.

14. ఒక కంప్యూటర్ నగదు ధర రూ. 34,000 కు లేదా నగదు చెల్లింపు రూ. 20,000 తో సహా 5 సమానమైన మాస వారీ వాయిదాలతో కూడినవిగావున్నది. వాయిదా పద్ధతిపైన 30% వడ్డీ విధించినచో ప్రతి యొక్క వాయిదా రాశి ఎంత వుండును ?

15. ABCD ఒక చక్రీయ సమాంతర చతుర్భుజము అది ఒక దీర్ఘచతురస్రమని చూపుము.

16. ఒక దీర్ఘఘనాకారపు పెట్టె యొక్క బాహ్య కొలతలు మూతతో కలిపి 32 సెం.మీ., 27 సెం.మీ., 12 సెం.మీ. పెట్టె 1 సెం.మీ. మందమయిన చెక్కతో చేయబడినది. పెట్టె లోపలి ఘన పరిమాణం ఎంత ? దానిలో వాడబడిన చెక్క యొక్క ఘన పరిమాణము ఎంత ?

17. ఒక చెట్టు యొక్క పై భాగము గాలికి విరిగినది. చెట్టు పై చివర భూమికి సమాంతర దిశలో 30° కోణము చేయుచున్నది. చెట్టు బోదెకును దాని పై చివర నేలను తాకు చోటునకును మధ్యగల దూరము 10 మీ. చెట్టు యొక్క ఎత్తెంత ?

18. సంక్షిప్త పద్ధతిననుసరించి క్రింది వర్గీకృత దత్తాంశము యొక్క సరాసరిని కనుగొనుము.

తరగతులు	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
పౌనఃపున్యములు	1	3	5	7	5	3	1

సెక్షన్ – III

సూచనలు : 1) క్రింది **ప్రశ్నలన్నింటికి** సమాధానాలు రాయండి.

2) **ప్రతి** ప్రశ్నకు **ఐదు** మార్కులు. **(2x5=10** మార్కులు)

19. ఈ క్రింది రేఖీయ సమీకరణాల వ్యవస్థను గ్రాఫు ద్వారా సాధించుము.

i) $x + y = 5$

ii) $3x - y = 1$

20. ఒక చతుర్భుజము ABCD ని AB = 4 సెం.మీ., BC = 5.2 సెం.మీ., CD = 5.8 సెం.మీ., DA = 6.5 సెం.మీ. AC = 7.8 సెం.మీ. అగునట్లు నిర్మించుము. నిర్మాణ సోపానాలను కూడా తెలుపుము.

మాదిరి ప్రశ్నాపత్రం

211 – T (TS)

ఎస్.ఎస్.సి. (TOSS)

రిజిస్ట్రేషన్ నం. : .....

(B)

గణితం

పార్టు - బి

సమయం : 30 నిమిషములు

మార్కులు : 20

సూచనలు : 1) ప్రశ్నా పత్రములోని పార్ట్-బి క్రింద ఇవ్వబడిన అన్ని ప్రశ్నలకు దానిలోనే సమాధానాలను వ్రాయండి.

2) పార్ట్ -బి పత్రాన్ని **సమాధాన** పత్రానికి **తప్పనిసరిగా** జతచేయండి.

I. క్రింది ఖాళీలను పూరింపుము. **(10×1=10 మార్కులు)**

1) $-\frac{729}{64}$ యొక్క ఘాత రూపము _____

2) రెండు నిష్పత్తుల సమానత్వాన్ని _____ అంటారు.

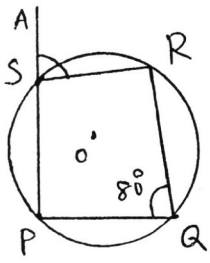
3) బాహ్య బిందువు నుండి ఒక వృత్తానికి గీయదగు స్పర్శ రేఖల సంఖ్య _____

4) 0.3 యొక్క $\frac{p}{q}$ రూపము _____

5) $\left(a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}\right)\left(a^{\frac{2}{3}}-a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{2}{3}}\right)$ = _____

6) $3x^2-4xy+5x^2-9$ బహుపదిలోని సరూప పదాల మొత్తము _____

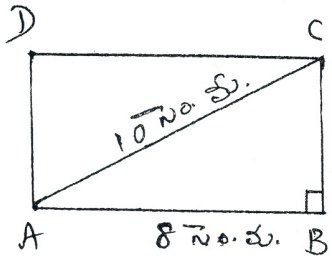
7) మొదటి 10 సరి సహజ సంఖ్యల మొత్తము _____

8) 

పక్క పటములో PQRS ఒక చక్రీయ చతుర్భుజము. భుజము PS A వరకు పొడిగించబడినది. $\angle PQR = 80^\circ$ అయితే $\angle ASR$ యొక్క కొలత _____

P.T.O.

9) ABCD అను దీర్ఘచతురస్రములో AC = 10 సెం.మీ. AB = 8 సెం.మీ.
అయిన BC = _____ సెం.మీ.



10) ఒక ఘనాకార వస్తువు ద్వారా ఆక్రమితమైన చోటును దాని _____ అంటారు.

II. సరియైన సమాధానమును బ్రాకెట్లలో రాయుము. **(10×½ = 5 మార్కులు)**

11) $\frac{p}{q}$ రూపంలో వుండి $q \neq 0, p, q \in z$ అయితే ఆ సంఖ్యలను ఏమంటారు ? ( )

A) సహజ సంఖ్యలు
B) అకరణీయ సంఖ్యలు
C) కరణీయ సంఖ్యలు
D) పూర్ణాంకాలు

12) $4x^3 + \frac{5}{2}x^4 + 3x + 4$ యొక్క ప్రామాణిక రూపము ( )

A) $4 + 3x + \frac{5}{2}x^4 + 4x^3$
B) $\frac{5}{2}x^4 + 4x^3 + 3x + 4$
C) $4x^3 + 3x + 4 + \frac{5}{2}x^4$
D) $3x + 4 + 4x^3 + \frac{5}{2}x^4$

13) $5x^3y^2$ మరియు $3x^2y^4$ ల గ సా భా ( )

A) xy^2
B) x^3y^2
C) x^2y^3
D) x^2y^2

14) సేవింగ్స్ బ్యాంకు ఖాతా తెరువగానే, ఖాతాదారునికి ముందుగా ఇచ్చేది ( )

A) పాస్‌బుక్
B) చెక్కు బుక్
C) ఏ టి ఎమ్ కార్డు
D) క్రెడిట్ కార్డు

15) $\text{Cosec}^2\theta - \text{Cot}^2\theta$ = ( )

A) 0 B) 1

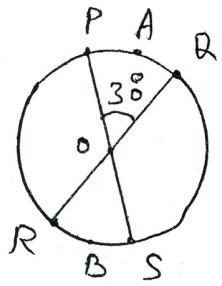
C) $\frac{1}{2}$ D) 2

16) ఒక కోణము తన సంపూరక కోణమునకు 4 రెట్లు అయినచో ఆ కోణము కొలత ( )

A) 36° B) 72°

C) 108° D) 144°

17) '0' కేంద్రముగా గల వృత్తములో చాపము PAQ = చాపము RBS $\angle POQ = 30^\circ$, అయిన $\angle ROS$ =



( )

A) 60° B) 90° C) 30° D) 80°

18) ఒక శంకువు యొక్క ఏటవాలు ఎత్తు 17 సెం.మీ. దాని నిలువుటెత్తు 15 సెం.మీ. అయిన దాని వ్యాసార్ధము _____ (సెం. మీ. లలో) ( )

A) 8 B) 10 C) 12 D) 9

19) $\text{Sin}\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ అయితే $\text{Cos}\theta$ విలువ ( )

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D) 1

20) మొదటి 5 సహజ సంఖ్యల మధ్యగతము ( )

A) 5 B) 3

C) 2 D) 7

III. జతపరచండి : **(5×½ = 2½ మార్కులు)**

గ్రూప్ – ఎ		గ్రూప్ – బి
21) $ax^2 + bx + c = 0$ వర్గ సమీకరణ మూలాలు సమానము అయితే $b^2=$	( )	A) 80°
22) a, b, c లు కొనసాగే అనుపాతంలో ఉంటే $b^2=$	( )	B) 8
23) $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ మరియు $\angle P + \angle Q = 140^\circ$ అయిన $\angle C =$	( )	C) ac
24) 13, 12, 18, 14, P, 19 ల సగటు 14 అయినచో P విలువ	( )	D) 90°
25) ఒక వృత్త వ్యాసార్ధము మరియు వ్యాసార్ధము చివరి బిందువు ద్వారా గీయబడిన స్పర్శ రేఖకు మధ్యగల కోణము	( )	E) 6
		F) 40°
		G) 4ac

IV. జతపరచండి. **(5×½ = 2½ మార్కులు)**

గ్రూప్ – ఎ		గ్రూప్ – బి
26) PQR త్రిభుజములో $PQ^2 + QR^2 = PR^2$ అయిన $\angle Q =$	( )	A) $\sin 2\theta$
27) $\sin(90-\theta) =$	( )	B) 0
28) $2\sin\theta\cos\theta =$	( )	C) 90°
29) $\cos^2 0^\circ + \sin^2 0^\circ$	( )	D) 1
30) గోళము ఘన పరిమాణము	( )	E) $\frac{4}{3}\pi r^3$
		F) $\cos\theta$
		G) $\frac{1}{3}\pi r^3$